Краткие сообщения по физике № 3-1985 г.

К ТЕОРИИ ИНВАРНОЙ АНОМАЛИИ УПРУГИХ МОДУЛЕЙ ФЕРРОМАГНИТНЫХ МЕТАЛЛОВ

В. М. Зверев, В.П. Силин

УДК 538.11

В модели электронной жидкости, учитывающей только обменное взаимодействие между электронами и деформационное взаимодействие электронов с колебаниями решетки, для слабого ферромагнетика выявлена аномальная зависимость упругих модулей от температуры, характерная для инварных сплавов.

В /1/ было показано, что в модели ферромагнитного металла, учитывающей только обменное взаимодействие электронов и кулоновское взаимодействие подвижных электронов с непрерывным распределением ионов, возникает аномальная зависимость скорости продольного звука от температуры в окрестности температуры Кюри T_0, характерная для инварных сплавов (см. обзор /2/) и обсуждавшаяся в феноменологическом подходе /3/.

В настоящей заметке сообщается о результатах, описывающих инварную аномалию. Будем исходить из простой модели ферромагнитного металла, которая, также как /1/, в отличие от /3/ не содержит магнитоупругих постоянных и базируется на использовании обменного взаимодействия, характеризуемого константой Ψ, и взаимодействия электронов с колебаниями решетки, описываемого с помощью деформационного потенциала $\Lambda_{ij}(\vec{p})$ /4,5/, где $\vec{p}$ – квазиимпульс электрона.

В основе данной работы лежит теоретический подход к проблеме упругости металлов, сформулированный в /4/ (см. также обзоры /5,6/) и распространенный на ферромагнитные металлы в /7/. В таком подходе для смещения решетки $u(\omega, k)$, отвечающего частоте ω и волновому вектору k, имеем уравнение:

$$\rho_m \omega^2 u_i(\omega,\vec{k}) - \lambda^{(o)}_{ij,kl} k_j k_l u_k(\omega,\vec{k}) = \langle(\Gamma_+ + \Gamma_-)\Lambda_{ij}\Lambda_{kl}\rangle k_j k_l u_k(\omega,\vec{k}) - - 2i\Psi\langle(\Gamma_+ - \Gamma_-)\Lambda_{ij}\rangle k_j s_z(\omega,\vec{k}). \quad (1)$$

Здесь ρ_m – плотность массы решетки; $\lambda^{(o)}_{ij,kl}$ – ионный вклад в тензор модулей упругости; $\langle \Gamma_\sigma A\rangle = \int d\vec{p}\,(2\pi\hbar)^{-3}\Gamma(\vec{p},\sigma,\omega,\vec{k})A(\vec{p})$; $\Gamma(\vec{p},\sigma,\omega,\vec{k}) = \left\{ f_F[\epsilon(\vec{p}-\hbar\vec{k},\sigma)] - f_F[\epsilon(\vec{p},\sigma)]\right\}[\hbar\omega + \epsilon(\vec{p}-\hbar\vec{k},\sigma) - \epsilon(\vec{p},\sigma) + i0]^{-1}$; $f_F(\epsilon)$ — фермиевская функция распределения; $\epsilon(\vec{p},\sigma) = \epsilon(\vec{p}) - \sigma\beta B + \sigma\psi M/\beta$; $\sigma = \pm 1$; β — магнитный момент электрона; B — индукция; M — намагниченность. При этом для $s_z(\omega,\vec{k})$ — проекции неравновесного спина на направление равновесной намагниченности имеет место уравнение:

$$(1 + \Psi\langle\Gamma_+ + \Gamma_-\rangle)\,2s_z(\omega,\vec{k}) = \langle(\Gamma_+ - \Gamma_-)\Lambda_{ij}\rangle ik_j u_i(\omega,\vec{k}). \tag{2}$$

Формулы (1) и (2) в пределе $\omega \to 0$ и $k \to 0$ для тензора модулей упругости дают:

$$\lambda_{ij,kl} = \lambda^{(0)}_{ij,kl} + \langle(f'_+ + f'_-)\Lambda_{ij}\Lambda_{kl}\rangle + \Psi\langle(f'_+ - f'_-)\Lambda_{ij}\rangle\langle(f'_+ - f'_-)\Lambda_{kl}\rangle \times$$

$$\times\,(1 - \Psi\langle f'_+ + f'_-\rangle)^{-1}, \tag{3}$$

где $f'_\sigma = f'_F$ при $\epsilon = \epsilon_\Phi + \sigma\beta B - \sigma\psi M/\beta$; ϵ_Φ — уровень Ферми в ферромагнитном состоянии.

В слабых ферромагнетиках со сравнительно малой энергией обменного расщепления уровней электронов формула (3) позволяет получить сравнительно простую зависимость модулей упругости от температуры T, магнитной индукции B и намагниченности M $\lambda_{ij,kl} = \lambda^{\text{п}}_{ij,kl} + \lambda^{\Phi}_{ij,kl}$, где

$$\lambda^{\text{п}}_{ij,kl} = \lambda^{(0)}_{ij,kl}(T) - 2Z_{ij,kl} - (\nu/3)(\pi\kappa T)^2 (Z'_{ij,kl}/\nu)' \tag{4}$$

отвечает парамагнитному вкладу, а ферромагнитный вклад, для которого при $B \neq 0$ характерно обращение в нуль при $M = 0$, определяется формулой:

$$\lambda^{\Phi}_{ij,kl} = -\frac{\lambda^{(1)}_{ij,kl}}{1 + \Xi(B,T)} + \lambda^{(2)}_{ij,kl}\frac{M^2(B,T)}{M^2(0,0)}. \tag{5}$$

Здесь $\Xi(B,T) = \rho\xi(B,T) + (1 + 2\psi\nu)[b_1 - b_2 M^2(B,T)/M^2(0,0) - b_3 T^2/T_0^2]$, $\rho = 1 - 3(\nu')^2/\nu\nu''$, $\xi(B,T) = -\chi_0 M^2(0,0)B/M^3(B,T)$; $\chi_0 = \beta^2\nu/(1 + 2\psi\nu)$ — магнитная восприимчивость; $b_1 = 0{,}3[-\nu^3\nu^{(IV)} + 15\nu^2\nu'\nu''' - 105\nu(\nu')^2\nu'' + 10(\nu\nu'')^2 + 105(\nu')^4][\nu^4(\nu'/\nu^3)']^{-2}$; $b_2 = 0{,}6[-\nu^2\nu^{(IV)} + 5\nu\nu'\nu''' - 20(\nu')^2\nu'' + 10\nu(\nu'')^2][\nu^4(\nu'/\nu^3)'\nu'']^{-1}$; $M(0,0) = M(B = 0,\ T = 0)$; $b_3 = [-\nu^2\nu^{(IV)} + \nu\nu'\nu''' - 4(\nu')^2\nu'' + 4\nu(\nu'')^2][\nu^2(\nu'/\nu)'\nu'']^{-1}$, T_0 — температура Кюри. Зависимость намагниченности M(B,T) от индукции B и температуры T определяется уравнением состояния $B = a_1(T)M(B,T) + a_3M^3(B,T) + a_5(T)M^5(B,T)$ /8/.

В данном случае (в отличие от /8/) $a_1(T) = [1-(T/T_0)^2][1-(1+2\psi\nu)\times b_4(T/T_0)^2]/2\chi_0$, $b_4 = 0{,}1[-7\nu^3\nu^{(IV)} + 17\nu^2\nu'\nu''' - 35\nu(\nu')^2\nu'' + 10(\nu\nu'')^2 + 15(\nu')^4][\nu^2(\nu'/\nu)']^{-2}$. Модули упругости в формуле (5) определяются следующими выражениями: $\lambda^{(1)}_{ij,kl} = \Delta\lambda_{ij,kl} + (1+2\psi\nu)[b_1\Delta\lambda_{ij,kl} + A_{ij,kl}M^2(B,T)/M^2(0,0) + B_{ij,kl}T^2/T_0^2]$, $\lambda^{(2)}_{ij,kl} = -2\nu''(1+2\psi\nu)[\Delta\lambda_{ij,kl} + (3\nu^2/\nu'')(Z'_{ij,kl}/\nu)'][\nu^3(\nu'/\nu^3)']^{-1}$, $\Delta\lambda_{ij,kl} = -(6/\nu'')Y'_{ij}Y'_{kl}$, где $\nu^3\times(\nu'/\nu^3)'A_{ij,kl} = -4[1+(\nu^3/\nu'')(\nu'/\nu^3)']\Delta\lambda_{ij,kl} + (\nu/\nu'')\left\{\nu^3[\nu''\times\Delta\lambda_{ij,kl})'/\nu^3]' + 12Y''_{ij}Y''_{kl}\right\}$; $\nu(\nu'/\nu^3)B_{ij,kl} = -4\nu(\nu'/\nu)'\Delta\lambda_{ij,kl} + (\nu/\nu'')\times\left\{\nu[(\nu''\Delta\lambda_{ij,kl})'/\nu]' + 12Y''_{ij}Y''_{kl}\right\}$. При этом $\nu(\epsilon_F)$ – плотность состояний на парамагнитном уровне Ферми ϵ_F; $\nu^{(n)} = d^n\nu(\epsilon_F)/d^n\epsilon_F$; $Y^{(n)}_{ij} = [d^n Y_{ij}(\epsilon)/d^n\epsilon]_{\epsilon=\epsilon_F}$; $Z^{(n)}_{ij,kl} = [d^nZ_{ij,kl}(\epsilon)/d^n\epsilon]_{\epsilon=\epsilon_F}$; $Y_{ij}(\epsilon) = \int dS\times[\Lambda_{ij}(\vec{p})/v](2\pi\hbar)^{-3}$; $Z_{ij,kl}(\epsilon) = \int dS[\Lambda_{ij}(\vec{p})\Lambda_{kl}(\vec{p})/v](2\pi\hbar)^{-3}$; $v = |\partial\epsilon(\vec{p})/\partial\vec{p}|$; dS – элемент изоэнергетической поверхности $\epsilon(\vec{p}) = \mathrm{const}$.

Обсудим следствия, вытекающие из (5). В простейшем случае $B = 0$ в парамагнитном состоянии $\lambda^{\Phi}_{ij,kl} = 0$, а в ферромагнитном состоянии $(T < T_0)$ $M(0,T) \neq 0$, $\xi(0,T) = 0$. Поэтому в окрестности $T = T_0$ имеет место скачок $\lambda^{\Phi}_{ij,kl}$ на величину $-\Delta\lambda_{ij,kl}$, которая может быть сравнима с $\lambda^{п}_{ij,kl}$, если деформационный потенциал сравним по величине с энергией Ферми.

В условиях $B \neq 0$ вблизи $T = T_0$ вместо скачка имеет место плавный переход, описываемый формулой:

$$\lambda^{\Phi}_{ij,kl}(B,T) = -\Delta\lambda_{ij,kl}/[1+\rho\xi(B,T)]. \qquad (6)$$

В частности, при $H = 0$, когда $B = 4\pi M$, согласно уравнению состояния, плавный переход начинается при $T_c = T_0(1-4\pi\chi_0)$, что качественно отличает нашу теорию от феноменологического подхода /3/, в котором, на наш взгляд, вместо магнитного поля следовало бы использовать магнитную индукцию. При $T \to 0$ величина $\xi(B,0) = -\chi_0 B/M(0,0) \approx -\chi_0 = \beta^2\nu/|1+2\psi\nu|$ может достигать сравнительно больших значений $10^{-2} \div 10^{-3}$ только для таких слабых ферромагнетиков, как сплавы Ni–Pt. Поэтому $\lambda^{\Phi}_{ij,kl}(B,0)$ фактически совпадает со скачком $\lambda^{\Phi}_{ij,kl}(0,T)$ вблизи $T = T_0$ при $B = 0$.

Формула (6) описывает при $\Delta\lambda_{ij,kl} \neq 0$ практически всю температурную зависимость только в случае достаточно сильной индукции $B \gg B_k[1 - (T/T_0)^2]^{5/2}$, где $B_k \approx (1 + 2\Psi\nu)M(0{,}0)/\chi_0$ для слабых ферромагнетиков может достигать $10^3 \div 10^4$ Гс. Напротив, при более слабой индукции температурная зависимость $\lambda^{\Phi}_{ij,kl}$ определяется квадратичными по M и T членами разложения (5), что аналогично результатам подхода, использующего для теории инварных сплавов модель Гейзенберга (/9/). При этом:

$$\frac{d\lambda^{\Phi}_{ij,kl}}{dT} = -(1+2\Psi\nu)\lambda^{(3)}_{ij,kl}\,\frac{d}{dT}\left(\frac{M}{M(0{,}0)}\right)^2 = -2(1+2\Psi\nu)\,\frac{T}{T_0^2}\,\lambda^{(3)}_{ij,kl}, \tag{8}$$

где

$$\lambda^{(3)}_{ij,kl} = \Delta\lambda_{ij,kl}b_5 + 6[\nu(\nu'/\nu^3)']^{-1}(Z'_{ij,kl}/\nu)',$$

$$b_5 = 0{,}4[\nu^2\nu''\nu^{(IV)} - 6\nu(\nu')^2\nu^{(IV)} + 5\nu\nu'\nu''\nu''' - 10(\nu'\nu'')^2 + 10\nu(\nu'')^3][\nu^5\nu'' \times$$

$$\times (\nu'/\nu)'(\nu'/\nu^3)']^{-1}.$$

В заключение остановимся на кубических кристаллах, для которых $Y_{ij} = Y\delta_{ij}$. Поэтому для $i = j$ и $k = l$ элементы тензора $\Delta\lambda_{ij,kl}$ оказываются положительными, что, согласно формуле (6), дает с уменьшением температуры в ферромагнитном состоянии уменьшение упругих модулей, т. е. уменьшение скорости продольного звука. В экспериментах (см., напр., /9/) для инварных сплавов, имеющих ГЦК решетку, наблюдают при $T \lesssim T_0$ аномальное уменьшение скорости не только продольного, но и поперечного звука вдоль главных направлений. Для кубических кристаллов упругие модули

$$\lambda^{\Phi}_{ij,kl}(B,T) = -M^2(B,T)(\nu/4\beta^2)(Z'_{ij,kl}/\nu)',$$

дающие согласно изложенной теории аномалию скорости поперечного звука, пропорциональны квадрату намагничения во всей области температур $T \lesssim T_0$ и определяются тензором 4-го ранга $Z_{ij,kl}$, имеющим три независимых компоненты.

Таким образом, показано как использование только деформационного потенциала и обменного взаимодействия без привлечения магнитоупругих постоянных приводит к аномальной (инварной) зависимости от температуры упругости ферромагнитных металлов.

Поступила в редакцию 5 ноября 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зверев В. М., Силин В. П. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 6, 46 (1984).
2. Wohlfarth E. P. Physica B+C, 119, № 1-2, 203 (1983).
3. Белов К. П., Катаев Г. И., Ливитин Р. З. ЖЭТФ, 37, № 4, 938 (1959).
4. Силин В. П. ЖЭТФ, 38, № 3, 977 (1960).
5. Окулов В. И., Силин В. П. ФММ, 55, № 5, 837 (1984).
6. Конторович В. М. УФН, 142, № 2, 265 (1984).
7. Зверев В. М., Силин В. П. ЖЭТФ, 81, № 5 (11), 1925 (1981).
8. Shimizu M. Rep. Prog. Phys., 44, 329 (1981).
9. Hausch G., Warlimont H. Acta Metallurg., 21, 401 (1973).