УДК 535.14

РЕЛАКСАЦИЯ ПРИ ОПТИЧЕСКОМ ДЕТЕКТИРОВАНИИ

В. П. Быков

В системе невозбужденных трехуровневых атомов, расположенной в нерезонансном лазерном поле, под влиянием слабого оптического сигнала возникает населенность на одном из возбужденных уровней, и атомы оказываются в резонансе с лазерным полем. Лазерное излучение интенсивно рассеивается, и возбуждаются невозбужденные прежде моды резонатора, в котором находятся атомы. Рассмотренная система обладает состояниями, особо чувствительными по отношению к внешним полям, и может стать основой чувствительных детекторов оптического излучения.

Проблема детектирования оптических сигналов оптическими же средствами впервые была поставлена, по-видимому, Н. Бломбергеном [1]. Однако серьезного развития эта идея не получила. Чувствительность схем прямого усиления оптических сигналов при их прохождении через усиливающую среду сильно ограничена шумами, обусловленными собственным спонтанным излучением усиливающей среды [2]. В работе [3] было показано, что отношение сигнал – шум может быть улучшено при использовании нелинейных детекторов излучения, в которых преобразование сигнала начинается с поглощательного перехода. В работах [4, 5, 6] было показано, что в традиционных приемниках излучения имеет место сильная кулоновская неустойчивость слабого электронного потока, возникающего в приемнике под действием детектируемого сигнала. Эта неустойчивость и приводит к всплескам тока, называемым обычно фотоотсчетами. Таким образом, фотоотсчеты являются шумами детектора. Это наводит на мысль использовать в детекторах не свободные электроны, а связанные в атомах, ионах или молекулах, где они хорошо стабилизированы сильным кулоновским полем ядер. Ниже с учетом фазовой релаксации в активной среде показано, что переход к связанным электронам приводит к повышению чувствительности детекторов.

Основу исследуемого детектора составляет система трехуровневых атомов. Предполагается, что эти атомы находятся в специально сконструированном оптическом резонаторе, в котором имеется резонансная, сигнальная мода на частоте ω перехода $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$, а также две резонансные моды на частоте Ω перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$. Эти моды вырождены по частоте и не связаны друг с другом. При этом одна из них (мода накачки) возбуждена, т.е. содержит сильное монохроматическое поле накачки, задаваемое внешним источником. Вторая мода предназначена для возбуждения выходного сигнала – в дальнейшем она называется выходной. В начальном состоянии, т.е. до прихода сигнала, она не возбуждена и никаких полей не содержит.

Принцип действия приемника заключается в следующем. До прихода сигнала в сигнальную моду атом, не будучи в резонансе с полем накачки и практически с ним не взаимодействуя, остается в состоянии $|0\rangle$. После прихода сигнала на частоте ω на уровне $|1\rangle$ появляется некоторая населенность. При этом под действием сильного поля накачки начинаются переходы между уровнями $|1\rangle$ и $|2\rangle$ и возникает осциллирующий дипольный момент на частоте Ω, который возбуждает поле в выходной моде. Задача состоит в том, чтобы показать, что выходной сигнал может быть существенно больше входного. Кроме того необходимо определить характерное время нарастания выходного сигнала. Исследование проводится в так называемом полуклассическом приближении, когда процессы в атомах исследуются в рамках квантовой механики, в то время как все поля считаются классическими.

Основная задача данного исследования заключается в определении величины сигнала на выходе детектора при заданном входном сигнале. Иными словами, требуется определить амплитуду поля в выходной моде.

Поля в резонаторе при кулоновской калибровке описываются уравнениями

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c}\vec{j}_c, \quad \mathrm{div\,grad}U = -4\pi\rho, \tag{1}$$

где $\vec{j}_c = \vec{j} - \frac{1}{4\pi}\,\mathrm{grad}\,\frac{\partial U}{\partial t}$ – вихревой ток. В резонаторе имеется набор мод $\vec{v}(\vec{r})$, подчиняющихся уравнениям $\Delta\vec{v} + k^2\vec{v} = 0$, $\mathrm{div}\,\vec{v} = 0$, необходимым граничным условиям и ортонормированных, $\int d\vec{r}\vec{v}_k(\vec{r})\vec{v}_l(\vec{r}) = \delta_{kl}$.

Первое из уравнений (1) домножим на распределение $\vec{v}_0(\vec{r})$, соответствующее выходной моде, и проинтегрируем по объему резонатора. Далее, дважды интегрируя по частям, получим $U(t) + \Omega^2 U(t) = 4\pi c j(t)$, где

$$U(t) = \int d\vec{r}\vec{v}_0(\vec{r})\vec{A}(\vec{r},t), \;\; j(t) = \int d\vec{r}\vec{v}_0(\vec{r})\vec{j}_c(\vec{r},t), \tag{2}$$

и Ω – собственная частота моды. Можно показать, что часть интеграла $j(t)$, содержащая $\mathrm{grad}U(\vec{r})$, равна нулю; поэтому в определении $j(t)$ фактически можно использовать полный ток, а не вихревой.

Далее амплитуду поля $U(t)$ будем считать медленно меняющейся функцией времени и выделим в ней отрицательно-частотную часть $U^{(-)}(t) = u(t)e^{-i\Omega t}$. Тогда, пренебрегая второй производной амплитуды $u(t)$ по времени, приводим уравнение возбуждения выходной моды к следующему виду

$$u(t) = \frac{2\pi ic}{\Omega}j'(t), \tag{3}$$

где $j'(t)$ – амплитуда отрицательно частотной части тока $j(t)$. Ток, возбуждающий выходную моду, складывается из элементарных токов отдельных атомов, взаимодействующих с тремя полями.

Состояние трехуровневых атомов, взаимодействующих с полями трех мод, будем описывать матрицей плотности

$$\rho = \rho_0|0\rangle\langle 0| + \rho_{01}|0\rangle\langle 1| + \rho_{02}|0\rangle\langle 2| +$$
$$+ \rho_{10}|1\rangle\langle 0| + \rho_1|1\rangle\langle 1| + \rho_{12}|1\rangle\langle 2| + \rho_{20}|2\rangle\langle 0| + \rho_{21}|2\rangle\langle 1| + \rho_2|2\rangle\langle 2|, \tag{4}$$

поскольку далее предполагается принять во внимание фазовую (т.е. поперечную) релаксацию. В отсутствие релаксации матрица плотности подчиняется уравнению

$$\partial\rho/\partial t = -i[W_i; \rho], \tag{5}$$

где

$$W_i(t) = [\varsigma(t)|2\rangle\langle 1| + \varsigma^*(t)|1\rangle\langle 2|] + [\beta|1\rangle\langle 0| + \beta^*|0\rangle\langle 1|], \tag{6}$$

$$\varsigma(t) = \alpha + \gamma(t), \;\; \alpha = -ie\Omega ur/\hbar c, \;\; \beta = -ie\omega u_i r_i/\hbar c, \;\; \gamma(t) = -ie\Omega u_0(t)r_0/\hbar c, \tag{7}$$

– величины, описывающие взаимодействия атома с модами поля, $u, u_i, u_0(t)$ – отрицательно-частотные амплитуды векторного потенциала, соответственно, мод накачки, сигнала и выходной,

$$r = \vec{v}(0)\vec{r}_{21}, \ r_i = \vec{v}_i(0)\vec{r}_{10}, \ r_0 = \vec{v}_0(0)\vec{r}_{21} \tag{8}$$

– проекции матричных элементов координаты электрона $\vec{r}$ на амплитуды $\vec{v}, \vec{v}_i, \vec{v}_0$ нормированных мод накачки, сигнала и выходной в месте расположения атома, т.е. в начале координат (вследствие нормированности моды, где $v^2 \cong 1/V$ и V – объем моды). Величины, относящиеся к моде накачки, не несут никакого индекса, величины же, относящиеся к сигнальной и выходной модам, отмечены индексами $i\,(in)$ и $o\,(out)$.

При приеме сигналов важную роль играет время фазовой релаксации T, т.е. время когерентного взаимодействия атома с полем. При больших временах фазовой релаксации весь прием сигнала (импульсного) может произойти за время τ, меньшее T. Этот случай рассмотрен в [7]. При коротких же временах фазовой релаксации время приема сигнала τ может быть больше T. Фазовую релаксацию учтем как обычно, сшивая решения на отдельных когерентных интервалах, на которых релаксация несущественна. При этом в начале каждого такого интервала будем полагать все недиагональные элементы матрицы плотности активных атомов равными нулю, а все диагональные элементы – непрерывными при переходе от интервала к интервалу. Иными словами, фазовую релаксацию сосредоточим на бесконечно малом временном интервале между отдельными когерентыми интервалами. Отметим также, что фазовой релаксации подвержены лишь активные атомы, но не поля. Времена релаксации для полей предполагаются существенно большими, чем все характерные времена рассматриваемой задачи. Исследуем в связи с этим решение уравнения (5) при ненулевых начальных диагональных элементах $\rho_0(0) = \bar{\rho}_0 \neq 0, \ \rho_1(0) = \bar{\rho}_1 \neq 0, \ \rho_2(0) = \bar{\rho}_2 \neq 0$, считая, что они изменяются мало на когерентном временном интервале. Тогда

$$\rho_{12}(t) = -i\varsigma^*(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t, \ \ \rho_{01}(t) = -i\beta^*(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0)t \tag{9}$$

$$\Delta\bar{\rho}_1 = -|\beta|^2(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0)t^2 + |\bar{\varsigma}|^2(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t^2,$$

$$\Delta\bar{\rho}_2 = -|\bar{\varsigma}|^2(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t^2, \ \Delta\rho_0 = -|\beta|^2(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0)t^2, \tag{10}$$

где чертой отмечены величины, практически постоянные на когерентном интервале и медленно изменяющиеся на интервалах времени, много больших характерного времени когерентности T. Для диагональных элементов матрицы плотности можно ввести так называемые медленные или сглаженные производные

$$\frac{d\bar{\rho}_0}{dt} = |\beta|^2 T(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0), \quad \frac{d\bar{\rho}_2}{dt} = -|\bar{\varsigma}(t)|^2 T(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1),$$

$$\frac{d\bar{\rho}_1}{dt} = -|\beta|^2 T(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0) + |\bar{\varsigma}(t)|^2 T(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1). \tag{11}$$

Среднее значение тока перехода $|1\rangle \leftrightarrow |2\rangle$ равно

$$\langle \vec{j}(\vec{r}, t)\rangle = \frac{e}{m}(\langle 2|\vec{p}\delta(\vec{r} - \vec{q})|1\rangle)\rho_{12}(t)e^{i\Omega t} + к.с. \tag{12}$$

Следовательно, для определения тока, возбуждающего выходную моду, единственным важным элементом матрицы плотности является $\rho_{12}(t)$. Интегрируя (12) по $\vec{r}$ в соответствии с (2) и суммируя токи по всем атомам, получаем

$$j'(t) = en\Omega r_0^* \bar{\varsigma}(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)t. \tag{13}$$

Соответственно, приращение отрицательно-частотной части амплитуды поля на когерентном интервале, согласно (3) и (13), равно $\Delta u = i\pi necr_0^*\bar{\varsigma}(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2)T^2$. Домножим это соотношение на $-ie\Omega r_0/\hbar c$, чтобы перейти к γ, и введем для γ сглаженную производную $\gamma(t) = S(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)(\alpha + \gamma(t))$, где

$$S = \pi\epsilon|r_0|^2 c\Omega T n \ (\epsilon = e^2/\hbar c). \tag{14}$$

Учитывая, что $\alpha = \text{const}$, приходим к уравнению

$$\bar{\varsigma}(t) = S(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1)\bar{\varsigma}. \tag{15}$$

Таким образом, для $\bar{\varsigma}$ получаем выражение

$$\bar{\varsigma}(t) = \bar{\varsigma}_0 \exp\left[-S\int_{t'}^{t''} dt_1(\bar{\rho}_1(t_1) - \bar{\rho}_2(t_1))\right]. \tag{16}$$

Заметим, что интеграл в (16) можно распространить на интервал времени от момента поступления сигнала в систему и до текущего момента времени, так как показатели экспонент в (16) от отдельных когерентных интервалов аддитивны

$$\bar{\varsigma}(t) = \alpha \exp\left[-S\int_0^t dt_1(\bar{\rho}_1(t_1) - \bar{\rho}_2(t_1))\right]. \tag{17}$$

Следовательно,

$$\gamma(t) = -\alpha \left\{ 1 - \exp\left[S \int_0^t dt_1 (\bar{\rho}_2(t_1) - \bar{\rho}_1(t_1)) \right] \right\}. \tag{18}$$

Теперь систему (11) можно представить в виде

$$\frac{d\bar{\rho}_0}{dt} = B(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0), \quad \frac{d\bar{\rho}_2}{dt} = -AZ(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1), \quad \frac{d\rho_1}{dt} = -B(\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_0) + AZ(\bar{\rho}_2 - \bar{\rho}_1), \tag{19}$$

$$B = |\beta|^2 T, \; A = |\alpha|^2 T, \; Z = |\bar{\varsigma}|^2 T. \tag{20}$$

Величины A и B имеют размерность c^{-1}, и равны, соответственно,

$$A = 2\pi\epsilon |r|^2 N c \Omega T, \; B = 2\pi\epsilon |r_i|^2 N_i c\omega T, \tag{21}$$

где N и N_i – числа фотонов, соответственно, в моде накачки и сигнальной. Величина $Z(t)$, равная $Z(t) = \exp\left[-2S \int_0^t dt_1 (\bar{\rho}_1(t_1) - \bar{\rho}_2(t_1)) \right]$, согласно (18) является мерой возбуждения выходной моды. При $Z = 0$ выходная мода оказывается возбужденной до уровня моды накачки.

Как видно из уравнений (19), развитие $Z(t)$ со временем определяется параметрами A, B и S. Поэтому для дальнейшего важно знать их примерные значения для практически реализуемых сред. Отметим, что параметры A и B пропорциональны числам фотонов, соответственно, в моде накачки и сигнальной и в условиях эксперимента могут несколько меняться. Положим число фотонов в моде накачки равным 10, это число не должно быть слишком большим, чтобы не вызвать сильных нелинейных нерезонансных явлений в среде. Число фотонов в сигнальной моде положим равным 10^{-6}, чтобы продемонстрировать высокую чувствительность рассматриваемого устройства.

Параметр S пропорционален числу активных атомов в среде, заполняющей резонатор; в условиях эксперимента он является заданной величиной. Далее, для оценок полагаем, что активной средой является гранат с неодимом [8], в котором плотность активных ионов составляет $\cong 2 \cdot 10^{19}$ *ионов*$/$*см*^{3} и $|r_{21}|^2 \cong 2 \cdot 10^{-19}$ *см*^{2}. Объем всех трех мод положим примерно одинаковым и равным $\cong 10^3 \lambda^3 \cong 10^{-19}$ *см*^{3}. В этом случае параметры A, B и S оказываются равными $A \cong 5 \cdot 10^3\, c^{-1}$, $B \cong 5 \cdot 10^{-4}\, c^{-1}$, $S \cong 5 \cdot 10^{13}\, c^{-1}$. Учитывая эти значения, можно убедиться, что в уравнениях (19) достаточно учесть лишь начальный этап, когда члены, содержащие $Z(t)$, не существенны. В этом случае $\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_2 \cong Bt$ и $Z(t) \cong \exp(-SBt^2)$.

Таким образом, $Z(t)$ уменьшается по гауссову закону с характерным временем $\tau = 1/\sqrt{SB/2} \cong 5 \cdot 10^{-6}$ c; за это время величина $\bar{\rho}_1$ изменится лишь примерно на 10^{-7}.

Следовательно, под влиянием слабого сигнала уровень возбуждения выходной моды за время τ достигает уровня возбуждения моды накачки. Это означает, что в присутствии релаксации процесс детектирования происходит примерно так же, как и в ее отсутствие [7]. Времена же реагирования детектора на сигнал при наличии релаксации несколько больше, чем при ее отсутствии, что, впрочем, вполне естественно.

Таким образом, представленная в работе возможная схема детектирования оптических сигналов лазерными средствами устойчива по отношению к процессам фазовой релаксации в среде. Показано, что подобные схемы могут оказаться весьма чувствительными.

Автор признателен А. М. Прохорову и И. В. Пряникову за обсуждение результатов. Работа поддержана грантом РФИИ N 95–02–03929.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Bloembergen N. Phys. Rev. Lett., **2**(3), 84 (1959).

[2] Карлов Н. В., Маненков А. А. Квантовые усилители, М., 1966 г., с. 334, Итоги науки. Радиофизика.

[3] Быков В. П., Дубрович В. К. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 9, 11 (1989).

[4] Быков В. П., Герасимов А. В. ДАН, **38**, 50 (1993).

[5] Быков В. П., Герасимов А. В., Турин В. О. УФН, **165**, 955 (1995).

[6] Bykov V. P., Gerasimov A. V., and Turin V. O. Am. Fond. Louisde Broglie, **20** (3), 331 (1995).

[7] Bykov V. P. Laser Physics, no. 4, 1999.

[8] Зверев Г. М., Голяев Ю. Д. Лазеры на кристаллах и их применение, М., Радио и связь, 1994.

Центр естественно-научных исследований
ИОФ РАН

Поступила в редакцию 25 мая 1999 г.