Краткие сообщения по физике № 12-1988 г.

УДК 535. 33

О КВАНТОВЫХ ФЛУКТУАЦИЯХ В ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ДИКЕ

В.П. Карасев, В.И. Пузыревский

Во втором порядке теории возмущений исследована динамика взаимодействия бозонного поля с веществом в рамках обобщенной модели Дике. Показано, что многомодовое поле, первоначально находившееся в когерентном состоянии, в результате взаимодействия приобретает при определенных условиях сугубо квантовые статистические свойства.

В последнее время интенсивно исследуются нестандартные квантовые статистические свойства света (суб- и суперпуассоновская статистика, эффект "сжатия" /1, 2, 3/), что мотивируется практической значимостью этих свойств /1, 3/. Основные схемы генерации таких полей базируются на нелинейных (квадратичных по полевым операторам) процессах взаимодействия света с веществом. При этом вещество входит в гамильтониан взаимодействия параметрическим образом /1, 4/. Ряд работ был посвящен изучению неклассических свойств света, взаимодействующего с квантованным веществом (см., напр., /5 -- 7/ и литературу, цитированную там). Однако в большинстве работ рассмотрение ограничивалось случаем небольшого числа атомов.

Цель данной работы – исследование статистических характеристик поля, линейным образом взаимодействующего с веществом, моделируемым N-частичной n-уровневой системой (атомы, молекулы), описываемой в рамках концепции группы динамической симметрии (ГДС), изложенной в работе /8/.

Динамика взаимодействия N-частичной n-уровневой системы ("вещества") с m модами бозонного поля задается гамильтонианом /8/:

$$H = \sum_{s=1}^{m} \omega_s a_s^{+} a_s + \sum_{\alpha=1}^{n-1} \mathcal{E}_{\alpha} E_{\alpha\alpha} + \sum_{s=1}^{m} \sum_{\chi>\mu} (g_{\lambda\mu}^{s} E_{\lambda\mu} a_s + \text{э. с.}). \tag{1}$$

Здесь $\hbar = c = 1$; $[a_j, a_i^{+}] = \delta_{ij}$; $E_{\lambda\mu} = \sum_{j=1}^{N} E_{\lambda\mu}^{(j)}$ – коллективные операторы "вещества", образующие алгебру Ли ГДС $SU(n)$; $g_{\lambda\bar{\mu}}^{s}$ – константы связи, т. е. рассматривается "точечная" обобщенная модель Дике, для которой $L/\lambda_i \ll 1$, L – характерный размер системы, λ_i – длина волны i-ой моды поля.

В представлении взаимодействия эволюция системы из начального состояния $|in>$ (при $t = 0$) осуществляется под действием оператора

$$S = T\exp\left[-i\int_0^t H_{вз}^{I}(\tau)\, d\tau\right], \tag{2}$$

где T – знак Т-экспоненты; $H_{вз}^{I}(t) = \sum_{s=1}^{m} \sum_{\lambda>\mu} (g_{\lambda\mu}^{s} \exp(2 i\xi_{\lambda\mu}^{s} t) a_s E_{\lambda\mu} + \text{э. с.})$;

$\xi_{\lambda\mu}^{s} = (\epsilon_{\lambda} - \epsilon_{\mu} - \epsilon_{\lambda-1} + \epsilon_{\mu-1} - \omega_s)/2$; $|in> = |\{\alpha_s\}> \otimes |P;\ Z>$;

$|\{\alpha_s\}> = \exp[-\frac{1}{2}\sum_{s=1}^{m} |\alpha_s|^2] \sum_{\{n_s\}} \prod_{s=1}^{m} \frac{\alpha_s^{n_s}}{\sqrt{n_s!}} |\{n_s\}>$ –

глауберовское когерентное состояние поля; $|P;\ Z>$ – обобщенное когерентное состояние (ОКС) "вещества" (атомной подсистемы), построенное по какому-либо фиксированному вектору пространства $L^{D[P_1 \ldots P_{n-1}]}$ представления $D[P_1 \ldots P_{n-1}]$ ($P = [P_1 \ldots P_{n-1}]$ – сигнатура представления; Z – пространство, параметризующее ОКС) ГДС $SU(n)$ /8, 9/.

При вычислении статистических моментов $\langle out|(a^+_{Ij}(t))^m(a_{Ij}(t))^n|out\rangle$ ($|out\rangle = S|in\rangle$, $a_{Ij}(t) = e^{-it\omega_j}a_j$), учитывая малость констант взаимодействия поля с "веществом", т. е. $|g^{j}_{\lambda\mu}| \ll 1$, ограничимся в разложении Т-экспоненты (2) вторым порядком теории возмущений. Первый порядок (линейное приближение эволюционного оператора s) качественных изменений в статистические характеристики поля не вносит, т. е. нормированная корреляционная функция второго порядка в данном приближении $g_j^{(2)L}(t) = \langle out|(a^+_j)^2(a_j)^2|out\rangle/(\langle out|a^+_j a_j|out\rangle)^2$ своего значения не меняет и остается равной 1. Дисперсии σ_j^{kL} (k = 1, 2) операторов $a_j^1 = (a_j + a_j^+)/2$ и $a_j^2 = (a_j - a_j^+)/2i$ j-ой моды сохраняют минимальные значения 1/4.

Во втором порядке теории возмущений наблюдаются отклонения от когерентности второго порядка:

$$\sigma_j^{1Q}(z,t) = \frac{1}{4}\left\{1 - \sum_{\lambda>\mu,\beta}\chi^{*j}_{\lambda\beta}\chi^j_{\lambda\mu}\langle E_{\beta\mu}\rangle + \sum_{\lambda<\mu,\beta}\chi^{*j}_{\beta\lambda}\chi^j_{\mu\lambda}\langle E_{\mu\beta}\rangle + \varphi^j(R_{\alpha\beta,\lambda\mu};t)\right\},$$

$$\sigma_j^{2Q}(z;t) = \frac{1}{4}\left\{1 - \sum_{\lambda>\mu,\beta}\chi^{*j}_{\lambda\beta}\chi^j_{\lambda\mu}\langle E_{\beta\mu}\rangle + \sum_{\lambda<\mu,\beta}\chi^{*j}_{\beta\lambda}\chi^j_{\mu\lambda}\langle E_{\mu\beta}\rangle + \psi^j(R_{\alpha\beta;\lambda\mu};t)\right\}, \quad (3)$$

$$g_i^{(2)Q}(\{\alpha_s\}, z;t) = 1/\left\{1 + f(t;\{\alpha_s\}, \langle E_{mn}\rangle, R_{\alpha\beta;\lambda\mu})\right\},$$

где

$$\chi^j_{\alpha\beta} = (g^j_{\alpha\beta}/\xi^j_{\alpha\beta})\exp(i\xi^j_{\alpha\beta}t)\sin\xi^j_{\alpha\beta}t,$$

$$\varphi^j(R_{\alpha\beta;\lambda\mu};t) = \sum_{\substack{\lambda>\mu\\ \alpha>\beta}}[\chi^{*j}_{\alpha\beta}\chi^j_{\lambda\mu}R_{\beta\alpha;\lambda\mu} + \chi^j_{\alpha\beta}\chi^{*j}_{\lambda\mu}R_{\alpha\beta;\mu\lambda} - \chi^{*j}_{\alpha\beta}\chi^{*j}_{\lambda\mu}R_{\beta\alpha;\mu\lambda} - \chi^j_{\alpha\beta}\chi^j_{\lambda\mu}R_{\alpha\beta;\lambda\mu}],$$

$$\psi^j(R_{\alpha\beta;\lambda\mu},t) = \sum_{\substack{\lambda>\mu\\ \alpha>\beta}}[\chi^{*j}_{\alpha\beta}\chi^j_{\lambda\mu}R_{\beta\alpha;\lambda\mu} + \chi^j_{\alpha\beta}\chi^{*j}_{\lambda\mu}R_{\alpha\beta;\mu\lambda} - \chi^{*j}_{\alpha\beta}\chi^{*j}_{\lambda\mu}R_{\beta\alpha;\mu\lambda} - \chi^j_{\alpha\beta}\chi^j_{\lambda\mu}R_{\alpha\beta;\lambda\mu}], \quad (4)$$

$$R_{\alpha\beta;\lambda\mu} = \langle E_{\alpha\beta}E_{\lambda\mu}\rangle - \langle E_{\alpha\beta}\rangle\langle E_{\lambda\mu}\rangle = \langle P;Z|E_{\alpha\beta}E_{\lambda\mu}|P;Z\rangle - \langle P;Z|E_{\alpha\beta}|P;Z\rangle\langle P;Z|E_{\lambda\mu}|P;Z\rangle.$$

Функции f в общем случае имеют достаточно громоздкий вид; в отличие от σ_j^{kQ} (Z; t) они существенным образом зависят от параметров α_j. Методика вычисления средних $\langle E_{\alpha\beta}\rangle$, $\langle E_{\alpha\beta}E_{\lambda\mu}\rangle$ в ОКС SU(n) развита в работах /9, 10/. Из (3, 4) следует, что значения дисперсий σ_j^{kQ} квадратур a_j^k определяются параметрами состояния "вещества", следовательно, приготовляя атомную подсистему соответствующим образом, можно варьировать статистические характеристики избранной моды поля.

В качестве иллюстрации рассмотрим простейший вариант – N-частичную двухуровневую систему, взаимодействующую с m модами бозонного поля, Используя параметризацию ОКС SU(2), приведенную в /10/, получим следующие выражения для дисперсий:

$$\sigma_j^1(\Theta,\varphi;t) = (1/4)\left\{1 + 2|g^j|(\epsilon - \omega_j/2)^{-2}\sin^2(\epsilon - \omega_j/2)t\,[R_{21;12} - |R_{12;12}|\cos(2\varphi\arg(g^j))]\right\}, \quad (5а)$$

$$\sigma_j^2(\Theta,\varphi;t) = (1/4)\left\{1 + 2|g^j|(\epsilon - \omega_j/2)^{-2}\sin^2(c - \omega_j/2)t\,[R_{21;12} + |R_{12;12}|\cos(2\varphi\arg(g^j))]\right\} \quad (5б)$$

где $$R_{21;\,12} = \sum_m \frac{N!}{(\frac{N}{2}+m-1)!\,(\frac{N}{2}-m)!} \sin^{N+2m}(\frac{\Theta}{2}) \cos^{N-2m}(\frac{\Theta}{2}) \Big\{ 1 + \frac{N}{2} - m -$$

$$- \sum_l \frac{N!}{(\frac{N}{2}+l-1)!\,(\frac{N}{2}-l)!} \sin^{N+2l-2}(\frac{\Theta}{2}) \cos^{N-2l+2}(\frac{\Theta}{2}) \Big\};$$

$$|R_{12;\,12}| = \sum_m \frac{N!}{(\frac{N}{2}-m)!\,(\frac{N}{2}+m-2)!} \sin^{N+2m-2}(\frac{\Theta}{2}) \cos^{N-2m+2}(\frac{\Theta}{2}) \Big\{ 1 -$$

$$- \sum_l \frac{N!}{(\frac{N}{2}+m-1)\,(\frac{N}{2}+l-1)!\,(\frac{N}{2}-l)!} \sin^{N+2l}(\frac{\Theta}{2}) \cos^{N-2l}(\frac{\Theta}{2}) \Big\};$$

Θ, φ – параметры ОКС /10/. При $\varphi = (\pi/\arg(g^j))\,n$; ($n = 0, 1, 2, ...$) и подходящем выборе параметра Θ (чтобы $R_{21;\,12} + |R_{12;\,12}| < 0$) в данной системе можно реализовать, например, "сжатие" по квадратуре a^2_j, а при $\varphi = (\pi/\arg(g^j))\,(2n+1)$ – по квадратуре a^1_j.

Полученные общие выражения (3), (4) позволяют рассчитывать во втором порядке теории возмущений статистические характеристики поля, взаимодействие которого с веществом задается гамильтонианом (1), исходя из конкретных начальных значений параметров состояний атомной подсистемы. Отметим также, что аналогичным способом могут быть получены выражения для расчета вероятностей протекания процесса во втором порядке теории возмущений, а также оценок погрешностей, возникающих при отбрасывании членов высших порядков разложения Т-экспоненты (2).

Кроме того, хотя рассмотренный здесь "точечный" случай содержит основные черты более общей модели, тем не менее, с точки зрения практических приложений весьма актуальной является задача расчета характеристик поля, взаимодействующего с "протяженным" веществом, т. е. при

$$H_{вз} = \sum_{j=1}^{N} \sum_{s=1}^{m} \sum_{\lambda>\mu} (g^{s;\,j}_{\lambda\mu}\, a_s E^{(j)}_{\lambda\mu} + э.\,с.) \text{ в } (1).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Перина Я. Квантовая статистика линейных и нелинейных оптических явлений. М., Мир, 1987.
2. Смирнов Д.Ф., Трошин А.С. УФН, 153, 233 (1987).
3. Walls D.F. Nature, 306, 141 (1983); 324, 210 (1986).
4. Yurke B., Slusher R.E. Opt. News., 13, 6, (1987).
5. Barnett S.M. and Dupertuis M.-A. J. Opt. Soc. Am., B4, 505 (1987).
6. Bogolubov N.N., Jr., Shumovsky A.S., Quang T. Opt. Commun., 64, 351 (1987).
7. Bogolubov N.N., Jr., Shumovsky A.S., Quang T. Phys. Lett. A118, 315 (1986).
8. Карасев В.П., Шелепин Л.А. Труды ФИАН, 144, 124 (1984).
9. Карасев В.П., Шелепин Л.А. ТМФ, 45, 54 (1980).
10. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А. Кооперативные явления в оптике. М., Наука, 1988.

Поступила в редакцию 20 июля 1988 г.