Краткие сообщения по физике № 12-1986 г.

УДК 539.171

ОБ АМПЛИТУДЕ РАССЕЯНИЯ ВПЕРЕД НА АДРОН–ЯДЕРНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛАХ

В.И. Беляк

Получены квазиклассические выражения для амплитуды рассеяния вперед и полного сечения рассеяния на реалистических адрон-ядерных оптических потенциалах с сильным краевым поглощением.

Для аналитического описания рассеяния адронов на ядрах представляет интерес воспользоваться квазиклассическим рассмотрением в рамках модели оптического потенциала. В /1/ рассмотрено рассеяние на потенциале с простейшим образом размытым краем. Размытие считалось линейным в первом приближении, а в последующих – представлялось в виде соответствующего степенного разложения. Однако при достаточно сильном взаимодействии большую роль начинают играть "хвосты" реалистических потенциалов. В /2/ с помощью сильно поглощающего экспоненциального "хвоста" описывалось пион-ядерное рассеяние в области Δ_{33} – резонанса.

В настоящей работе развитым в /1/ методом вычисляется амплитуда рассеяния вперед и полное сечение на потенциале, размытие края которого (следуя /2/) сводится в первом приближении к экспоненциальному, а в последующих приближениях (по аналогии с /1/) представляется в виде разложения по степеням экспоненты.

Будем описывать рассеяние волновым уравнением

$$[\nabla^2 + k^2 n^2(r)]\Psi(r) = 0, \quad n^2(r) = 1 - u(r), \tag{1}$$

где $n(r)$ – показатель преломления; $u(r)$ – эффективный безразмерный потенциал, зависящий от волнового числа k падающих частиц и связанный соответствующим образом с оптическим потенциалом. Полагаем, что:

I. $u(r)$ разлагается в ряд по четным степеням r в окрестности O,

II. $u(r)$ разлагается в ряд по степеням экспоненты в окрестности $+\infty$:

$$u(r) = -\bar{u} \sum_{n=1}^{\infty} c_n \exp\left(-n\,\frac{r-R}{a}\right) \quad \text{при } r > R \quad (c_1 = 1,\ c_n \sim 1). \tag{2}$$

Таким потенциалом, в частности, является сумма объемного и поверхностного потенциалов Вудса-Саксона*:

$$u(r) = -\bar{u}_0/(1 + \exp\frac{r-R}{a}) - \bar{u}_s 4\exp\frac{r-R}{a}/(1+\exp\frac{r-R}{a})^2; \tag{3}$$

$$\bar{u} = \bar{u}_0 + 4\bar{u}_s, \quad c_n = (-1)^{n-1}(1+\xi n)/(1+\xi), \quad \xi = 4\bar{u}_s/\bar{u}_0.$$

Будем также полагать

$$|q(R)| = |k\bar{u}\sqrt{aR}| \gg 1, \ a/R \ll 1. \tag{4}$$

Условие (4) на $q(R)$ означает достаточно сильное взаимодействие падающих частиц с краем потенциала.

---

* Условие I выполняется для (3) только в пренебрежении величинами $\sim \exp(-R/a) \ll 1$. Строго говоря, (3) следует симметризовать.

Амплитуду рассеяния вперед $f(0) = \frac{i}{k}\sum_{l=0}^{\infty}(l+1/2)[1-\exp(2i\delta_l)]$ будем вычислять в приближении типа квазиклассического. Суммирование в $f(0)$ заменим на интегрирование и преобразуем ее к виду

$$f(0) = -k\int_0^{\infty}\exp[2i\delta(b)]\delta'(b)\,b^2\,db, \quad b \equiv \frac{l+1/2}{k}, \quad \delta(b) \equiv \delta_l. \tag{5}$$

Следуя /1/, перейдем в (5) к интегрированию по линиям наибыстрейшего спада $\exp[2i\delta(b)]$. Это выделяет имеющие физический смысл части $f(0)$, порождаемые окрестностями точек "существенности" (граничных, перевальных, особых) подынтегрального выражения. Учтем в $f(0)$ части, определяемые интегралами по линиям наибыстрейшего спада L_c и L_d, исходящим из 0 и $+\infty$. При этом

$$f(0) = f_c(0) + f_d(0), \quad f_{(c,d)}(0) = (\pm k)\int_{L_{(c,d)}}\exp[2i\delta(b)]\delta'(b)\,b^2\,db. \tag{6}$$

Используя квазиклассические выражения для сдвигов фаз $\delta(b)$ в окрестности 0 /1/, получим для потенциала (3)

$$f_c(0) = -kR^2\frac{n_0}{p_0-p_s}e^{i(p_0+p_s)}\left\{1+\frac{i}{p_0-p_s}\left(\frac{p_0-3p_s}{p_0-p_s}\right)\left[1+\frac{(n_0-1)^2}{3n_0}\right]+\ldots\right\}, \tag{7}$$

$$n_0 = \sqrt{1+\bar{u}_0}, \quad p_0 = 2(n_0-1)kR, \quad p_s = p_0\frac{a}{R}\xi = 4\bar{u}_s ka\left[1-\frac{1}{4}\bar{u}_0+\ldots\right].$$

Здесь в величинах $\sim a/R$ учтен только линейный вклад поверхностного потенциала. Отметим, что граничная точка $b = 0$ является также и точкой перевала для $\exp[2i\delta(b)]$.

Для $\delta(b)$ $(\mathrm{Re}\,b > R)$, порождающих $f_d(0)$, ограничимся вначале эйкональными выражениями. При этом основной член $\delta(b)$ соответствует учету экспоненциального "хвоста" потенциала и в пренебрежении величинами $\sim a/b$ имеет вид

$$\delta(b)^{(0)} = \sqrt{\frac{\pi}{8}}\,q(b)\exp\left(-\frac{b-R}{a}\right), \quad q(b) = k\bar{u}\sqrt{ab}. \tag{8}$$

В рамках (8) линия L_d является прямой, параллельной вещественной оси, $\mathrm{Im}\,b = a\arg(\bar{u}/i)$; здесь и далее $|\arg(\bar{u}/i)| \leqslant \pi/2$, $(\mathrm{Re}\,b > R)$.

Таким образом, в эйкональном приближении для потенциала вида (2), в частности для (3), при условии (4) с учетом величин $\sim (a/R)^2$ и $\sim |1/g(R)|^2$ получим

$$f_d(0) = f_d^{(1)}(0) + f_d^{(2)}(0), \quad f_d^{(1)}(0) = \frac{ik}{2}\left[\tilde{b}^2 + a^2\left(\frac{\pi^2}{6}+\frac{3}{4}\right)\right],$$
$$f_d^{(2)}(0) = \frac{ik}{2}\frac{a\tilde{b}}{q(\tilde{b})}\left\{\frac{2i}{\sqrt{\pi}}c_2\left(1-\frac{9}{16}\frac{a}{\tilde{b}}\right)-\frac{2}{\pi}\left[\frac{4}{\sqrt{3}}c_3\left(1-\frac{a}{2\tilde{b}}\right)-3c_2^2\left(1-\frac{5}{8}\frac{a}{\tilde{b}}\right)\right]\frac{1}{q(\tilde{b})}\right\}, \tag{9}$$

где $\tilde{b} = b(\tilde{t})$, $\tilde{t} = \exp(-\gamma)$, $\gamma = 0{,}5772$ – постоянная Эйлера, $b(t)$ – решение уравнения $t = -2i\delta(b)^{(0)}$,

$$b(t) = b_1(t) + \frac{a}{2}\left(1+\frac{a}{2b_1(t)}\right)\ln\frac{b_1(t)}{R}, \quad b_1(t) = R + a\ln\left(\sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{q(R)}{it}\right). \tag{10}$$

Если пренебречь вкладом $\sim (\frac{a}{R})^3 |\ln q(R)|^2$, то $b(t) \approx R + a(1 + \frac{a}{2R}) \ln(\sqrt{\frac{\pi}{2}}\ \frac{q(R)}{it})$.

Отметим, что $\tilde{b} = \bar{b} + a(1 + a/2\bar{b})\gamma$, где $\bar{b} = b(1)$ является точкой перевала для $\exp[2i\delta(b)^{(0)} + \ln\delta\ (b)^{(0)}]$.

В (9) $f_d^{(1)}(0)$ представляет эйкональную амплитуду рассеяния на экспоненциальном хвосте потенциала $- \bar{u}\exp(-\frac{r-R}{a})$, содержащую основной вклад и существенную поправку $\sim (a/R)\ln|q(R)|$. Параметром разложения $f_d^{(1)}(0)$ является $|a/\bar{b}_1| \lesssim a/R$. Амплитуда $f_d^{(2)}(0)$ учитывает второй и последующие члены (2), параметр ее разложения – $|1/q(R)|$, относительный вклад $(a/R)\ (1/q(R)) \ll 1$. Амплитуда (9) является обобщением результата /2/ методом /1/.

Рассмотрим неэйкональные поправки к выражению (9) для $f_d(0)$ (при этом величины $\sim a/R$ не выписываем, а величины $\sim |1/q(R)|$ учитываем только в неэйкональной поправке первого порядка)

$$\Delta f_d(0) = \Delta f_d^{(1)}(0) + \Delta f_d^{(2)}(0),$$

$$\Delta f_d^{(1)}(0) = \frac{ik}{2}\ a\bar{b}\left\{\eta(\bar{b})\left[\frac{i}{\sqrt{\pi}} - C\ \frac{4c_2}{q(\bar{b})}\right] - C\eta^2(\bar{b})\right\}, \quad C = \frac{\sqrt{3}}{\pi}\ (1 - \frac{\sqrt{3}}{2}), \tag{11}$$

$$\Delta f_d^{(2)}(0) = \frac{ik}{2}\ a\bar{b}\left\{\ \frac{1}{12}\ \ \eta^2(\bar{b})\ \right\}, \quad \eta(b) = \frac{1}{ka}\sqrt{\frac{b}{a}}\ .$$

Здесь $\Delta f_d^{(1)}(0)$ включает поправки первого и второго порядка, соответствующие эйкональному разложению фаз $\delta(b)$, взятых в первом квазиклассическом приближении; $\Delta f_d^{(2)}(0)$ – дополнительная неэйкональная поправка второго порядка в формализме /3/. Амплитуда $\Delta f_d(0)$ дает в $\mathrm{Im}\, f(0)$ и $|f(0)|^2$ вклад* $\sim (a/R)\eta^2(R)$, а также вклады $\sim (a/R)\eta(R)/q(R)$ и $(a/R)^2\eta(R)$. Параметром разложения $\Delta f_d(0)$ является $\eta(R)$. Представляет интерес дальнейшее изучение неэйкональных поправок, в частности, с последовательным использованием высших квазиклассических приближений.

Выпишем полное сечение $\sigma_t = (4\pi/k)\,\mathrm{Im}\, f(0)$, соответствующее (6), (7), (9), (11),

$$\sigma_t = \sigma_t^c + \sigma_t^d + \Delta\sigma_t^d,$$

$$\sigma_t^c = 2\pi R^2\left\{-2\left|\frac{n_0}{p_0 - p_s}\right| e^{-\mathrm{Im}(p_0 + p_s)}\ \sin\left[\mathrm{Re}(p_0 + p_s) + \arg\frac{n_0}{p_0 - p_s}\right] + \dots\right\},$$

$$\sigma_t^d = 2\pi\tilde{b}_R^2\left\{1 + \left(\frac{a}{\tilde{b}_R}\right)^2\left[\frac{\pi^2}{6} + \frac{3}{4} - \left(\arg\frac{\bar{u}}{i}\right)^2\right] - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\frac{a}{\tilde{b}_R}\ \mathrm{Im}\,\frac{c_2}{q(\tilde{b}_R)} + \dots\right\}, \tag{12}$$

$$\Delta\sigma_t^d = 2\pi\bar{b}_R^2\left\{(\frac{1}{12} - C)\ \frac{1}{(ka)^2} - 4C\ \frac{a}{\bar{b}_R}\ \frac{1}{(ka)^2}\ \mathrm{Re}\,\frac{c_2}{\bar{u}} + \dots\right\}.$$

---

* Для нуклонов с $E \sim 100$ Мэв первый член $\Delta\sigma_t^d \sim 0{,}01\sigma_t$ (см. (12)). Отметим малость коэффициента $(1/12 - C) = 9{,}47\cdot10^{-3}$ в (12), возникающую из-за взаимного сокращения частей $\Delta f_d^{(1)}(0)$ и $\Delta f_d^{(2)}(0)$.

Здесь σ_t^d и $\Delta\sigma_t^d$ записаны для потенциала общего вида (2), а σ_t^c – для его конкретного случая (3). Величины $b(t)_R \equiv \mathrm{Re}\, b(t)$ получаются из $b(t)$, определяемых (10), заменой $q(R)/i$ на $|q(R)|$. (В σ_t^c и части σ_t^d, порождаемой $f_d^{(2)}(0)$, выписаны только основные величины, соответствующие первым членам разложения.) Отметим, что в рассматриваемом приближении вклад неэйкональных поправок в $|f(0)|^2$ в 2 раза больше чем в σ_t.

Обсудим структуру $f(0)$. Мы выделили из $f(0)$ две части $f_c(0)$ и $f_d(0)$ при условиях I, II (4). Величина $f_c(0)$ представляет амплитуду классического рассеяния на нулевой угол с нулевым прицельным расстоянием. Величину $f_d(0)$ можно интерпретировать как амплитуду дифракционного рассеяния на "хвосте" потенциала. Вообще говоря, в $f(0)$ возможно появление дополнительного члена от внутренней части края потенциала (скажем, от точек ветвления эйкональной фазы для (3)).

Однако, если усилить условие (4) на $q(R)$, требуя сильного краевого поглощения $\mathrm{Im}\, q(R) \gg 1$, то все краевые эффекты, кроме "хвостовых", будут резко ослаблены ($\propto \exp[-\mathrm{Im}\, q(R)]$). В этом случае полученное представление $f(0)$ является полным. При этом величина $f_c(0)$ может играть роль, если поглощение в основном поверхностное, и пренебрежимо мала в случае объемного поглощения.

Полученные выражения амплитуды рассеяния вперед и полного сечения применимы при рассмотрении рассеяния пионов, каонов и антинуклонов на ядрах (т.е. в случаях, когда имеет место сильное поглощение).

Автор благодарит Г.М. Ваградова за полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беляк В.И. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 10, 31 (1976).
2. Johnson M.B., Bethe H.A. Comments Nucl. Part. Phys., 8, 75 (1978); Germond J.F., Johnson M.B. Phys. Rev., C22, 1622 (1980).
3. Wallace S.J. Ann. Phys., 78, 190 (1973).

Институт ядерных исследований АН СССР Поступила в редакцию 21 августа 1986 г.