Краткие сообщения по физике № 6-1986 г.

УДК 534.222

ГЕНЕРАЦИЯ ВТОРОЙ ГАРМОНИКИ СДВИГОВОЙ ВОЛНЫ В ГАУССОВОМ ПУЧКЕ В ИЗОТРОПНОМ ТВЕРДОМ ТЕЛЕ

Е.А. Заболотская

Вычислена амплитуда второй гармоники, генерируемой поперечной волной с гауссовым распределением амплитуды. Показано, что механизм генерации второй гармоники, связанный с пространственным ограничением волны, может вносить вклад, сравнимый с другими известными механизмами.

В однородном изотропном твердом теле вторая гармоника плоской сдвиговой волны является "запрещенной" /1/. Однако в действительности она генерируется. Ее амплитуда на 1–2 порядка меньше амплитуды второй гармоники продольной волны, которая в свою очередь может достигать десятых долей процента от амплитуды основной компоненты /1/. Генерацию второй гармоники сдвиговой волны связывают с остаточными напряжениями в изотропном твердом теле /2/ и с неоднородностями, причем главную роль играют микронеоднородности модулей упругости /3/.

В работе /4/ предложен механизм генерации второй гармоники сдвиговой волны, связанный с пространственной ограниченностью волны. При учете дифракционной расходимости в уравнении движения появляется квадратичная форма. Структура ее такова, что непосредственно на этой квадратичной нелинейности вторая гармоника не может порождаться ни линейно поляризованной волной, ни волной с круговой и эллиптической поляризацией. Однако эта квадратичная форма вносит вклад в генерацию второй гармоники следующим образом /4/. На кубической нелинейности рождается третья гармоника, затем на квадратичной нелинейности она смешивается с основной компонентой, давая вторую гармонику. Здесь возникает вопрос о величине второй гармоники, генерируемой таким образом. Чтобы ответить на этот вопрос, нужно вычислить амплитуду второй гармоники сдвиговой волны и сравнить ее с амплитудой второй гармоники, измеренной экспериментально. В данной работе проводятся такой расчет и сравнение.

Выпишем выражение для амплитуды второй гармоники сдвиговой линейно поляризованной волны, имеющей гауссово распределение амплитуды на границе, воспользовавшись формулами, приведенными в статье /4/. Для расстояний $z \ll ka_0^2$ формула (6) работы /4/ дает:

$$v = -(i\Lambda/2k)\,z^2 \exp[-4(x^2+y^2)/a_0^2]. \tag{1}$$

Здесь $\Lambda = i\,(\mu + A/4)F\omega^2 u_0^4/2\rho^2 c_t^9$; $F = 2\mu/3 + K/2 + A/2 + B + D/2 + G$; μ – модуль сдвига; K – модуль всестороннего сжатия; A и B – упругие модули третьего порядка; D и G – упругие модули четвертого порядка /4/; ρ – плотность недеформированного твердого тела: c_t – скорость распространения поперечной волны; u_0 и ω – амплитуда и частота гармонической волны, возбужденной на границе; k – волновое число; z – продольная координата; a_0 – ширина пучка; x и y – поперечные координаты.

Амплитуда второй гармоники связана с функцией v соотношением $u_2 = \partial v/\partial y$. В статье /4/ допущена ошибка: на стр. 46 фразу "продифференцируем уравнение (4) по y и введем новую функцию $v = \partial u_2/\partial y$" следует читать: "проинтегрируем уравнение (4) по y и введем новую функцию $u_2 = \partial v/\partial y$". После дифференцирования выражения (1) по y получим:

$$u_2 = \frac{2(\mu + A/4)F\omega^4 u_0^4}{\rho^2 c_t^8 a_0^2}\; yz^2 \exp\left[-\frac{4(x^2+y^2)}{a_0^2}\right]. \tag{2}$$

Напомним, что вторая гармоника является линейно поляризованной, причем вектор поляризации перпендикулярен вектору поляризации основной компоненты. В данном случае u_0 имеет x-компоненту, отличную от нуля, u_2 – y-компоненту.

Из выражения (2) видно, что при предельном переходе к плоским волнам $a_0 \to \infty$, $u_2 \to 0$. Амплитуда второй гармоники, генерируемая в гауссовом пучке, не является аксиально симметричной. Такое поведение второй гармоники, по-видимому, поможет отделить ее от второй гармоники, генерируемой за счет других механизмов. На расстояниях, малых по сравнению с дифракционной длиной, $u_2 \sim z^2$, амплитуда третьей гармоники $u_3 \sim z$, взаимодействие третьей гармоники с основной компонентой пропорционально z.

Численные оценки осложняются тем, что неизвестны величины модулей упругости четвертого порядка. Поэтому можно говорить только о порядке величины второй гармоники, генерируемой таким образом.

Проведем оценку для алюминия, используя данные, приведенные в /1/ и /5/; кроме того, примем ширину пучка $a_0 = 100\lambda$, частоту гармонического сигнала $\nu = 500$ МГц, амплитуду смещения $u_0 = 10^{-8}$ см. Амплитуда второй гармоники в точке пространства с координатами $x = 0$, $y = a_0/2\sqrt{2}$, $z = 0{,}1\ ka_0^2$ имеет порядок величины

$$u_2 \sim 10^{-5}\ u_0. \qquad (3)$$

Из выражения (3) следует, что амплитуда второй гармоники, генерируемая за счет рассматриваемого механизма, может достигать значения, сравнимого с экспериментально измеренными значениями амплитуды второй гармоники или меньшего на порядок. Однако этот порядок можно "набрать" за счет увеличения расстояния. Кроме того, сравнение модулей упругости третьего и второго порядка дает основание полагать, что неизвестные упругие модули четвертого порядка раз в десять превосходят использованные здесь упругие модули третьего порядка.

На основе проведенных вычислений можно сделать вывод о конкурентоспособности данного механизма генерации второй гармоники по сравнению с другими известными механизмами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зарембо Л. К., Красильников В. А. УФН, **102**, № 4, 549 (1970).
2. Зарембо Л. К., Тимошенко В. И. Нелинейная акустика. Изд. МГУ, М., 1984.
3. Чарная Е. В., Шутилов В. А. Акустический журнал, **31**, № 1, 114, (1985).
4. Заболотская Е. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 6, 43 (1985).
5. Справочник. Таблицы физических величин. Под ред. И.К. Кикоина. М., Атомиздат, 1976.

Институт общей физики АН СССР

Поступила в редакцию 6 марта 1986 г.