Краткие сообщения по физике № 5-1985 г.

УСТАНОВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СПЕКТРОВ ИОННО–ЗВУКОВОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПЛАЗМЫ

В. Ю. Быченков, О. М. Градов

УДК 533.951

Доказано, что при превышении порога возбуждения длинноволновых ионно-звуковых колебаний в результате квазилинейной релаксации электронов на турбулентных пульсациях и индуцированного рассеяния ионов на ионном звуке в плазме устанавливаются распределенные спектры ионно-звуковой турбулентности.

Несмотря на качественное соответствие полученных в работах /1,2/ распределенных (в $\vec{k}$-пространстве) квазистационарных спектров ионно-звуковой турбулентности (ИЗТ) экспериментальным результатам, отсутствие последовательной нестационарной теории ИЗТ оставляло открытым вопрос, касающийся установления таких распределенных спектров турбулентности и, следовательно, их адекватности экспериментам. Кроме того, в рамках тех же самых, что и в /1,2/ исходных положений о механизмах насыщения ИЗТ, была сформулирована альтернативная точка зрения, допускающая существование лишь сингулярных квазистационарных спектров турбулентности /3/. Чтобы выяснить, какое квазистационарное распределение ИЗТ устанавливается и устанавливается ли оно вообще, нами проведено численное исследование эволюции ИЗТ в условиях существенного превышения порога ионно-звуковой неустойчивости, когда инкремент раскачки по волновым числам достаточно широк, так что оказывается возможным возбуждение длинноволнового ионного звука. При этом показано, что в результате релаксации неустойчивости устанавливаются квазистационарные распределенные по волновым числам и углам спектры ИЗТ, которые вне области сильного ионного черенковского и столкновительного затухания хорошо согласуются с предсказаниями стационарной теории /1,2/, относящейся именно к этой области пространства волновых векторов.

Так же как и в стационарной теории /1,2/, будем одновременно учитывать эффекты релаксации электронов на ИЗТ и индуцированное рассеяние ионного звука на ионах. Тогда для $N(\theta,k,t)$ – числа ионно-звуковых волн имеем:

$$\frac{\partial N(\theta,k,t)}{\partial t} = 2\Gamma_{NL}(\theta,k,t)\,N(\theta,k,t) + 2\gamma_s(k)\,[1+\delta(k)+\delta_{st}(k)]N_{sp}(k) +$$

$$+ 2\gamma_0 r_{De}^{-2}\mu \;\frac{\partial^2 N(\theta,k,t)}{\partial k^2}\,. \qquad (1)$$

Здесь Γ_{NL} – нелинейный инкремент, учитывающий указанные выше нелинейные эффекты и обычное ионное затухание волн /1/:

$$\Gamma_{NL}(\theta,k,t) = 2\gamma_s(k)\,[\cos\theta\sqrt{1+k^2 r_{De}^2}\,u(\theta,t) - 1 - \delta(k) - \delta_{st}(k)] +$$

$$+ k^2 v_{Ti}^2 (1+k^2 r_{De}^2)^{3/2} \;\frac{\partial}{\partial k}\; k^4 (1+k^2 r_{De}^2)^{3/2} \int_{-1}^{1} d\cos\theta'\, Q(\sin\theta,\cos\theta') \times$$

$$\times \;\frac{N(\theta',k,t)}{4\pi n_e \kappa T_e}\;, \qquad (2)$$

где $\gamma_s(k) = \gamma_0 k r_{De}(1 + k^2 r_{De}^2)^{-2}$; $\quad \gamma_0 = \sqrt{\pi/8}\,\omega_{Li}^2/\omega_{Le}$;

$$\delta(k) = \delta\exp[k^2 r_{De}^4/2r_{Di}^2(1+k^2 r_{De}^2)];\; \delta_{st}(k) = \delta_0 (k r_{De})^{-1}(1+k^2 r_{De}^2)^3;$$

$$u(\theta,t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\sin\theta} \frac{dx}{\sqrt{\sin^2\theta - x^2}}\;\frac{K_N + (1-x^2)^{-1/2}\chi_1(\sqrt{1-x^2},t)}{\chi_2(\sqrt{1-x^2},t) + K_N/K_{st}}\,; \qquad (3)$$

$$\chi_n(x,t) = \frac{v_{Ti}^2}{\gamma_0}\int_0^x d\cos\theta \int_0^\infty k^4 dk \;\frac{N(\theta,k,t)}{4\pi n_e \kappa T_e}\;\frac{(1+k^2 r_{De}^2)^{(n-5)/2}}{\sqrt{x^2-\cos^2\theta}}\left(\frac{\cos\theta}{x}\right)^n,$$

$n = 1, 2;$ (4)

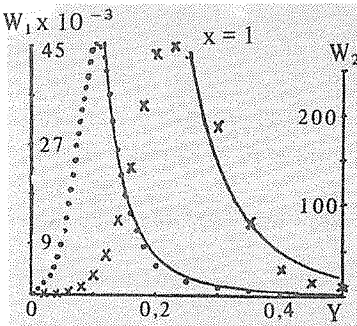
последнее слагаемое в (1) моделирует малые ($\mu \ll 1$) члены, связанные с четырехволновыми процессами. (см., например, /4/) ; N_{sp} характеризует тепловой уровень шумов; θ – угол между волновым вектором $\vec{K}$ и силой $\vec{F}$, действующей на электроны и вызывающей неустойчивость: $\vec{F} = e\vec{E} - n_e^{-1}\nabla n_e \kappa T_e$. Величины δ, δ_0, K_N, K_{st}, $Q(s,p)$ введены в работе /1/. При этом δ и δ_0 характеризуют величину ионного черенковского и столкновительного затухания ионно-звуковых волн; K_N – турбулентное число Кнудсена, пропорциональное F; K_{st} пропорционально обычному числу Кнудсена и характеризует линейный инкремент раскачки; $Q(x,y)$ – ядро нелинейного взаимодействия, представляющее собой полином восьмой степени угловых переменных s, p.

Согласно (2)–(4), уравнение (1) представляет собой нелинейное интегро-дифференциальное уравнение. Это уравнение с использованием безразмерных переменных $\tau = 2\gamma_0 t$, $x = \cos\theta$, $y = kr_{De}$ решалось численно относительно функции $W(x,y,\tau) = (v_{Ti}^2/\gamma_0 r_{De}^5)(y/\sqrt{1+y^2})(N(\theta,k,t)/4\pi n_e \kappa T_e)$, пропорциональной спектральной плотности энергии ионного звука. В качестве начального выбиралось значение теплового шума $W(x,y,0) = \alpha = 10^{-3} \div 10^{-5}$. Расчеты проводились при δ, $\delta_0 < 1$ и для случая $K_{st} \gg 1$, что отвечало существенному превышению порога раскачки длинноволнового звука. Спустя время τ, составляющее порядка нескольких значений величины $(yK_{st})^{-1}$, распределение шума не зависело от начального инкремента и начального теплового уровня, т. е. от параметров K_{st} и α. В достаточно широком диапазоне изменений параметра μ от 0,1 до $5 \cdot 10^{-4}$ результаты не зависели от этой величины.

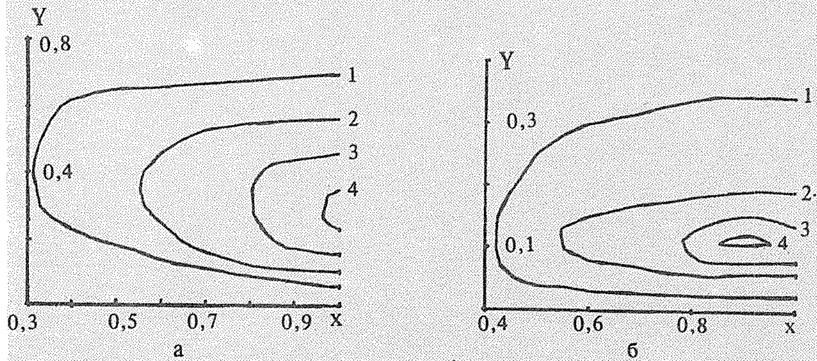
В процессе релаксации турбулентности происходило ее насыщение, которое при $K_N < 1$ достигалось за время, по порядку величины составляющее несколько обратных значений величины $y(\delta + \epsilon)$, где $\epsilon = (8K_N/3\pi)\,ln(1/K_n)$ – параметр, введенный в /1/ для характеристики эффективности индуцированного рассеяния ионного звука на ионах. При $K_N \gg 1$ соответствующее время составляло несколько обратных значений величины $y\sqrt{K_N}$. В режиме насыщения ИЗТ поведение интенсивности соответствует установленным в работах /1,2/ интерполяционным зависимостям $\mathcal{E}^2/4\pi \propto K_N(\delta + \epsilon)^{-1}$ при $K_N < 1$ и $\mathcal{E}^2/4\pi \propto \sqrt{K_N}$ при $K_N \gg 1$, где $\mathcal{E}^2/4\pi$ – полная плотность энергии шумов.

Спектральное распределение турбулентных пульсаций по волновым числам в режиме насыщения имеет ярко выраженный максимум в области длинных волн $y_m \ll 1$. Малость энергии в коротковолновой области $y \gtrsim 1$ обусловлена как эффектом перекачки за счет индуцированного рассеяния волн на ионах, так и черенковским ионным затуханием. Уменьшение энергии при $y < y_m$ связано с сильной столкновительной диссипацией ионно-звуковых волн. При $1 > y > y_m$ спектр близок к спектру Кадомцева – Петвиашвили (рис. 1).

Линии постоянного уровня функции спектрального распределения ($W = \mathrm{const}$) изображены на рис. 2, который демонстрирует как перекачку по длинам волн, так и то, что на начальном этапе релаксации ИЗТ турбулентные пульсации в основном концентрируются в направлении силы $\vec{F}$, вызывающей неустойчивость. Угловое распределение ИЗТ в режиме насыщения качественно различно для $K_N < 1$ и $K_N \gg 1$. Квазистационарное распределение шума при $K_N \gg 1$ имеет максимум в направлении, не совпадающем с направлением оптимальной раскачки x = 1, в отличие от случая $K_N < 1$, где в режиме насыщения ИЗТ шум максимален в направлении, совпадающем с направлением $\vec{F}$. Такой характер углового распределения ИЗТ находится в соответствии с теорией квазистационарных спектров /1,2/. Смещение максимума квазистационарного спектра по углу монотонно увеличивается с ростом K_N, достигая в пределе очень больших K_N значения $\theta \cong 35^o$, совпадающего с полученным в /2/.



Р и с. 1. Квазистационарные распределения W_1 при K_N = 70, δ = 0,18, δ_0 = 0,5 (точки), W_2 при K_N = 0,4, $\delta = 10^{-4}$, δ_0 = 0,1 (крестики) и спектры Кадомцева – Петвиашвили (сплошные линии). Для распределений 1, 2 $y_m \cong 0{,}11$, $y_m \cong 0{,}23$ соответственно.



Р и с. 2. Линии постоянного значения уровня шума (W = const) при K_N = 70, δ = 0,18, δ_0 = 0,5 на разных этапах развития ИЗТ: а) τ = 2,5, W = 10 (1); 400 (2); 1200 (3); 2800 (4); б) τ = 58 (квазистационарное распределение), W = 300 (1), 10^4 (2) ; $2{,}8 \cdot 10^4$ (3) ; $4 \cdot 10^4$ (4).

В результате численных расчетов выявлено подобие распределений шума по волновым числам при $y > y_m$ для различных углов, указывающее на возможность приближенного представления полученного численного решения для квазистационарных спектров ИЗТ в виде произведения двух функций, одна из которых зависит только от волнового числа, а другая – от угловой переменной. Это подтверждает правомерность использования метода разделения переменных в аналитическом подходе теории квазистационарных спектров /1,2/.

Авторы благодарны В. П. Силину за обсуждение результатов и внимание к работе.

Поступила в редакцию 11 февраля 1985 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Быченков В. Ю., Силин В. П. ЖЭТФ, 82, 1886 (1982).
2. Быченков В. Ю., Градов О. М., Силин В. П. Физика плазмы, 10, 33 (1984).
3. Натанзон А. М. Препринт Пр-853, Институт космических исследований, М., 1983.
4. Брейзман Б. Н., Захаров В. Е., Мушер С. Л. ЖЭТФ, 64, 1297 (1973).