

РАССЕЯНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ЛУЧЕ

А.В. Серов

Теоретически исследовано рассеяние релятивистского пучка на поляризованной волне, распространяющейся в волноводе. Получены зависимости угла рассеяния и амплитуды модуляции поперечной координаты от параметров волны и пучка и угла между осями пучка и волновода. Результаты теории сопоставлены с численными расчетами динамики частиц в волноводе.

Рассеяние релятивистских электронов на пространственно неоднородной электромагнитной волне может оказывать влияние на работу лазеров на свободных электронах, особенно в режиме усиления и некоторых специальных режимах. Например, в [1] предлагалось для увеличения коэффициента усиления лазера электронный пучок предварительно модулировать по поперечной скорости или координате путем его рассеяния на электромагнитном луче.

Рассеяние нерелятивистских электронов на электромагнитном луче исследовалось теоретически [2] и экспериментально [3]. При нерелятивистских скоростях время пересечения частицей луча много больше периода колебаний поля. Рассеяние в этом случае является результатом усреднения по большому числу колебаний электрона и хорошо описывается теорией движения частиц в неоднородных быстроосциллирующих полях [4,5].

В настоящей работе исследовано рассеяние релятивистских электронов на электромагнитной волне H_{01} , распространяющейся в прямоугольном волноводе. Для нее могут быть написаны точные уравнения движения частиц, поскольку известны соотношения, описывающие пространственное распределение полей, которые удовлетворяют уравнениям Максвелла. Кроме того, структура полей волны H_{01} в волноводе близка к распределению полей в линейно поляризованном электромагнитном луче, и результаты расчетов могут, хотя бы качественно, описать рассеяние электронов на электромагнитном луче, распространяющемся в свободном пространстве.

Поле волны H_{01} имеет следующие компоненты:

$$\begin{aligned} E_y &= -E \sin(\pi x/a) \sin[k(ct - \kappa z)], \\ H_x &= E \kappa \sin(\pi x/a) \sin[k(ct - \kappa z)], \\ H_z &= -E(\lambda/2a) \cos(\pi x/a) \cos[k(ct - \kappa z)], \\ E_x &= E_z = H_y = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$; λ — длина волны; $\kappa = [1 - (\lambda/2a)^2]^{1/2}$; a, b — размеры волновода по осям x и y .

Если величина поля волны удовлетворяет условию $E < 2\pi mc^2/e\lambda$, то изменение скорости релятивистского электрона под действием поля волны мало по сравнению со скоростью света. Тогда закон изменения координат определяется начальными скоростями частицы.

Движение частиц рассмотрено для двух случаев: когда инжекция происходит в плоскости, проходящей через направление распространения волны и вектор E , и когда электроны инжектируются в перпендикулярной ей плоскости. Пусть электрон с энергией $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ инжектируется в точке $x = a/2, y = 0, z = 0$ и имеет следующие составляющие начальной скорости:

$$\beta_{x0} = 0, \quad \beta_{y0} = \beta \sin \psi, \quad \beta_{z0} = \beta \cos \psi, \quad (2)$$

где $\beta = v/c$; ψ – угол между направлением скорости частицы и осью волновода. Подставляя (1) и (2) в уравнение движения релятивистской частицы в электромагнитном поле, после интегрирования получим выражения для поперечной β_y и продольной β_z скоростей:

$$\beta_y = \frac{eE\lambda}{2\pi mc^2 \gamma} \left(1 - \frac{\beta^2 \sin^2 \psi}{1 - \beta \kappa \cos \psi} \right) f(\lambda, \psi, \varphi_0) + \beta_{y0}, \quad (3)$$

$$\beta_z = \frac{eE\lambda}{2\pi mc^2 \gamma} \left[\frac{\beta \sin \psi (1 - \beta \kappa \cos \psi)}{1 - \beta \kappa \cos \psi} \right] f(\lambda, \psi, \varphi_0) + \beta_{z0},$$

где $f(\lambda, \psi, \varphi_0) = \cos [(2\pi c/\lambda) (1 - \kappa \beta \cos \psi) t + \varphi_0] - \cos \varphi_0$; φ_0 – начальная фаза, при которой частица попадает в волновод. Угол рассеяния частицы после прохождения волновода определяется соотношением $a = \psi - \arctg(\beta_y/\beta_z)$. Из (3) с учетом граничных условий для $a \ll 1$ получим

$$a = \frac{eE\lambda}{\pi mc^2 \gamma \beta} \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{b}{a} \nu + \varphi_0 \right) \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{b}{a} \nu \right), \quad (4)$$

где $\nu = 2a(1 - \kappa \beta \cos \psi) / \lambda \beta \sin \psi$.

Из (4) следует, что угол рассеяния зависит от начальной фазы φ_0 . Поэтому, если исходный пучок имеет равномерное распределение по фазам, то после рассеяния электроны будут промодулированы по поперечной скорости с частотой волны. На рис. 1 приведена зависимость a_{\max} от угла ψ . Она имеет несколько максимумов, причем ширина пиков, расстояние между ними и скорость спада их высоты зависят от параметров волны, волновода и электронного пучка. Периодический характер зависимости от ψ объясняется следующим образом. При движении в волноводе частица в поле волны совершает колебания, число которых за время пересечения волновода зависит от угла ψ . Если угол таков, что частица выходит из волновода, имея наибольшие отклонения составляющих скорости β_y и β_z от начальных β_{y0} и β_{z0} , то угол рассеяния максимален. В том случае, когда частица совершает в волноводе целое число полупериодов колебаний, угол рассеяния проходит через минимум.

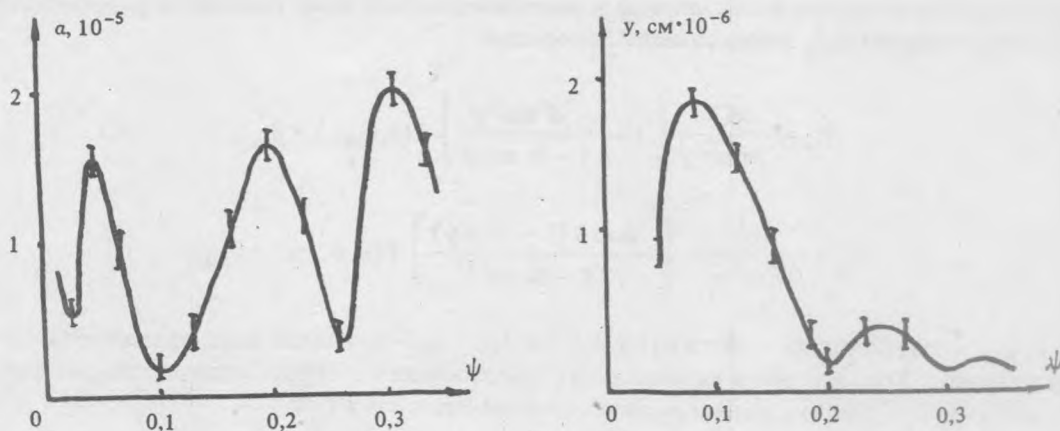
Рассмотрим движение электрона инжектируемого в дочке $x = 0$, $y = b/2$, $z = 0$ со скоростями $\beta_{x0} = \beta \sin \psi$, $\beta_{y0} = 0$, $\beta_{z0} = \beta \cos \psi$. Проводя вычисления, аналогичные приведенным выше, получим для поперечной скорости β_y следующее выражение:

$$\beta_y = \frac{eE\lambda}{2\pi mc^2 \gamma} \sin(\eta t) \cos(\eta \nu t + \varphi_0), \quad (5)$$

где $\eta = \pi c \beta \sin \psi / a$. Из (5) следует, что на выходе из волновода при $t = a/c\beta \sin \psi$ поперечная скорость равна начальной ($\beta_y = \beta_{y0} = 0$), т.е. в отличие от рассмотренного ранее, в первом порядке по напряженности поля волны не происходит модуляции поперечной скорости частиц пучка. Интегрируя выражение (5) и учитывая граничные условия, получим уравнение, описывающее модуляцию поперечной координаты электрона на выходе из волновода:

$$y = \frac{eE\lambda}{\pi mc^2 \gamma} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \nu + \varphi_0) \cos(\frac{\pi}{2} \nu)}{\pi \beta \sin \psi (1 - \nu^2)}$$

Зависимость амплитуды модуляции поперечной координаты y_{\max} от ψ приведена на рис. 2.



Р и с. 1. Зависимость угла рассеяния α от угла ψ между осью волновода и направлением скорости электронного пучка при $\gamma = 10$, $\lambda = 0,05$ см, $E = 3$ кВ/см, $a = b = 1$ см.

Р и с. 2. Зависимость амплитуды модуляции поперечной координаты y_{max} от угла ψ между осью волновода и направлением скорости электронного пучка при $\gamma = 10$, $E = 3$ кВ/см, $\lambda = 0,05$ см.

Для оценки точности полученных выражений и определения границ их применимости был проведен численный расчет динамики частиц в волноводе. Для этого система уравнений, описывающая релятивистское трехмерное движение частиц в электромагнитных полях, численно интегрировалась методом Рунге – Кутты четвертого порядка точности. Шаг интегрирования задавался равным 10^{-12} с, распределение полей в волноводе описывалось уравнениями (1). На рис. 1, 2 точками показаны результаты численного расчета динамики частиц.

Автор благодарен Б.М. Болотовскому за поддержку и обсуждение работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Серов А. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 1, 3 (1984); Квантовая электроника, 12, 516 (1985).
2. Капица С. П. Письма в ЖЭТФ, 7, 387 (1968).
3. Черненко В. М. ЖЭТФ, 64, 1975 (1973).
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика. М., Наука, 1958.
5. Гапонов А. В., Миллер М. А. ЖЭТФ, 34, 242 (1958).

Поступила в редакцию 18 декабря 1985 г.
После переработки 5 марта 1986 г.