Краткие сообщения по физике № 4-1987 г.

УДК 539.17.01

СТРУКТУРНАЯ ФУНКЦИЯ СВЯЗАННОЙ СИСТЕМЫ ЧАСТИЦ

Г.М. Ваградов

Показано, что структурная функция F_2 определяется одночастичными характеристиками системы и амплитудой рассеяния фотона на связанной частице.

Было показано, что в ЕМС-эффекте /1/ наряду с ферми-движением определяющую роль играет и связанность нуклонов /2/. Ниже излагаются некоторые общие вопросы такого подхода.

Рассмотрим бесспиновую систему во внешнем электромагнитном поле $A_\mu(y) = 2A_\mu \cos qy$. Если в начальный момент времени система находилась в состоянии $|p\rangle$ $(H|p\rangle = p_0|p\rangle;\ p_0 = \sqrt{M^2 + p^2})$*, то можно ввести сдвиг энергии:

$$\Delta\mathcal{E}(t)\,\langle\Psi_0(t)\Psi(t)\rangle = 2ip_0\partial_t\langle\Psi_0(t)\Psi(t)\rangle = 2p_0\langle\Psi_0(t)H'(t)\Psi(t)\rangle;\quad \Psi_0(t) = (e^{-ip_0 t}/2p_0)|p\rangle,$$

где $H'(t)$ — взаимодействие системы с полем A. Во втором порядке по $H'(t)$ получим:

$$\Delta\mathcal{E} = \frac{e^{ip_0 t}}{2p_0\Omega}\sum_n\int\frac{dp'}{2\mathcal{E}_n(p')}\langle p|H'(t)|n,p'\rangle\frac{1}{i\partial_t - \mathcal{E}_n(p') + i\alpha}e^{-ip_0 t}\langle n,p'|H'(t)|p\rangle;\quad (dp = d^3p/(2\pi)^3),\ (1)$$

где Ω — нормировочный объем; $H|n,p\rangle = \mathcal{E}_n(p)|n,p\rangle$; $\mathcal{E}_n(p) = \sqrt{M_n^2 + p^2}$. Матричные элементы $H'(t)$ должны иметь вид:

$$\langle p|H'(t)|n,p'\rangle = (2\pi)^3 A^\mu[\delta(p+q-p')J_\mu(p,q)j_n(p,q)e^{iq_0 t} + \delta(p-q-p')J_\mu(p,-q)j_n(p,-q)e^{-iq_0 t}],$$

где $j_n(p,q) = \langle p|j(q)|n, p+q\rangle$; J_μ — вершина взаимодействия системы с полем A; $j(q)$ — оператор, действующий на ее внутренние переменные. Требования релятивистской инвариантности, сохранения тока и четности для системы в целом приводят к соотношению /3/: $J_\mu(p,q)J_\nu(p,q) = 2R_{\mu\nu}(p,q)$; $R_{\mu\nu} = 2p_\mu p_\nu x + p_\mu q_\nu + p_\nu q_\mu - (pq)g_{\mu\nu}$; $x = Q^2/2pq$. Отсюда и из (1) следует для ширины $\Gamma = -2\,\mathrm{Im}\,\Delta\mathcal{E}$:

$$\Gamma = (\pi A^\mu A^\nu/p_0)W_{\mu\nu}(p,q);\quad W_{\mu\nu} = (2/Q^2)R_{\mu\nu}(p,q)F_2(x,Q^2);$$

$$F_2(x,Q^2) = \sum_n\frac{Q^2}{2\mathcal{E}_n(p+q)}|j_n(p,q)|^2\delta(p_0 + q_0 - \mathcal{E}_n(p+q)),\qquad (2)$$

или, вводя поток $v = pq/p_0q_0$ (при $|q|/q_0 \cong 1$) и полагая $A^\mu A^\nu = -g_{\mu\nu}A^2/4$,

$$\Gamma/v = (\pi A^2 q_0/Q^2)F_2(x,Q^2).\qquad (3)$$

Функция F_2 должна совпадать со структурной и быть лоренц-инвариантной.

---

* Используется релятивистская нормировка.

Рассмотрим систему из N фермионов, связанных изоскалярными полями. Взаимодействие $H'_e(y_0) = \int d^3 y j^\mu(y) A_\mu(y)$; $j^\mu(y) = a\bar\psi(y)\gamma^\mu\psi(y)$ $(a = 1)$ не приводит непосредственно к виду (2) для $W_{\mu\nu}$. Заменяя в (1) $H'(t)$ на $H'_e(t)$ при $Q^2 \gg M^2$, введем сдвиг энергии "одночастичного" уровня λ:

$$\Delta\epsilon_\lambda = \frac{A_\mu A_\nu}{\Omega} c_\lambda \int d^3 y d^3 y' \bar\Phi_{\lambda kp}(y)\gamma^\mu \langle \lambda, p-k|\psi(y) \frac{e^{iq(y-y')}}{p_0+q_0-H+ia} \bar\psi(y')\gamma^\nu\psi(y')|p\rangle, \quad (4)$$

где $\Phi_{\lambda kp}(y) = \Phi_\lambda(k,p)e^{-ik^\lambda y}$; $\Phi_\lambda(k,p) = c_\lambda\langle\lambda, p-k|\psi(0)|p\rangle$; $c_\lambda = (M_\lambda/2p_0\mathcal{E}_\lambda(p-k))^{1/2}$; $k^\lambda = (k_0^\lambda, k)$; $k_0^\lambda = \epsilon_\lambda(k,p) = p_0 - \mathcal{E}_\lambda(p-k)$; $H|\lambda,p\rangle = \mathcal{E}_\lambda(p)|\lambda,p\rangle$; $\mathcal{E}_\lambda(p) = \sqrt{M_\lambda^2+p^2}$, $|\lambda,p\rangle$ – вектор состояния $N-1$ фермионов. Функции $\Phi_{\lambda kp}(y)$ удовлетворяют равенству

$$\sum_\lambda \int dk \int d^3 y\, \mathrm{tr}(\Phi^+_{\lambda kp}(y)\Phi_{\lambda kp}(y)) = \int \frac{d^3 y}{2p_0}\langle p|\psi^+(y)\psi(y)|p\rangle = N, \quad (5)$$

но не являются ортонормированными. Из (4) следует:

$$\Delta\mathcal{E}' = \sum_\lambda \int dk\Delta\epsilon_\lambda = (A^\mu A^\nu/2p_0)\int d^4 y\langle p|T(j_\mu(y)j_\nu(0))|p\rangle e^{iqy}.$$

Интеграл справа совпадает с обычным выражением для амплитуды рассеяния фотона вперед /3/.

Рассмотрим некогерентный процесс, когда основной вклад в (4) дает диагональный член:

$$\Delta\epsilon_\lambda = \frac{A_\mu A_\nu}{\Omega}\frac{M_\lambda}{\mathcal{E}_\lambda(p-k)}\int d^3 y d^3 y'\bar\Phi_{\lambda kp}(y)\gamma^\mu\langle\lambda,p-k|\psi(y)\frac{e^{iq(y-y')}}{p_0+q_0-H+ia}\bar\psi(y')|\lambda,p-k\rangle\gamma^\nu\Phi_{\lambda kp}(y'). \quad (6)$$

При $Q^2 \gg m^2$ можно пренебречь взаимодействием в конечном состоянии и разложить ψ и $\bar\psi$ по операторам свободных фермионов, полагая

$$Ha^+_{k+q,s}|\lambda,p-k\rangle = (\mathcal{E}_\lambda(p-k)+\epsilon_{k+q})a^+_{k+q,s}|\lambda,p-k\rangle;\quad a_{k+q,s}|\lambda,p-k\rangle = 0 \quad (\epsilon_k = \sqrt{m^2+k^2}).$$

Представим $\Phi_{\lambda kp}(y)$ в виде $\Phi_{\lambda kp}(y) = \beta_\lambda(k,p)\varphi_\lambda(k,p)u_\lambda(k,p)e^{iky}$, где спинор $u_\lambda(k,p)$ нормирован: $u^+_\lambda(k,p)u_\lambda(k,p) = \beta^{-1}_\lambda(k,p)$; $\bar u_\lambda(k,p)u_\lambda(k,p) = 1$; $\Phi^+_\lambda\Phi_\lambda = |\Phi_\lambda(k,p)|^2 = \beta_\lambda(k,p)|\varphi_\lambda(k,p)|^2$. В результате (6) запишется:

$$\Delta\epsilon_\lambda = (A^\mu A^\nu/2k_0^\lambda)\,|\Phi_\lambda(k,p)|^2 t_{\mu\nu}(k^\lambda,p,q),$$

$$t_{\mu\nu}(k^\lambda,p,q) = \frac{2mk_0^\lambda\beta_\lambda(k,p)}{\epsilon_{k+q}(k_0^\lambda+q_0-\epsilon_{k+q}+ia)}\sum_s(\bar u_\lambda(k,p)\gamma^\mu u_s(k+q))(\bar u_s(k+q)\gamma^\nu u_\lambda(k,p)). \quad (7)$$

Воспользуемся приближением

$$t_{\mu\nu}(k^\lambda,p,q) \cong t^0_{\mu\nu}(k^\lambda,q) = R_{\mu\nu}(k^\lambda,q)/\epsilon_{k+q}(k_0^\lambda+q_0-\epsilon_{p+q}+ia), \quad (8)$$

где $t^0_{\mu\nu}$ – усредненная по спинам и изоспинам свободная амплитуда с заменой k_0 на k_0^λ. Подставляя (8) в (7) и вводя $v_\lambda = k^\lambda q/k_0^\lambda q_0$, для полной ширины на единичный поток находим:

$$1\,\Gamma'/v = -(2/v)\,\mathrm{Im}\Delta\mathcal{E}' = (\pi A^2 q_0/Q^2)\sum_\lambda \int dk\,(v_\lambda/v)|\Phi_\lambda(k,p)|^2\,\delta(1-x_\lambda);\quad x_\lambda = Q^2/2k^\lambda q.$$

Сравнивая с (3), убеждаемся в том, что сумма по λ справа из-за потокового фактора v_λ/v не является лоренц-инвариантной. Эта несовместимость с требованиями на F_2 объясняется следующим. При выводе (3) предполагалось, что система взаимодействует с внешним полем как частица с внутренними степенями свободы. Исходным же для (7) является представление о системе как совокупности свободных квазичастиц с импульсами k^λ и распределениями $|\Phi_\lambda(k,p)|^2$. Последнее означает, что по отношению к внешнему полю система обладает пространственными размерами, а это и приводит к неинвариантности F_2. С другой стороны, полные сдвиги энергий для гамильтонианов $H'(t)$ и $H'_e(t)$ будут совпадать, если величины $\Delta\mathcal{E}$ из (1) и $\Delta\epsilon_\lambda$ из (4) отнести к одинаковым потокам. Тогда $\Gamma/v = \sum_\lambda \int dk\Gamma_\lambda/v_\lambda$. Отсюда и из (3), (7), (8) следует:

$$\begin{gathered} F_2(x,Q^2) = \int dkP(k,p)\,f_2(x',Q^2);\quad x' = Q^2/2kq\quad (dk = d^4k/(2\pi)^4) \\ P(k,p) = 2\pi\sum_\lambda |\Phi_\lambda(k,p)|^2\,\delta(k_0 - k_0^\lambda). \end{gathered} \tag{9}$$

Для точечных фермионов $f_2(x,Q^2) = \delta(1-x)$. Формула (9) применима и к системам из составных частиц (нуклонов и мезонов в ядрах). Легко показать, что $P(k,p)$ является лоренц-инвариантной величиной.

Для учета взаимодействий в конечном состоянии введем пропагатор фермиона во внешнем поле A:

$$G'(y,y') = -\frac{i}{\langle p|S|p\rangle}\,\langle p|T(\psi(y)\bar{\psi}(y')S)|p\rangle;\quad S = 1 - i\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau\mathcal{H}'_e(\tau)S(\tau);\quad \mathcal{H}'_e(t) = e^{iHt}H'_e(t)\,e^{-iHt}.$$

Из анализа диаграмм для G' с одной входящей и одной выходящей фотонной линией следует:

$$\delta G(y,y') = G' - G = \int d^4y_1 d^4y_2 d^4z d^4z' G(y,y_1)\tau_{\mu\nu}(y_1,z,y_2,z')G(y_2,y')A^\mu(z)A^\nu(z'), \tag{10}$$

где $G(y,y') = G'(y,y')_{A=0}$; $\tau_{\mu\nu}$ – оператор амплитуды рассеяния фотона на фермионе в среде.

В импульсном представлении G имеет вид:

$$G(k,p) = G_-(k,p) + G_+(k,p);\quad G_-(k,p) = \sum_\lambda \Phi_\lambda(k,p)\Phi_\lambda(k,p)\,(k_0 - k_0^\lambda - i\alpha)^{-1}. \tag{11}$$

Отсюда и из (10) получим для $\Delta\epsilon_\lambda$ выражение, подобное (7), а затем, проводя рассуждения, приведшие к (9), запишем

$$F_2(x,Q^2) = \mathrm{Im}\int \frac{dk}{i\pi}\,k_0 x'\mathrm{tr}(G(k,p)\tau(k,p,q));\quad \tau = g^{\mu\nu}\tau_{\mu\nu}(k,p,q). \tag{12}$$

Здесь τ – оператор по спинорным и изоспиновым переменным, контур интегрирования по k_0 замыкается в верхней полуплоскости.

Вместо (12) можно пользоваться формулой (9) для F_2, если учесть (11) и считать, что в правую часть (9) входит $f_2(x,Q^2)$ для частицы в среде. Из (5), (9) следует, что правила сумм для $F_1(x) = F_2(x)/2x$ и F_2 выполняются. Предложенная схема может быть обобщена на случай фермионов различных сортов как для кварковых, так и адронных систем.

В заключение автор выражает благодарность С. Акулиничеву и С. Кулагину за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aubert J. J. et al. Phys. Lett., 105B, 103 (1983).
2. Акулиничев С. В., Ваградов Г. М., Кулагин С. А. Препринт ИЯИ, Р–0382, М., 1984; Письма ЖЭТФ, 42, 105 (1985); Phys. Lett., 158B, 475 (1985).
3. Ициксон К., Зюбер Ж.–Б. Квантовая теория поля. М., Мир, 1984, т. 2.

Институт ядерных исследований АН СССР

Поступила в редакцию 15 декабря 1986 г.