Краткие сообщения по физике № 6-1989 г.

УДК 530.145

О НЕКОТОРЫХ НЕКОВАРИАНТНЫХ КАЛИБРОВКАХ

С.Н. Карнаухов

Рассмотрена бездуховая нековариантная калибровка $\partial_\mu \kappa^{\mu\nu} A_\nu = 0$ в неабелевой калибровочной теории. При определенном выборе $\kappa_{\mu\nu}$ воспроизводятся аксиальная, кулоновская и лоренцовская калибровки. Вычислены однопетлевые константы перенормировки.

Нековариантные калибровки /1/ представляют интерес в неабелевых калибровочных теориях, так как некоторые из них позволяют избежать появления духов Фаддева – Попова. Однако в общем случае пропагатор довольно сложен: он содержит мнимую часть и несимметричен /2/. Бездуховые "калибровки потока" /3/ неудобны для вычислений. Другие известные бездуховые калибровки могут быть записаны в виде $\partial_\mu \kappa^{\mu\nu} A_\nu = 0$, где различный выбор κ отвечает различным калибровкам: rank $\kappa = 1$ – аксиальной, rank $\kappa = 3$ – кулоновской, а rank $\kappa = 4$ – калибровке, предложенной Тютиным /4/.

Рассмотрим однопетлевые вычисления с произвольным κ. Лагранжиан Янга – Миллса в такой калибровке имеет вид

$$L = -\ (1/4)\, F^2_{\mu\nu} + \ (1/2\alpha)(\partial_\mu \kappa^{\mu\nu} A_\nu)^2. \tag{1}$$

Он приводит к функции распространения калибровочного поля

$$G^{ab}_{\mu\nu} = \frac{\delta^{ab}}{k^2}\left(\delta_{\mu\nu} - \frac{k_\mu \times \bar{k}_\nu}{\bar{k}^2} + \frac{k_\mu k_\nu}{\bar{k}^2}\right) + \frac{\alpha k_\mu k_\nu \delta^{ab}}{\bar{k}^4},$$

где использованы обозначения

$$\bar{k}_\mu = k_\nu \kappa_{\mu\nu};\ \ k^\mu_0 = k^\mu - \bar{k}^\mu;\ \ k_\mu \times p_\nu = k_\mu p_\nu + k_\nu p_\mu;\ \ \text{rank}\,\kappa = 2\omega;\ \text{rank}\,(I - \kappa) = 2\delta;\ \delta + \omega = 2 + \epsilon,\ \epsilon \to 0.$$

Применяя к лагранжиану (1) стандартную процедуру Фаддева – Попова, получаем правила Фейнмана для духов:

$$\text{пропагатор}\ \ G^{ab}(k) = \delta^{ab}/\bar{k}^2,$$

$$\text{вершина}\ \ V^{abc}_\mu = igf^{abc}\, \bar{k}_\mu\, \delta(k + p + q).$$

Вклад замкнутых духовых петель зануляется в размерной регуляризации.

Рассмотрим выражение для поляризационного оператора. После проведения комбинаторных выкладок получаем для сингулярной части выражения:

$$\Pi^{\text{div}}_{\mu\nu} = (\Pi^0_{\mu\nu} + \Pi^1_{\mu\nu} + \Pi^\alpha_{\mu\nu})C;\quad C = g^2 (2\pi)^{-4} C_2(G)\, \delta^{ab},$$

где

$$\Pi^0_{\mu\nu} = \int \frac{dk}{k^2 q^2}\,((9p^2 - 2(pk))\,\delta_{\mu\nu} + 8k_\mu k_\nu - 4p_\mu \times k_\nu - 2p_\mu p_\nu),$$

$$\Pi^1_{\mu\nu} = 2\int \frac{p^4\delta_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu p^2}{k^2 q^2 \bar{q}^2}\, dk + 2\int \frac{dk}{k^2 q^2 \bar{k}^2}\, k^0_\mu \times (p^2 k_\nu - p_\nu(pk)) +$$

$$+ 2\int \frac{dk}{k^2 q^2 \bar{q}^2}\, (2(\bar{p}\bar{q})\, q_\mu \times p_\nu - \bar{q}_\mu \times p_\nu(qp) + q_\mu \times \bar{q}_\nu p^2),$$

$$\Pi^a_{\mu\nu} = 2a\int \frac{p^4\delta_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu p^2}{k^2 \bar{q}^4}\, dk, \quad q = (p-k).$$

Таблица 1

*Интегралы, встречающиеся в тексте**

$$\int dk/k^2 q^2 = I = \pi^2[1/\epsilon + \ln\,(p^2/\mu^2) + \mathrm{const}];$$

$$\int dk/k^2 q^2 \bar{q}^2 = -\, I/p^2\,(1-\delta); \quad \int dk/\bar{k}^2 q^2 = I/(1-\delta);$$

$$\int dk\, k_\mu k_\nu / k^2 \bar{k}^2 \bar{q}^2 = [I/(1-\delta)]\,(\kappa_{\mu\nu}/2\omega - \iota_{\mu\nu}/2\delta);$$

$$\int dk\, k_\mu k_\nu / k^2 \bar{k}^2 q^2 = (\kappa_{\mu\nu}/2\omega + \iota_{\mu\nu}/2\,(1-\delta));$$

$$\int dk\, k_\mu k_\nu / k^2 \bar{k}^2 q^2 \bar{q}^2 = -\, p_\mu p_\nu I\,/\,(1-\delta) p^2 \bar{p}^2;$$

$$\int dk/k^2 \bar{k}^2 q^2 \bar{q}^2 = -\, 2I/(1-\delta) p^2 \bar{p}^2;$$

$$\omega + \delta = 2, \quad \iota_{\mu\nu} = \delta_{\mu\nu} - \kappa_{\mu\nu}$$

---

*При $\delta = 3/2$ интегралы из таблицы совпадают с соответствующими интегралами работ /8, 9/.

Пользуясь формулами табл. 1, имеем

$$\Pi_{\mu\nu} = [\,\frac{22}{3} - 2(\frac{1}{1-\delta} + \frac{1}{2-\delta})\,]\, C_\epsilon; \quad C_\epsilon = \frac{g^2}{16\pi^2}\, C_2(G)\, \frac{\delta^{ab}}{\epsilon}.$$

Отметим, что $\Pi_{\mu\nu}$ не зависит от a. При вычислениях /5, 6/ в калибровке Тютина $\delta \to 0$, $\omega \to 2$ результат зависит от порядка предельного перехода. В /5/ рассмотрен случай $\delta = O(\omega - 2)$, в /6/ – $(\delta + \omega - 2) = O(\delta, \omega - 2)$. Здесь же вычисления проводятся при $\delta + \omega - 2 = O(\delta, \omega - 2)$. $\Pi^a_{\mu\nu}$ зависит от характера предельного перехода.

Для аксиальной калибровки воспроизводится результат $Z_3 = (22/3)\, C_\epsilon$ /1, 8, 9/. При этом процедура вычислений соответствует размерной регуляризации дополнительных полюсов /9/, однако результат не зависит от прескрипции /2/, в частности, $\Pi_{\mu\nu}$ не зависит от a, как и в /8/.

Для кулоновской калибровки /7/ имеем: $Z_3 = 2C_\epsilon$.

Рассмотрим поправки к духовому пропагатору. После несложных вычислений получаем:

$$\Pi^{ab} = -\frac{C^{ab}g^2}{(2\pi)^4} \int \frac{dk}{k^2\bar{q}^2} (\bar{p}^2 - \frac{(\bar{k}\bar{p})}{\bar{k}^2}) = -\frac{1}{1-\delta}(1 - \frac{1}{2(2-\delta)})C_\epsilon.$$

Поправки к вершине взаимодействия духов и глюонов пропорциональны интегралу

$$\int (\bar{k}_\mu/\bar{k}^4 q^2 + 2k_\mu/k^4\bar{q}^2)(\bar{p}^2 - (\bar{p}\bar{q})/\bar{q}^2)\,dk$$ и конечны.

Отметим, что лишь аксиальная калибровка является "истинно бездуховой" -- все поправки, связанные с духами, отсутствуют.

Используя тождества Уорда $Z_1/Z_3 = Z_4/Z_1 = \bar{Z}_1/\bar{Z}_3$, имеем $\beta(g) = Z_1 Z_3^{-3/2} = Z_3^{-1/2} Z_1 \bar{Z}_3^{-1}$; в итоге $\beta(g) = -(11/3)(g^2/16\pi^2)C_2(G)$.

Отметим, что случаи rank $\kappa \to 0$, отвечающий снятию калибровки, и rank $\kappa \to 2$, соответствующий выбору $\kappa_{\mu\nu} = a_\mu a_\nu + b_\mu b_\nu$, являются сингулярными и требуют модификации схемы вычислений.

Автор благодарен В.Я. Файнбергу за внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Leibrandt G. Rev. Mod. Phys., 59, 1067 (1987).
2. Велиев Э.Х., Карнаухов С.Н., Файнберг В.Я. Ядерная физика, 49, 1779 (1989).
3. Chan H.S., Halpern M.B. Phys. Rev., D33, 540 (1986); Steiner F. Phys. Lett., 173B, 321 (1986).
4. Тютин И.В. Письма в ЖЭТФ, 35, 347 (1982).
5. Barvinsky A.O. Nucl. Phys., B231, 533 (1984).
6. Карнаухов С.Н. ЯФ, 43, 1026 (1986).
7. Mizinich I.J., Paige F.E. Phys. Rev., D21, N 4, 1151 (1980).
8. Capper D.M., Leibrandt G. Phys. Rev., D25, 1002 (1982).
9. Lee H.S., Milgram J. J. Math. Phys., 26, 1793 (1985); J. Comp. Phys., 59, 311 (1985).

Поступила в редакцию 13 февраля 1989 г.