

УДК 533.951

## ГЕНЕРАЦИЯ КОНТИНУУМА И ГАРМОНИК ВКР ПРИ РАССЕЯНИИ ЦИРКУЛЯРНО ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ В ПЛАЗМЕ

А. В. Боровский, А. Л. Галкин<sup>1</sup>, В. В. Коробкин, О. Б. Ширяев

*Представлена теория неустойчивости распространения плоской монохроматической циркулярно поляризованной электромагнитной волны релятивистской интенсивности в плазме в рамках трехмерной пространственной геометрии, учитывающая произвольную поляризацию рассеянного излучения. Исследуются генерация гармоник распространяющегося излучения в результате стрикции и релятивистской нелинейности, комптоновское рассеяние, обусловленное эффектом отдачи электронов, распадная неустойчивость гармоник с образованием рассеянных электромагнитных волн (стоксовы компонент ВКР) и плазмонов, эффекты взаимодействия электромагнитных волн в плазме (порождающие антистоксовы компоненты ВКР), генерация континуума излучения. Обсуждается переход трехмерной теории к одномерной задаче и к нерелятивистскому пределу.*

В последние годы вызывает интерес проблема экспериментального и теоретического исследования процессов рассеяния лазерного излучения сверхвысокой интенсивности в плазме [1 – 10]. К сверхвысоким относятся интенсивности излучения  $I \geq 10^{18}$  Вт/см<sup>2</sup>,

<sup>1</sup>Россия, Москва, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН.

при которых проявляются релятивистские эффекты в движении электронов. Они достигаются в экспериментах с мощными ультракороткими лазерными импульсами [11 – 13].

При описании рассеяния электромагнитной волны релятивистской интенсивности в плазме, как правило, используют ряд приближений: 1) одномерное приближение (см., напр., [8]); 2) предположение о сохранении определенной поляризации рассеянного излучения, например, круговой [8, 10] (приближение заданной поляризации); 3) поиск инкрементов в предположении, что одна из поперечных компонент волнового вектора равна нулю [9]; 4) резонансные приближения, которые сводятся к использованию точных условий фазового синхронизма [14].

Ниже предлагается вариант теории рассеяния лазерного излучения релятивистской интенсивности в плазме, в рамках которого нет необходимости использовать ни одно из указанных выше четырех приближений. Описание включает генерацию гармоник, ВКР на плазмонах, комптоновское рассеяние, генерацию континуума, а также взаимовлияние этих процессов. Исследование базируется на строгом анализе линеаризованных уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронной компоненты плазмы, находящейся в сильном электромагнитном поле. Для корректного проведения такого анализа необходимо располагать точным опорным решением исходной нелинейной системы уравнений. В рассматриваемом случае таким решением является плоская монохроматическая циркулярно поляризованная электромагнитная волна произвольной интенсивности [15]. Отметим, что в предшествующей литературе неоднократно проводилось исследование неустойчивости распространения линейно поляризованной монохроматической плоской волны, которая не является точным решением исходных релятивистских уравнений. Это связано с тем, что "утяжеление" массы электрона в поле циркулярно поляризованной волны квазистационарно на периоде волны, а для линейно поляризованной волны масса электрона значительно изменяется на периоде. По этой причине линейно поляризованная волна становится точным решением только при нерелятивистской интенсивности.

Задача исследования неустойчивости распространения циркулярно поляризованной монохроматической плоской опорной волны произвольной интенсивности сводится к решению системы линейных уравнений в частных производных с осциллирующими коэффициентами. После введения бегущей переменной вдоль оси распространения и взятия преобразования Фурье по пространственным координатам приходим к необходимости решения линейной системы, состоящей из бесконечного числа связанных обыкновенных

дифференциальных уравнений (ОДУ). Это связано с необходимостью учета генерации гармоник и их взаимодействия. Корректное приближенное решение задачи достигается при включении в рассмотрение более ста ОДУ. Временной инкремент исследуемой неустойчивости определяется как максимальное собственное значение матрицы решаемой линейной системы ОДУ. Такой подход, в частности, позволяет избежать выписывания и анализа громоздких дисперсионных уравнений.

Распространение лазерного излучения релятивистской интенсивности в плазме описывается системой уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронов [15, 16]:

$$\begin{aligned} \square \mathbf{A} &= \nabla \phi_t + \gamma^{-1} n (\mathbf{A} + \nabla \psi), \quad \Delta \phi = n - 1, \quad (\nabla, \mathbf{A}) = 0, \quad \psi_t = \phi - \gamma, \\ n_t + (\nabla, \gamma^{-1} n (\mathbf{A} + \nabla \psi)) &= 0, \quad \gamma = (1 + |\mathbf{A} + \nabla \psi|^2)^{1/2}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{A}$  и  $\phi$  – векторный и скалярный потенциалы электромагнитного поля,  $\psi$  – потенциал обобщенного импульса электронов,  $n$  – плотность электронов. Нижний индекс  $t$  обозначает частную производную по времени. Система (1) нормирована следующим образом:  $\mathbf{A}$  и  $\phi$  – на  $mc^2/e$ ,  $n$  – на невозмущенное значение  $n_0$ , импульс электронной жидкости – на  $mc$ , время – на  $\omega_p^{-1}$ , где  $\omega_p$  – невозмущенное значение плазменной частоты, а пространственные координаты – на  $c/\omega_p$ ;  $\epsilon = \omega_p/\omega_0$ .

Точным решением системы уравнений (1) является плоская монохроматическая циркулярно поляризованная волна релятивистской интенсивности [15]. Накладывая на нее возмущения произвольной поляризации и линеаризуя уравнения (1) относительно этих возмущений, приходим к системе линеаризованных уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронов [9].

Перейдем в линеаризованных уравнениях к сопутствующей переменной вдоль оси распространения  $\xi$ . В результате получим систему линейных дифференциальных уравнений с коэффициентами, периодически зависящими от  $\xi$ . Далее применяем к ним преобразование Фурье по  $\mathbf{x}_\perp$ ,  $\xi$  ( $k = |\mathbf{k}_\perp|$ ). В результате получаем ( $g_1 = a_0^2/2\gamma_0^3$ ,  $g_2 = a_0/2\gamma_0$ )

$$\begin{aligned} \hat{D} \square A_1 + g_1 \frac{ik_1 \chi^2}{k^2 + \chi^2} \psi - g_1 \frac{k_1 k_2}{k^2 + \chi^2} A_2 + g_1 \frac{k_2^2 + \chi^2}{k^2 + \chi^2} A_1 + \\ + g_2 (F_{1,1\chi-k}^- + F_{1,1\chi+k}^+) + g_1 (F_{1,2\chi-2k}^- + F_{1,2\chi+2k}^+) = 0, \\ \hat{D} \square A_2 + g_1 \frac{ik_2 \chi^2}{k^2 + \chi^2} \psi - g_1 \frac{k_1 k_2}{k^2 + \chi^2} A_1 + g_1 \frac{k_1^2 + \chi^2}{k^2 + \chi^2} A_2 + \\ + g_2 (F_{2,1\chi-k}^- + F_{2,1\chi+k}^+) + g_1 (F_{2,2\chi-2k}^- + F_{2,2\chi+2k}^+) = 0, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-(k^2 + \chi^2)\phi = n, \quad \hat{D}_t\psi - \phi + g_2((\Pi_1 + i\Pi_2)_{\chi-k} + (\Pi_1 - i\Pi_2)_{\chi+k}) = 0, \\
\hat{D}_t n = (\gamma_0^{-1}\chi^2 + (\gamma_0^{-1} - g_1)k^2)\psi + ig_1(k_1 A_1 + k_2 A_2) - \\
-g_2((ik_1 - k_2)n_{\chi-k} + (ik_1 + k_2)n_{\chi+k}) + (g_1/2)((ik_1 - k_2)\Pi_1 - \\
- (ik_2 + k_1)\Pi_2)_{\chi-2k} + ((ik_1 + k_2)\Pi_1 - (ik_2 - k_1)\Pi_2)_{\chi+2k}. \quad (2)
\end{aligned}$$

Выше использованы обозначения

$$\begin{aligned}
\Pi_{1,2} = A_{1,2} + ik_{1,2}\psi, \quad \hat{D}_t = \partial_t - iq\chi, \\
\hat{D}_\square = -\partial_t^2 + 2iq\chi\partial_t + ((\chi^2/\gamma_0 k^2) - k^2) - \gamma_0^{-1}, \\
F_{1,1}^- = \left(k_1 \frac{k_1 + ik_2}{k^2 + \chi^2} - 1\right) n, \quad F_{1,1}^+ = \left(k_1 \frac{k_1 - ik_2}{k^2 + \chi^2} - 1\right) n, \\
F_{1,2}^- = -\left(k_1 \frac{k_1 + ik_2}{k^2 + \chi^2} - 1\right) (\Pi_1 + i\Pi_2), \quad F_{1,2}^+ = -\left(k_1 \frac{k_1 - ik_2}{k^2 + \chi^2} - 1\right) (\Pi_1 - i\Pi_2), \\
F_{2,1}^- = -\left(k_2 \frac{k_1 + ik_2}{k^2 + \chi^2} - i\right) n, \quad F_{2,1}^+ = \left(k_2 \frac{k_1 - ik_2}{k^2 + \chi^2} + i\right) n, \\
F_{2,2}^- = \left(ik_2 \frac{k_1 + ik_2}{k^2 + \chi^2} + 1\right) (i\Pi_1 - \Pi_2), \quad F_{2,2}^+ = \left(ik_2 \frac{k_1 - ik_2}{k^2 + \chi^2} - 1\right) (i\Pi_1 + \Pi_2).
\end{aligned}$$

Сдвигая аргумент  $\chi$  в получающихся уравнениях на  $\pm nk$ , где  $n > 0$  – целое число, приходим к бесконечной цепочке линейных связанных обыкновенных дифференциальных уравнений по времени для амплитуд гармоник. Ее можно представить в виде  $\mathbf{Y}_t = \mathbf{B}\mathbf{Y}$ , где  $\mathbf{Y}$  – бесконечномерный столбец, а  $\mathbf{B}$  – бесконечномерная (30-диагональная) матрица.

В качестве временного инкремента линеаризованной задачи естественно принять максимальную действительную часть в спектре собственных значений матрицы  $\mathbf{B}$  ограниченного размера, контролируя корректность перехода от бесконечномерной матрицы к конечномерной.

Одномерная задача получается из (2), если положить  $k_1 = 0$ ,  $k_2 = 0$ . Результаты соответствующих расчетов представлены на рис. 1 для матрицы  $\mathbf{B}$  размера  $m \times m$ ,  $m = 6 + 12j$ ,  $j = 17$ . Количество учитываемых гармоник равно  $2j + 1$ . Волновой вектор рассеянного излучения равен  $\chi$ .

Рассеянное излучение представляет собой совокупность гармоник, каждая из которых – дублет, состоящий из стоксовой и антистоксовой компонент ВКР. Пики на рис. 1 отвечают значениям волнового вектора  $\chi = \pm jk \pm k_p$ .



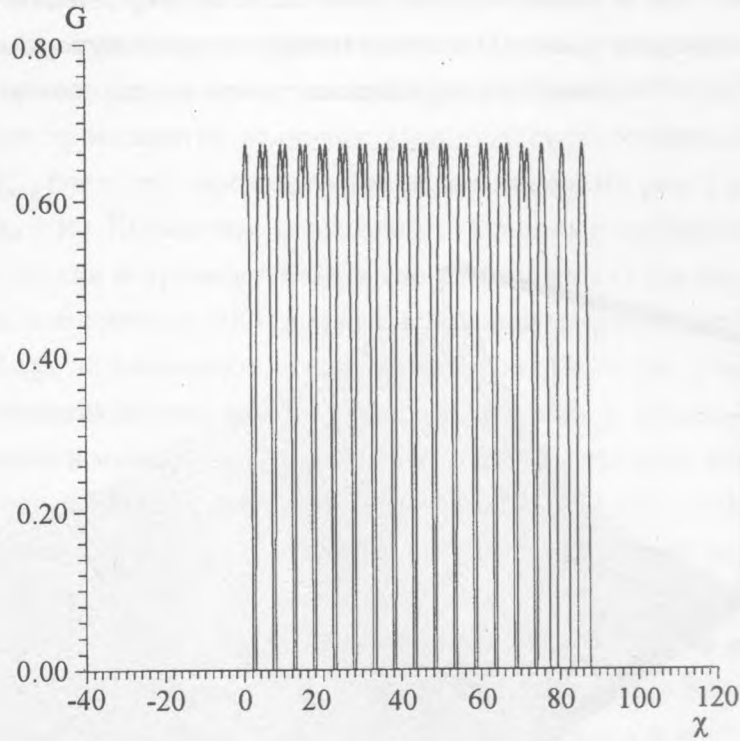


Рис. 1. Одномерная задача. Инкремент неустойчивости как функция параметра  $\chi$  для  $\chi > 0$ . График симметричен по  $\chi$ .  $a_0 = 0,5$ ,  $\epsilon^2 = 3,72 \cdot 10^{-2}$ .

В расчетах с использованием матрицы  $\mathbf{B}$  ограниченной размерности имеется локализованный краевой эффект. Например, если  $m = 210$ , то гармоники  $j = 0, 1, 2, \dots, 14$  прописываются с достаточной точностью, а гармоники  $j = 15, 16, 17$  "смазываются" краевым эффектом.

С увеличением амплитуды поля опорной волны возрастает уширение компонент ВКР. При значениях поля  $A_0 \simeq 1$  две компоненты ВКР сливаются в одну. Таким образом, в релятивистской области при  $A_0 > 1$  гармоники различимы, а компоненты ВКР – нет.

В трехмерной геометрии исследовался инкремент для задачи (2) как функция трех компонент волнового вектора возмущений  $\mathbf{k}$ . Исследование показало, что инкремент является квазипериодической функцией  $\chi$  (с точностью, которую могут обеспечить результаты численного решения) и не обладает аксиальной симметрией относительно оси  $\chi$ . Инкремент следует усреднить в пределах периода волны по начальному

моменту времени, что, в свою очередь, эквивалентно усреднению по азимутальному углу. Неусредненные результаты расчетов являются промежуточными, методическими и имеют смысл "ненаблюдаемых"; усредненные результаты соответствуют физически наблюдаемым величинам.

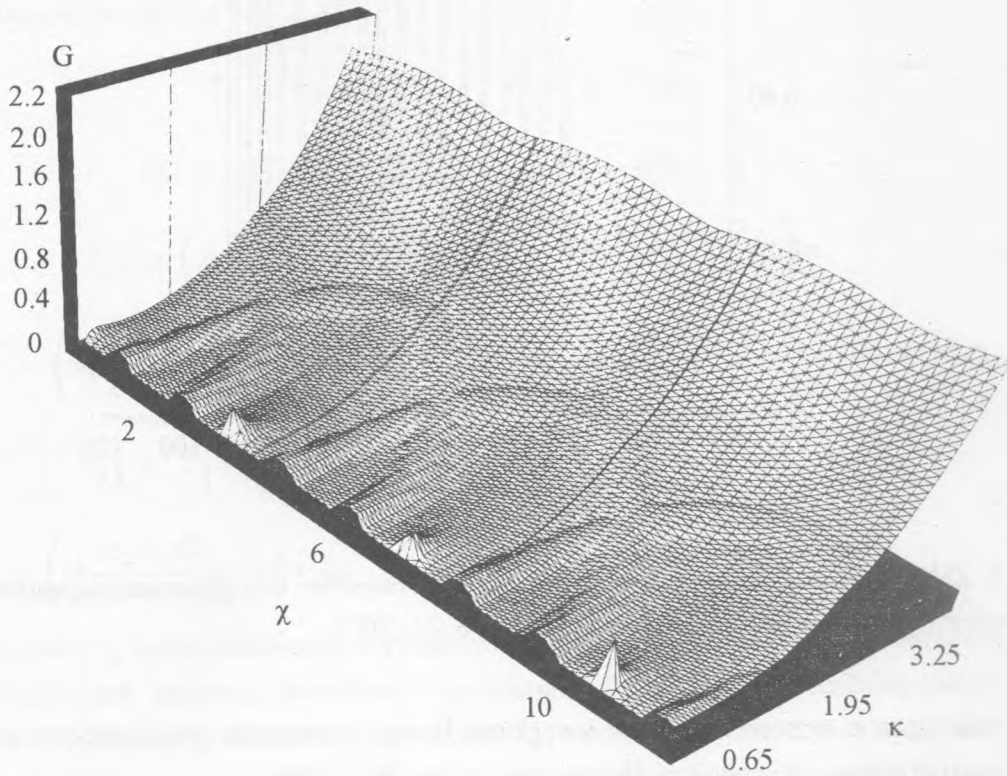


Рис. 2. Трехмерная задача. Усредненное по азимутальному углу распределение инкремента как функция  $k$  и  $\chi$ .  $a_0 = 0,1$ ,  $\epsilon^2 = 7,43 \cdot 10^{-2}$ .

На рис. 2 представлен усредненный инкремент как функция  $k$ ,  $\chi$ . Он квазипериодичен по  $\chi$ . Четко наблюдаются (а) система зацепляющихся колец, (б) повторяющиеся пички, расположенные вблизи оси  $\chi$ , (в) рост инкремента при  $k \rightarrow \infty$ .

В среде, через которую распространяется лазерное излучение с волновым вектором  $\mathbf{k}_0$ , вследствие электронной стрижки и релятивистской нелинейности генерируются гармоники  $m\mathbf{k}_0 - \Delta\mathbf{k}$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$  (с учетом комptonовского сдвига  $\Delta\mathbf{k}$ ,  $|\Delta\mathbf{k}| \ll |\mathbf{k}_0|$ ). Каждая гармоника распадается на электромагнитную (стоксова компонента ВКР) и плазменную волны:  $m\mathbf{k}_0 - \Delta\mathbf{k} \rightarrow \mathbf{k}'_m + \mathbf{k}_e$ ,  $m\omega_0 - \Delta\omega = (m\omega_0 - \Delta - \omega_p) + \omega_p$ .

Так как волновой вектор плазменных колебаний в холодной плазме принимает любые значения, вектор  $\mathbf{k}'_m$  произвольно ориентирован. Поэтому инкремент стоксовой компоненты ВКР в  $\mathbf{k}$ -пространстве имеет распределение, близкое к окружности с радиусом  $|\mathbf{k}'_m|$ . Далее, могут происходить волновые взаимодействия с образованием рассеянных волн  $\mathbf{k}'' = n\mathbf{k}_0 + \mathbf{k}'_{m,p}$ , где  $n, m$  – произвольные целые числа. На рис. 2 видна структура колец типа  $\mathbf{k}'' = n\mathbf{k}_0 + \mathbf{k}'_1$ . Кольцевые структуры с большими значениями  $m > 1$  исчезают при усреднении, однако в промежуточных (не усредненных) расчетах они наблюдаются. Антистоксовы компоненты ВКР в среде, в которой отсутствует опорная плазменная волна с частотой  $\omega_p$ , не возникают, что и показывают расчеты. Тем не менее в результате волновых взаимодействий между гармониками  $m\mathbf{k}_0$  и стоксовыми компонентами ВКР  $\mathbf{k}'_n$ , рассеивающимися назад, возникают волны, волновые векторы которых направлены вдоль оси распространения, а их модули равны  $(m - n)k_0 + k_p$ . Это создает картину появления антистоксовых компонент ВКР в одномерной задаче. В трехмерном случае по этой причине рассеяние на антистоксовых компонентах будет наблюдаться лишь в узких телесных углах вдоль оси распространения опорной волны. Пички вдоль оси  $\chi$  отвечают гармоникам с волновыми векторами  $\mathbf{k}'' = m\mathbf{k}_0 - \Delta\mathbf{k}$ , сдвинутыми вследствие отдачи электронов (комpton-эффект). Рост инкремента при  $k \rightarrow \infty$  соответствует генерации континуума, т.е. рассеянного излучения непрерывного спектра.

Рассмотренная выше теория допускает предельный переход к нерелятивистскому приближению. В математическом плане при этом в уравнениях (2) следует отбросить слагаемые, пропорциональные  $A_0^2$  и положить  $\gamma_0 = 1$ . Далее получается задача на собственные значения матрицы  $B$ , которая является 15-диагональной в отличие от релятивистского случая.

Таким образом в данной работе представлены результаты строгого линейного анализа неустойчивости распространения плоской монохроматической циркулярно поляризованной электромагнитной волны произвольной интенсивности в плазме в рамках трехмерной пространственной геометрии. Теория описывает следующие волновые процессы: генерацию гармоник распространяющегося лазерного излучения в нелинейной среде с учетом комптоновских сдвигов, распадную неустойчивость гармоник с образованием рассеянных электромагнитных волн и плазмонов, эффекты взаимодействия электромагнитных волн в плазме и генерацию континуума рассеянного излучения.

Расчеты показывают возможность рассеяния вперед и назад. При рассеянии на большие углы теория предсказывает возникновение стоксовой компоненты ВКР на основной частоте и генерацию континуума рассеянного излучения.

При рассеянии на малые углы поток излучения содержит набор гармоник, испускаемых в совокупность вложенных пространственных конусов. Более высокая гармоника распространяется в более узкий пространственный конус. Гармоники содержат как стоксову, так и антистоксову компоненты ВКР, причем последняя возникает в результате сложения излучения гармоник более высокого порядка и стоксовой компоненты ВКР, рассеянной назад. Показано, что гармоники имеют дублетную структуру при нерелятивистских интенсивностях излучения, а при релятивистских интенсивностях компоненты гармоник уширяются и сливаются в единую линию. Результаты многомерной теории для полярных углов рассеяния, равных 0 и  $\pi$ , переходят в соответствующие результаты одномерной теории (инкременты при этих значениях углов рассеяния не стремятся к нулю, в отличие от [9]).

Применение результатов вышеизложенной теории к конкретному эксперименту должно учитывать два существенных ограничения: а) минимальный размер рассеивающей области (поперечный размер пучка) должен значительно превосходить длину волны; б) время развития рассматриваемых неустойчивостей, равное обратной величине инкремента, должно быть значительно меньше длительности импульса. Кроме того в экспериментах с импульсами релятивистской интенсивности преимущественно используется линейно поляризованное излучение, в то время как все изложенные в данной работе результаты относятся к циркулярно поляризованной опорной волне. В настоящее время в теории вопрос о рассеянии линейно поляризованного лазерного излучения остается открытым.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты N 95-02-05194, 96-02-16401 и 96-02-18264) и INTAS (грант N 94-1937).

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Montgomery D. S., Batha S. H., Bradley K. S. et al. ICF Annual Report UCRL-LR-105820-91, p. 13.
- [2] Umstadter D., Mori W. B., and Joshi C. Phys. Fluids B, 1(1), 183 (1989).
- [3] Batha S. H., Meyerhofer D. D., Simon A., and Drake R. P. Phys. Fluids B, 3(2), 448 (1991).
- [4] Milam D. and Eimerl D. ICF Quarterly Report UCRL-LR-105821-92-4, p. 151.



- [5] Estabrook K., Krueer W. L., and Haines M. G. Phys. Fluids B, **1**(6), 1282 (1989).
- [6] Bulanov S. V., Inovenkov I. N., Kirsanov V. I., Naumova N. M., and Sakharov A. S. Phys. Fluids B, **4**(7), 1935 (1992).
- [7] Горбунов В. М., Кирсанов В. И. Труды ФИАН, **219**, 3 (1992).
- [8] Кирсанов В. И., Сахаров А. С. Физика плазмы, **21**, N 7, 623 (1995).
- [9] Кирсанов В. И., Сахаров А. С. Физика плазмы, **21**, N 7, 632 (1995).
- [10] Боровский А. В., Галкин А. Л., Коробкин В. В., Ширяев О. Б. Квантовая электроника, **24**, 929 (1997).
- [11] Borisov A. V., Borovskiy A. V., et al. Phys. Rev. Letters, **68**, 2309 (1992).
- [12] Mourou G. and Umstadter D. Phys. Fluids, **B4**, 2315 (1992).
- [13] Patterson F. G., Gonzales R., and Perry M. D. Optics Letters, **16**, 1107 (1987).
- [14] Liu C. S., Rosenbluth M. N., and White R. B. Phys. Fluids, **17**, 1211 (1974).
- [15] Ахиезер А. И., Половин Р. В. ЖЭТФ, **30**, 915 (1956).
- [16] Боровский А. В., Галкин А. Л. Лазерная физика. М., Изд. Атомн. Техн., 1996, с. 496.