УДК 538.115

# НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА СПИНОВЫХ ВИХРЕЙ В АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ

А. К. Звездин

*Исследована динамика магнитных вихрей – линий Блоха – в антиферромагнитных кристаллах. Вычислены гироскопическая сила, сила вязкого торможения, которая является существенно нелинейной функцией скорости, изменение профиля доменной границы, индуцированное движущимся вихрем, зависимость скорости вихря от скорости доменной границы, в которой локализован вихрь.*

Магнитным вихрям в ферромагнетиках и антиферромагнетиках посвящено большое число теоретических работ (см.[1 – 8] и цитируемую там литературу), однако практически отсутствуют прямые экспериментальные наблюдения таких объектов.

Исключением являются так называемые линии Блоха в доменных границах. Линии Блоха разделяют между собой участки доменной границы (субдомены), обладающие различным направлением разворота спинов. С топологической точки зрения линии Блоха несомненно являются вихрями с определенным топологическим зарядом $Q$ и, очевидно, их динамические свойства отражают главную особенность кинематики вихря – снос вихря в перпендикулярном направлении относительно вектора скорости его поступательного движения. Это свойство применительно к ферромагнетикам характеризуют введением так называемой гироскопической силы (см. по этому поводу [1]).

Очень интересными объектами для изучения динамики магнитных вихрей являются антиферромагнетики и слабые ферромагнетики. Дело в том, что динамика вихрей в ферромагнетиках (и ферримагнетиках) значительно осложняется магнитодипольными взаимодействиями, в то время как в антиферромагнетиках и слабых ферромагнетиках [7, 14] магнитодипольные взаимодействия отсутствуют или значительно ослаблены.

Другое важное достоинство антиферромагнетиков в обсуждаемом аспекте состоит в том, что они представляют собой систему, практически идеально описываемую при помощи так называемой "нелинейной $\sigma$-модели" [11, 9, 10]. "Нелинейная $\sigma$-модель" является одной из наиболее содержательных моделей статистической физики, в рамках которой были получены принципиальные результаты, относящиеся к различным разделам теории поля, физики твердого тела, жидких кристаллов, топологическим солитонам и дефектам и т.д.

В настоящей работе исследуется динамика магнитного вихря, локализованного в движущейся доменной границе. Вычислена его скорость в зависимости от скорости доменной границы и изменение профиля доменной границы, индуцированное вихрем.

Уравнения, описывающие динамику намагниченности в антиферромагнетике и слабом ферромагнетике могут быть получены из следующих выражений для лагранжиана $L$ и диссипативной функции Релея $R$ нелинейного поля $G(\mathbf{r}, t)$ ($\mathbf{G}$ – вектор антиферромагнетизма, $|\mathbf{G}| = 1$) [9, 10]:

$$L = \frac{1}{2}\frac{\chi_\perp}{\gamma^2}\dot{\mathbf{G}}^2 - \frac{\chi_\perp}{2}\left(\mathbf{H}_t\left[\mathbf{G}, \dot{\mathbf{G}}\right]\right) - F, \tag{1}$$

$$R = \alpha\frac{M_0}{2\gamma}\dot{\mathbf{G}}^2, \tag{2}$$

где $\chi_\perp$, $\gamma$, $M_0$ – поперечная восприимчивость, гиромагнитное отношение и намагниченность подрешетки; $\mathbf{H}_t = \mathbf{H} + \mathbf{H}_D$, $\mathbf{H}$ – напряженность внешнего поля, $\mathbf{H}_D$ – поле Дзялошинского, $\alpha$ – безразмерная константа затухания, $F$ – свободная энергия.

Во многих случаях вектор антиферромагнетизма переориентируется в определенной кристаллографической плоскости, так что вектор $\mathbf{G}$ может быть определен при помощи одной угловой переменной. В этом случае

$$G_x = \cos\varphi, \; G_y = \sin\varphi, \; G_z = 0, \tag{3}$$

и лагранжиан и функция Релея принимают вид

$$L = \frac{\chi_\perp}{2\gamma^2}\dot{\varphi}^2 - A(\nabla\varphi)^2 - K\sin^2\varphi + M_s H\cos\varphi - \frac{\chi_\perp}{\gamma}H_{tz}\dot{\varphi}, \tag{4}$$

$$R = \frac{\alpha M_0}{2\gamma}\dot{\varphi}^2. \tag{5}$$

Здесь $A$ – константа неоднородного обмена (обменная жесткость), $K$ – константа анизотропии в плоскости $xy$, $M_s$ – намагниченность насыщения (возникающая под влиянием взаимодействия Дзялошинского).

Уравнения Эйлера – Лагранжа рассматриваемой системы имеют вид [11, 10, 12]

$$\ddot{\varphi} - c^2\nabla^2\varphi - \frac{\omega_E\omega_1}{2}\sin 2\varphi + \omega_E\omega_Z\sin\varphi = \gamma\dot{H}_z - \alpha\omega_E\dot{\varphi}, \tag{6}$$

где $c^2 = \gamma^2 A\chi_{\perp}^{-1} = \gamma A\omega_E M_0^{-1}$,

$$\omega_E = \gamma M_0\chi_{\perp}^{-1},\ \omega_1 = \gamma 2K_1 M_0^{-1},\ \omega_z = \gamma H_z M_s M_0^{-1}.$$

При $H_z = 0$ уравнение "double Sine – Gordon" (6) имеет точное одномерное решение [11, 12]:

$$\mathrm{tg}\frac{\varphi}{4} = e^{\eta}\frac{\xi - q}{\Delta}, \tag{7}$$

$$\Delta(u) = \Delta_0\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{1/2},\ \eta = \pm 1, \tag{8}$$

$$\Delta_0 = \left(\frac{A}{K_1}\right)^{1/2},\ u = \mu H_z\left(1 + \left(\frac{\mu H_z}{c}\right)^2\right)^{-1/2}, \tag{9}$$

$$\mu = \frac{\gamma}{2}\Delta M_s M_0^{-1}.$$

Решение (7) описывает уединенную волну – солитон (кинк), движущийся с постоянной скоростью $u$ в диссипативной среде под влиянием внешней силы, $\xi$ – координата в направлении, совпадающем с вектором скорости солитона. С физической точки зрения этот солитон представляет собой движущуюся доменную границу, разделяющую области с произвольной ориентацией вектора антиферромагнетизма ($\varphi = 0, \pi$). Характерной особенностью этого решения является "вырождение": $\eta = \pm 1$, т.е. вырождение по направлению разворота спинов (по часовой стрелке или против) в солитоне.

Непосредственным следствием вырождения является возможность существования неоднородных в поперечном направлении доменных границ с областями, отличающимися направлением разворота спинов и линий, разделяющих эти области – линий Блоха.

Рассмотрим простейшую ситуацию с одной линией Блоха: ($\eta = +1$ для $x > x_0$ и $\eta = -1$ для $x < x_0$, $x$ – координата вдоль доменной границы, $x_0$ – координата центра линии Блоха). Легко убедиться, что распределение вектора антиферромагнетизма G вокруг линии Блоха соответствует вихрю.

Если исключить из $3D$-пространства множество (плоскость) $x = x_0$, то легко убедиться непосредственной подстановкой, что функция $\varphi(x, y)$, определяемая уравнением (7) и

$$\eta(x) = \begin{cases} 1, & x > x_0 \\ -1, & x < x_0, \end{cases} \tag{10}$$

удовлетворяет уравнению (6) всюду за исключением множества $x = x_0$. Заметим, что $x_0$, вообще говоря, может зависеть от $t$.

Рассмотрим динамику такого образования. Для этого мы перейдем к сокращенному (редуцированному) описанию изучаемой нелинейной волны, в котором этот объект (доменная граница с линией Блоха) рассматривается как двумерная поверхность (мембрана), разделяющая области в трехмерном пространстве с противоположными направлениями вектора антиферромагнетизма. Эта поверхность определяется уравнением $q = q(x, y, z, t)$, где $q$ – координата центра доменной границы, и координатой центра линии Блоха, заданной на поверхности: $x_0 = x_0(t)$.

Мы полагаем, что в положении равновесия поверхность $q = q(\mathbf{r})$ параллельна плоскости $y = 0$. Уравнение для $q(\mathbf{r}, t)$ может быть получено как уравнение медленного изменения адиабатического инварианта нелинейного поля $\varphi(\mathbf{r}, t)$, т.е. действия поля, которое имеет в данном случае смысл импульса поля.

Адиабатический инвариант может быть определен следующим образом [13, 7]:

$$P = \int \mathcal{P} d\varphi = -\int \frac{\partial L}{\partial \varphi} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} d\xi, \tag{11}$$

где $\mathcal{P}$ – плотность импульса поля, $\xi = y - q(\mathbf{r}, t)$ – быстрая переменная и $q$ медленно изменяется как функция $t$ и $\mathbf{r}$. При $H_z \to 0$ и $\alpha = 0$ функция $\varphi(\xi, t)$ определяется уравнением

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = \frac{1}{\Delta(\dot{q}, \nabla_\perp q)} \sin \varphi, \tag{12}$$

где $\Delta(\dot{q}, \nabla_\perp q) = \Delta_0 \left[1 + (\nabla_\perp q)^2 - \frac{\dot{q}^2}{c^2}\right]^{1/2}$, $\nabla_\perp = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$.

Подставляя (12) в (11) и интегрируя по $\xi$, получаем

$$P = \frac{m_0 \dot{q}}{\left[1 - \frac{\dot{q}^2}{c^2} + (\nabla_\perp q)^2\right]^{1/2}} + \frac{\chi_\perp}{\gamma} H_{tz} \eta(x) Q \pi, \tag{13}$$

где

$$m_0 = \sigma_0 / c^2, \ \sigma_0 = 4(AK)^{1/2}. \tag{14}$$

Уравнение сохранения плотности действия имеет вид [13, 7]

$$\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial t} - div \Pi = \frac{\partial L}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}} \varphi'_y, \tag{15}$$

где плотность потока действия есть

$$\Pi_{x,z} = \left[\frac{\partial L}{\partial {\varphi'}_{x,z}}\right] \varphi'_y, \ \Pi_y = \left[\frac{\partial L}{\partial \varphi'_y}\right] \varphi'_y - L. \tag{16}$$

Подставляя (12) в (15) и интегрируя по быстрой переменной, получим

$$\frac{\partial(m\dot{q})}{\partial t} + \frac{m\dot{q}}{\tau} - \nabla_\perp \sigma \nabla_\perp q = 2M_s H(q) - \frac{\chi_\perp}{\gamma} H_{tz} 2\pi Q \dot{x}_0 \delta(x - x_0), \tag{17}$$

где $\tau^{-1} = \alpha\omega_E$, $\sigma = mc^2 = m_0 c^2 \left(1 + (\nabla_\perp q)^2 - \frac{\dot{q}^2}{c^2}\right)^{-1/2}$, $Q$ – топологический заряд магнитного вихря.

Уравнению (17) можно поставить в соответствие следующие лагранжиан и диссипативную функцию Релея:

$$\mathcal{L} = L_0(q, \dot{q}, \nabla_\perp q) - \frac{\chi_\perp}{\gamma} H_{tz} Q \pi \dot{q} \eta(x - x_0(t)), \tag{18}$$

$$L_0 = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \left(\frac{\dot{q}}{c}\right)^2 + (\nabla_\perp q)^2}, \tag{19}$$

$$R = \frac{m\dot{q}^2}{2r}, \tag{20}$$

где $\eta(x)$ определяется уравнением (10).

Рассмотрим движение доменной границы с постоянной скоростью $u$. В этом случае $q = q_1(x - ut) + ut$ и уравнение (17) принимает вид (при $|\dot{q}_1| << c$)

$$\frac{m_\perp \dot{q}_1}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2} \tau} - \sigma q_1'' = -2M_s H' q - \frac{\chi_\perp H_{tz}}{\gamma} 2\pi Q \dot{x}_0 \delta(x - x_0), \tag{21}$$

и его решение можно представить в виде

$$q_1 = q_0 \begin{cases} e^{-\lambda_+(x - x_0)}, & x > x_0 \\ e^{-\lambda_-(x - x_0)}, & x < x_0, \end{cases} \tag{22}$$

где

$$\lambda_\pm = \pm\left(\frac{2M_s H'}{\sigma} + \left(\frac{m_\perp \dot{x}_0}{2\pi\sigma}\right)^2\right)^{1/2} - \frac{m_\perp \dot{x}_0}{2\tau\sigma}, \quad m_\pm = m_0 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-3/2}. \tag{23}$$

Из уравнения (21) следует также, что

$$-\sigma(q_+' - q_-')_{x = x_0} = -\frac{\chi_\perp H_{tz}}{\gamma} 2\pi Q \dot{x}_0. \tag{24}$$

Используя (22) и (24), получим

$$q_0 = -\frac{\pi Q \chi_\perp H_{tz}}{\gamma} \frac{\dot{x}_0}{\left(2M_s H' \sigma + \left(\frac{m_\perp \dot{x}_0}{2\tau}\right)^2\right)^{1/2}}. \tag{25}$$

Следующим шагом является определение скорости сноса вихря $\dot{x}_0$, которую можно определить из уравнения сохранения компоненты импульса поля вдоль движущейся доменной границы:

$$\frac{\partial < \bar{L} >}{\partial x_0} = -\frac{\partial < \bar{R} >}{\partial \dot{x}_0}, \tag{26}$$

где $< A >= \int dsA$ и интегрирование ведется по площади доменной границы. Другими словами, она определяется из условия равенства гироскопической силы, действующей на вихрь в движущейся доменной границе, и силы трения, определяемой диссипативной функцией Релея (2).

Гироскопическая сила определяется как

$$F_g = \int \frac{\partial L}{\partial x_0} dS = \frac{2\pi\chi_\perp H_{tz}}{\gamma} Q\dot{q}, \tag{27}$$

длина образца в $z$-направлении принимается равной 1.

Силу трения естественно представить в виде суммы двух вкладов:

$$F_d = F_1 + F_2. \tag{28}$$

$F_1$ представляет собой "собственную" силу трения вихря; для ее вычисления необходимо знать распределение обоих углов $\Theta$ и $\varphi$ в вихре. В предположении, что $\Delta_L << \Delta$ ее можно оценить следующим образом:

$$F_1 \sim \frac{\alpha M_0}{\gamma} \dot{x}_0 Q \frac{\Delta}{\Delta_L}, \tag{29}$$

где $\Delta$, $\Delta_L$ – характерные толщины доменной границы и линии Блоха.

Сила трения $F_2$ возникает за счет прогиба доменной границы, индуцированного движущейся линией Блоха. Она равна

$$F_2 = \frac{1}{2\tau S} \int_{-\infty}^{\infty} dxdz \frac{\partial m\dot{q}^2}{\partial \dot{x}_0} = \frac{2m_\perp}{\tau} \dot{x}_0^3 Q^2 \frac{\chi_\perp^2 \pi^2 H_{tz}^2}{\gamma^2\sigma^2} \left(\frac{2M_s H'}{\sigma}\right)^{1/2}. \tag{30}$$

При интегрировании в (30) использованы формулы (22), (23), (25). Подставляя (27), (29), (30) в (26), получим уравнение для определения $\dot{x}_0$:

$$\frac{2\pi Q\chi_\perp H_z}{\gamma} Q\dot{q} = \frac{\alpha M_0}{\gamma} \dot{x}_0 Q \frac{\Delta}{\Delta_L} + \frac{m_\perp}{\tau} \dot{x}_0^3 Q^2 \frac{\pi^2 \chi_\perp^2 H_z^2}{\gamma^2\sigma^2} \left(\frac{2M_s H'}{\sigma}\right)^{1/2}. \tag{31}$$

Таким образом, формулы (22), (23), (25), (31) полностью решают поставленную задачу о равномерном движении вихря (линии Блоха) в движущейся доменной границе в антиферромагнитном кристалле.

Характерно, что второе слагаемое в правой части уравнения (31) пропорционально квадрату величины $Q$, поэтому при достаточно больших $Q$ первым слагаемым в левой части уравнения (31) можно пренебречь. В этом случае задача полностью решается в рамках редуцированной системы (18) – (20) без привлечения информации о внутренней структуре вихря.

Приведем некоторые численные оценки. Полагая $\dot{q} \leq 10^6\ см/с$, $M_0 \sim 10^3\ Э$, $M_s \sim 10\ Э$, $H_z \sim 10^3\ Э$, $\chi_\perp \sim 10^{-5}$, $H' \sim 10^4\ Э/см$, $\sigma \sim 1\ эрг/см^2$, $c = 2 \cdot 10^6\ см/с$, $\tau \sim 10^{-10}$–$10^{-11}\ с$, $Q \sim 10^2$–$10^3$, получим из (25), (31) $q_0 \sim 10^{-5}$–$10^{-4}\ см$, $\dot{x}_0 \sim 10^5$–$10^6\ см/с$. Приведенная оценка для $\lambda_{+-} \sim 10^3\ см^{-1}$ означает, что характерная длина доменной границы под влиянием движущегося вихря – порядка 10 *мкм* (см. [14]).

В заключение отметим, что рассмотренный подход к исследованию динамики вихря предполагает, что диаметр внутренней части вихря много меньше характерных размеров задачи – толщины стенки и прогиба доменной границы. В свою очередь это выполняется, если энергия магнитной анизотропии, характеризующая выход вектора аниферромагнетизма из плоскости $xy$, значительно превышает энергию магнитной анизотропии в плоскости $xy$.

Работа поддержана МНТП (проект 97-1071) и ФЦП "Интеграция" (проект К-0573).

## ЛИТЕРАТУРА


[1] Malozemof A. P. and Slonczewski J. C. Magnetic Domain Walls in Bubble Materieals, Academic, 1979.

[2] Косевич А. М., Иванов В. А., Ковалев А. С. Нелинейные волны намагниченности. Динамические и топологические солитоны. Киев, Наукова Думка, 1983.

[3] Ivanov V. A., Sheka D. D. Phys. Rev. Lett., **72**, 404 (1994).

[4] Ivanov V. A., Kolezhuk A. K. Phys. Rev. Lett., **74**, 1859 (1995).

[5] Ivanov V. A., Kolezhuk A. K., Wysin G. M. Phys. Rev. Lett., **76**, 511 (1996).

[6] Belavin A. A., Polyakov A. M. Письма в ЖЭТФ, **22**, 245 (1975).

[7] Четкин М. В., Звездин А. К., Гадецкий С. Н. и др. ЖЭТФ, **94**, 269 (1988).

[8] Звездин А. К., Попков А. Ф. ЖЭТФ, **91**, 1789 (1986).

[9] Андреев А. Ф., Марченко В. И. УФН, **130**, 39 (1980).

[10] Звездин А. К., Мухин А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 12, 3 (1981).

[11] Zvezdin A. K. Письма в ЖЭТФ, **29**, 605 (1979).

[12] Звездин А. К., Мухин А. А. ЖЭТФ, **102**, 577 (1992).

[13] Witham G. B. Linear and Nonlinear Waves, Wiley, 1974, p. 151.

[14] Четкин М. В. ЖЭТФ, 1999 (в печати).

[15] Звездин А. К., Попков А. Ф. Письма в ЖЭТФ, **39**, 348 (1984).

Институт общей физики РАН Поступила в редакцию 19 апреля 1999 г.