Краткие сообщения по физике № 9-1986 г.

УДК 539.196.3

ФЛУКТУАЦИИ НАГРЕВА ТЕРМОСТАТА КВАНТОВЫМ ОСЦИЛЛЯТОРОМ

А.Б. Климов

Рассматривается квантовый линейный осциллятор, помещенный в термостат и возбуждаемый внешним полем с постоянной амплитудой. Показано, что скорость передачи энергии от осциллятора термостату флуктуирует во времени. Эти флуктуации обусловлены квантовой природой возбуждаемого осциллятора.

В эксперименте /1/ было обнаружено, что интенсивность рассеянного света значительно увеличивалась, если в воду, практически прозрачную для падающего света, добавляли малую примесь йода I_2. Особенности наблюдавшегося рассеяния объясняются тем, что молекулы I_2 резонансно поглощают падающий свет, а затем передают поглощенную энергию в окружающую их воду, образуя активированные области (АО) /2/. Вода значительно нагревается в АО, и падающий свет рассеивается на возникающих пространственных флуктуациях диэлектрической проницаемости ϵ. Частотный спектр рассеянного света определяется временными флуктуациями температуры и ϵ в АО.

В данной работе рассмотрена модель, позволяющая исследовать процесс передачи энергии от частицы, в которой внешним резонансным полем возбуждаются внутренние степени свободы, в окружающую среду. Оказывается, что временные флуктуации нагрева (т.е. флуктуации скорости передачи энергии) происходят, даже если внешнее поле имеет постоянную амплитуду и частоту. В этом случае флуктуации нагрева обусловлены квантовым характером внутреннего движения в возбуждаемой частице. Флуктуации нагрева исчезают, если влияние квантовых эффектов на внутреннее движение становится несущественным.

Таким образом, временные флуктуации нагрева прозрачной среды электромагнитным излучением постоянной интенсивности целиком определяются квантовыми свойствами тех частиц-посредников, через которые идет нагрев.

Рассмотрим систему, состоящую из квантового линейного осциллятора a, связанного с набором не взаимодействующих между собой линейных осцилляторов b_k, образующих термостат. Осциллятор возбуждается внешним полем. Происходит передача энергии от внешнего поля в термостат, причем осциллятор a играет роль посредника. Скорость передачи энергии в термостат $P = d\mathcal{E}_b/dt$, где $\mathcal{E}_b$ — энергия термостата. Гамильтониан системы запишем следующим образом /3/:

$$H = \hbar\omega a^+ a + \sum_k \hbar\omega_k b_k^+ b_k + \frac{\hbar}{2\sqrt{\omega}} \sum_k \frac{c_k}{\sqrt{\omega_k}} (a b_k^+ + a^+ b_k) - E\sqrt{\hbar/2\omega}\,(a^+ + a)\cos\omega t, \qquad (1)$$

где E — амплитуда внешнего поля; a^+, b_k^+ — гейзенберговские операторы уничтожения для осцилляторов a и b_k соответственно; c_k — константы взаимодействия осцилляторов a и b_k, определенные так, что классический предел (1) выражается следующим образом:

$$H = \frac{x^2\omega^2}{2} + \frac{p^2}{2} + \sum_k \frac{\omega_x^2 x_k^2 + p_k^2}{2} + \sum_k c_k x x_k - xE\cos\omega t.$$

Уравнения движения системы с гамильтонианом (1) имеют вид:

$$\dot a = (1/i\hbar)\,[a,H] = -i\omega a - i\sum_k \lambda_k b_k + F(t),$$

$$\dot b_k = (1/i\hbar)\,[b_k,H] = -i\omega_k b_k - i\lambda_k a,$$

где $\lambda_k = c_k/2\sqrt{\omega\omega_k}$, $F(t) = iE(t)/\sqrt{2\hbar\omega}$. Решая эту систему в приближении Вайскопфа — Вигнера /3.4/, получим:

$$a = u(t)\alpha + \sum_k v_k(t)\beta_k + \int_0^t u(t-t')F(t')\,dt',$$
$$b_k = \sum_{k'} x_{kk'}(t)\beta_{k'} + y_k(t)\alpha + \int_0^t y_k(t-t')F(t')\,dt', \qquad (2)$$

где $a(0) = \alpha$, $b_k(0) = \beta_k$, $u(t) = \exp(-i\omega' t - \kappa t)$,

$$v_k(t) = -\frac{i\lambda_k}{\kappa + i(\omega' - \omega_k)}\left(e^{-i\omega_k t} - e^{-\kappa t - i\omega' t}\right), \quad y_k(t) = \frac{-\lambda_k}{\omega' - \omega_k + i\kappa}\left(e^{-i\omega_k t} - e^{-\kappa t - i\omega' t}\right),$$

$$x_{kk'}(t) = -\lambda_k\lambda_{k'}\frac{(\omega_{k'} - \omega' + i\kappa)e^{-i\omega_k t} + (\omega_k - \omega_{k'})e^{-i\omega' t - \kappa t} + (\omega' - \omega_k - i\kappa)e^{-i\omega_{k'} t}}{(\omega' - \omega_k - i\kappa)(\omega_{k'} - \omega' + i\kappa)(\omega_k - \omega_{k'})} + \delta_{kk'}e^{-i\omega_k t}.$$

Константы $\omega' = \omega + \bar{\delta}\omega$ и κ определяются из условия $\delta\omega - i\kappa = \lim_{\epsilon\to 0}\sum_k |\lambda_k|^2/(\omega - \omega_k + i\epsilon)$, причем $|\delta\omega| \ll \omega$, $|\kappa| \ll \omega$; κ играет роль константы затухания, $\delta\omega$ – сдвига частоты. Примем температуру термостата равной нулю, поскольку в реальных условиях энергия фотона много больше тепловой энергии частиц среды, которую моделирует термостат. Осциллятор а считаем не возбужденным в начальный момент времени. Таким образом $\langle\beta_k^+\beta_k\rangle = \langle\alpha^+\alpha\rangle = 0$, где усреднение проводится по начальной матрице плотности.

Введем оператор нагрева $\hat{P}(t) = dH_b(t)/dt$, где $H_b(t) = \sum_k \hbar\omega_k b_k^+ b_k$ – гамильтониан термостата. Найдем корреляционную функцию нагрева $K(t_1,t_2) = (1/2)\langle\hat{P}(t_1)\hat{P}(t_2) + \hat{P}(t_2)\hat{P}(t_1)\rangle$. Произведя вычисления с учетом (2) получим:

$$K(t_1,t_2) = \mathrm{Re}\,\frac{d^2}{dt_1 dt_2}\sum_{n,k}\hbar^2\omega_k\omega_n x_{kn}(t_1 - t_2)\int_0^{t_1} y_k^*(t_1 - t')F(t')\,dt'\int_0^{t_2} y_n(t_2 - t')F(t')\,dt' +$$
$$+ \frac{d^2}{dt_1 dt_2}\sum_{n,k}\hbar^2\omega_k\omega_n\left|\int_0^{t_1} y_k(t_1 - t')F(t')\,dt'\right|^2\left|\int_0^{t_2} y_n(t_2 - t')F(t')\,dt'\right|^2. \qquad (3)$$

Если константы взаимодействия c_k не зависят от k, то первая сумма в (3) расходится при $\tau = t_1 - t_2 = 0$. Такая расходимость встречается во многих моделях подобного типа (см., напр., /5,6/). Далее будем считать $\tau > 0$, тогда все суммы сходятся, причем последняя есть $\langle\hat{P}(t_1)\rangle\langle\hat{P}(t_2)\rangle$. Флуктуации нагрева определяются разностью $K(t_1 - t_2) - \langle\hat{P}(t_1)\rangle\langle\hat{P}(t_2)\rangle \equiv \widetilde{K}(\tau)$.

Заменяя суммирование по k интегрированием по ω_k, найдем относительную величину флуктуаций нагрева

$$\Phi(\tau) = \frac{\widetilde{K}(\tau)}{\langle P(t)\rangle^2} = \frac{8\kappa^2\omega'^2\hbar}{g\pi^2 c_k^2 E^2}\left(\frac{1}{\tau^2} + \pi\kappa^2 e^{-\kappa\tau}\right), \qquad (4)$$

где g – плотность состояний осцилляторов термостата. Полученный результат относится к случаю, когда внешнее поле включается мгновенно. Если же имеет место адиабатическое включение, то (4) сохраняет силу при $t_1, t_2 \gg \kappa^{-1}$.

Согласно (4), величина $\Phi(\tau)$ пропорциональна $\hbar/E^2$, причем возбуждающее поле описывалось классически. Следовательно, флуктуации нагрева обусловлены квантовыми свойствами возбуждающего осциллятора – дискретностью энергетического спектра. Флуктуации Φ убывают с ростом амплитуды возбуждающего поля E, поскольку при этом осциллятор возбуждается на все более высокие уровни, где дискретность менее существенна. Учет квантовых свойств возбуждающего поля не меняет полученного результата, если только число фотонов в поле много больше единицы.

Автор благодарит В.Л. Гинзбурга за обсуждение и В.Н. Сазонова за предложенную тему и помощь в работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляев Н.В. и др. Письма в ЖЭТФ, 42, в. 8, 338 (1985).
2. Сазонов В.Н. ЖЭТФ, 82, в. 2, 1092 (1982).
3. Глаубер Р., Манько В.И. Препринт ФИАН № 75, М., 1984.
4. Когерентные состояния в квантовой теории, под ред. Манько В.И. М., Мир, 1972.
5. Dekker H. Phys. Lett., **104A**, 72 (1984).
6. Dekker H. Phys. Rev. A, **31**, 1067 (1985).

Поступила в редакцию 16 мая 1986 г.