

О СПЕКТРЕ КОЛЕБАНИЙ ТОНКОСТЕННОГО ТРУБЧАТОГО ПЛАЗМЕННОГО ЦИЛИНДРА, ВОЗБУЖДАЕМОГО РЭП В ВОЛНОВОДЕ

А.А. Рухадзе, И.А. Селиванов, А.Г. Шкварунец

Приведены результаты численного анализа спектра частот электромагнитных колебаний тонкостенного трубчатого плазменного цилиндра, возбуждаемого релятивистским электронным пучком в круглом металлическом волноводе, при условии черенковского резонанса при произвольной напряженности продольного внешнего магнитного поля.

* В работе /1/ показано, что спектр частот тонкостенного трубчатого плазменного цилиндра в пределе бесконечно сильного продольного магнитного поля по виду совпадает со спектром волновода, полностью заполненного плазмой /2/; отличие состоит лишь в численном значении величины поперечного волнового вектора. В работе /3/ проведен качественный анализ спектра частот электромагнитных колебаний полностью заполненного плазмой волновода, возбуждаемого РЭП, в конечном, но сильном продольном магнитном поле. Обнаружено наличие двух ветвей спектра колебаний — высокочастотной и низкочастотной — при плотностях плазмы, превышающих некоторое критическое значение, пропорциональное напряженности внешнего магнитного поля. В пределе бесконечной напряженности магнитного поля это критическое значение также стремится к бесконечности, и мы имеем только одну ветвь колебаний, возбуждаемых пучком.

В настоящем сообщении приведены результаты анализа возбуждаемых РЭП спектров колебаний для случая тонкостенного трубчатого плазменного цилиндра в круглом металлическом волноводе при произвольной напряженности продольного внешнего магнитного поля. В этом пределе решения уравнений Максвелла во внешней и внутренней вакуумных областях коаксиального плазменного волновода сшиваются между собой на поверхности самого трубчатого тонкостенного плазменного цилиндра. Для случая аксиально-симметричных мод колебаний ($l = 0$) эти граничные условия записываются в виде:

$$[E_{\varphi}]_{r=r_p} = [E_z]_{r=r_p} = 0,$$

$$\int_{\Delta} E_r \delta \epsilon_{\perp} dr + ig \Delta E_{\varphi}(r_p) = 0, \quad [B_{\varphi}] = -i(\omega/c) \delta \epsilon_{\parallel} E_{\varphi}(r_p),$$

$$[B_z]_{r=r_p} = i(\omega/c) (\Delta \delta \epsilon_{\perp} E_{\varphi}(r_p) - i \int_{\Delta} g E_r dr),$$

где $[...]_{r=r_p}$ обозначает скачок на поверхности плазменного слоя, r_p — средний радиус трубчатого плазменного цилиндра, $\Delta \ll r_p$ — толщина плазменного слоя.

Решения уравнений Максвелла во внешней и внутренней, относительно слоя плазмы, вакуумных областях, соответственно имеют вид:

$$E_z = A_2 J_0(ikr) + B_2 N_0(ikr),$$

$$B_z = C_2 J_0(ikr) + D_2 N_0(ikr) \quad \text{при } r_p < r < R$$

и

$$E_z = A_1 J_0(ikr),$$

$$B_z = B_1 J_0(ikr) \quad \text{при } r < r_p,$$

где R – радиус круглого металлического волновода, на поверхности которого выполняется условие

$$E_z(R) = E_\varphi(R) = 0.$$

Представляет интерес спектр частот электромагнитных колебаний тонкостенного трубчатого плазменного цилиндра, возбуждаемый РЭП, при условии черенковского резонанса, когда $\omega = k_z u$, где u – скорость электронов пучка. В этом случае

$$\kappa^2 = k_z^2 - \omega^2/c^2 = \omega^2/u^2 \gamma^2,$$

где $\gamma^2 = (1 - u^2/c^2)^{-1/2}$ – релятивистский фактор; $\delta\epsilon_{\parallel} = -\omega_p^2/\omega^2$; $g = (\Omega/\omega)\delta\epsilon_{\perp} = -\omega_p^2\Omega/\omega(\omega^2 - \Omega^2)$; ω_p – плазменная частота; Ω – циклотронная частота для электронов плазменного слоя.

Сформулированная задача сводится к двум дисперсионным уравнениям:

для Е-волн

$$\omega_p^2 = \frac{\omega^2}{\kappa\Delta} \left[\frac{I_1(\kappa r_p)}{I_0(\kappa r_p)} + \frac{I_0(\kappa R)K_1(\kappa r_p) + I_1(\kappa r_p)K_0(\kappa R)}{I_0(\kappa R)K_0(\kappa r_p) - K_0(\kappa R)I_0(\kappa r_p)} \right], \quad (1)$$

для Н-волн

$$\omega_p^2 = \frac{\kappa c^2}{\Delta} \left[-\frac{I_0(\kappa r_p)}{I_1(\kappa r_p)} + \frac{I_1(\kappa R)K_0(\kappa r_p) + I_0(\kappa r_p)K_1(\kappa R)}{I_1(\kappa r_p)K_1(\kappa R) - I_1(\kappa R)K_1(\kappa r_p)} \right]. \quad (2)$$

Зависимости $\omega^2 = f(\omega_p^2)$, рассчитанные по формулам (1) и (2) для параметров пучка и плазмы, соответствующих экспериментальным условиям работы /4/ ($n_p = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $r_p \approx 7 \text{ мм}$, $\Delta \approx 1 \text{ мм}$, $R = 1,45 \text{ см}$, $u = 0,8 \text{ с} = 2,4 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$), приведены на рис. 1.

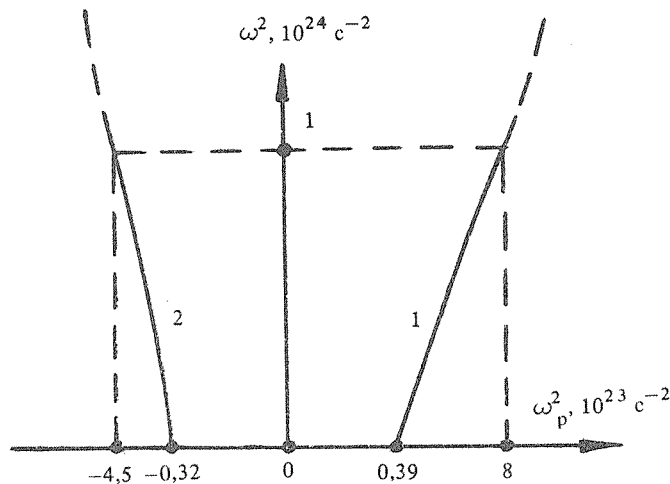


Рис. 1. Зависимости $\omega^2 = f(\omega_p^2)$ для колебаний Е-типа (1) и Н-типа (2) тонкостенного трубчатого плазменного цилиндра при условии черенковского резонанса (параметры, использованные в расчетах, соответствуют экспериментальным условиям /4/). Пунктиром изображены асимптотические пределы в высокочастотной области спектра ($\omega \gg u\gamma/R$).

Волны Е-типа могут возбуждаться РЭП только при плотности плазмы, превышающей некоторое критическое значение n_p^* ($\omega_p^{*2} = 3,9 \cdot 10^{22} \text{ с}^{-2}$). В низкочастотном пределе ($\omega \ll u\gamma/R$, ω_p) соотношение (1), описывающее Е-волну, переходит в

$$\omega^2 = (2\Delta/r_p)\omega_p^2 - 2u^2\gamma^2/r_p^2 \ln(R/r_p).$$

из которого можно получить выражение для критической плотности плазмы, при которой выполняется условие черенковского резонанса

$$\omega_p^{*2} = u^2 \gamma^2 / (\Delta r_p \ln(R/r_p)).$$

Последние два соотношения совпадают с выражениями, полученными в работе /1/.

При увеличении плотности плазмы наблюдается рост частоты генерации. Численный расчет уравнения (1) был ограничен $\omega_p^2 = 8 \cdot 10^{23} \text{ с}^{-2}$. В высокочастотном пределе ($\omega \gg u\gamma/R$) из (1) находим следующее выражение для частоты генерации $\omega \approx \omega_p^2 \Delta / 2u\gamma$. При заданной плотности плазмы релятивистским электронным пучком в плазменном коаксиальном волноводе ($\Delta \ll r_p$) при произвольном значении напряженности внешнего магнитного поля могут быть возбуждены только колебания Е-типа, причем, генерация возможна только на одной частоте.

Колебания Н-типа с помощью РЭП возбуждаться не могут. Это следует из того, что уравнение (2) имеет только отрицательные решения $\omega^2 < 0$ ($\omega_p^2 > 0$). Причем, в низкочастотном пределе колебания Н-типа описываются соотношением

$$\omega^2 = - (2u^2 \gamma^2 \Delta / r_p c^2) (\omega_p^2 + 2c^2 R^2 / \Delta r_p (R^2 - r_p^2)),$$

а в высокочастотном $|\omega| \cong -\omega_p^2 u\gamma \Delta / 2c^2$. В рассматриваемых условиях фазовые скорости колебаний Н-типа всегда больше скорости света c , и черенковское условие возбуждения ($\omega = k_z u$) для них не выполняется. Этот вывод качественно отличается от вывода работы /3/, в которой показано, что в полностью заполненном плазмой волноводе ($r_p = R$) при достаточно больших плотностях плазмы наряду с Е-волной возможно возбуждение также и волны Н-типа, т.е. при заданной n_p возможна генерация на двух частотах.

Спектры Е- и Н-волн, определяемые (1) и (2), не зависят от напряженности внешнего магнитного поля. Это является следствием предположения о бесконечно малой толщине плазменного слоя ($\Delta \ll r_p$), которое означает выполнение следующих неравенств: $\Delta \ll (c/\omega_p) (1; \Omega R/\omega_p r_p)$. Для экспериментальных условий работы /4/: $n_p = 10^{13} \text{ см}^{-3}$, $r_p \approx 7 \text{ мм}$, $\Delta \approx 1 \text{ мм}$, $R = 1,45 \text{ см}$, $u = 2,4 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ и для минимального значения напряженности внешнего магнитного поля $H = 8 \text{ кЭ}$; когда существовала черенковская генерация СВЧ излучения последние два неравенства дают $\Delta \ll 1,7 \text{ мм}; 2,9 \text{ мм}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузелев М. В., Мухаметзянов Ф. Х., Шкварунец А. Г. Физика плазмы, 9, 1137 (1983).
2. Богданкевич Л. С., Кузелев М. В., Рухадзе А. А. УФН, 133, 3 (1981).
3. Гусева Г. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 10, 35 (1988).
4. Кузелев М. В. и др. ЖЭТФ, 83, 1353 (1982); ДАН СССР, 267, 829 (1983).

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 22 июля 1988 г.