К ТЕОРИИ АНОМАЛЬНОЙ МАГНИТОУПРУГОСТИ ФЕРРОМАГНЕТИКОВ

В.М. Зверев, В.П. Силин

УДК 538.11

На примере модели кулоновского взаимодействия электронов и решетки сформулирована термодинамическая теория магнитоупругости. Для слабого ферромагнетика приведены результаты, позволяющие различать температурные зависимости низкочастотных и высокочастотных модулей упругости.

В настоящем сообщении излагаются результаты термодинамического подхода к теории аномальных упругих свойств ферромагнетиков и приводится сравнение с результатами подхода, базирующегося на использовании динамических уравнений для электронов и решетки. В основу положено следующее выражение для энергии взаимодействия электронов и решетки с электрическим полем, возникающим благодаря деформациям:

$$\int d\vec{r}\,\varphi(\vec{r})\left\{ e\int d\tau[n^{+}(\vec{p})+n^{-}(\vec{p})]+[1-u_{ii}(\vec{r})]Q\right\}, \qquad (1)$$

где $d\tau = d\vec{p}\,(2\pi\hbar)^{-3}$; $\varphi(\vec{r})$ — электрический потенциал; $n^{\sigma}(\vec{p})$ — функция распределения по импульсам электронов с проекцией спина σ; u_{ij} — тензор деформаций; e — заряд электрона; Q — равновесная плотность заряда решетки.

Используя (1) как добавку к термодинамическому потенциалу ферромагнетика и проводя необходимое его варьирование, получаем уравнение электронейтральности:

$$e\int d\tau(n^{+}+n^{-})+Q[1-u_{ii}(\vec{r})]=0 \qquad (2)$$

и выражение для обусловленной (1) добавки к тензору напряжений:

$$\delta\sigma_{ij}=-\delta_{ij}Q\varphi(\vec{r}). \qquad (3)$$

При этом для распределений электронов с проекцией спина σ имеем

$$n^{\sigma}(\vec{p},\vec{r}) = n_F[\epsilon(\vec{p}) - \sigma b(\vec{p}) + e\varphi(\vec{r})]. \tag{4}$$

Заметим, что, например, учет влияния флуктуаций может быть проведен соответствующим выбором функций $\epsilon(\vec{p},\vec{r})$ и $b(\vec{p},\vec{r})$. Пренебрегая флуктуациями, воспользуемся простейшей аппроксимацией, согласно которой $\epsilon_0(\vec{p})$ зависит только от квазиимпульса и не зависит от электронного распределения, а для $b(\vec{p},\vec{r})$ примем:

$$b(\vec{r}) = \beta B - \psi \int d\tau [n^{+}(\vec{p},\vec{r}) - n^{-}(\vec{p},\vec{r})], \tag{5}$$

где β — магнитный момент электрона; B — индукция магнитного поля; ψ — константа обменного взаимодействия. Линеаризуя формулы (2), (4), (5) по $\varphi(\vec{r})$, получаем:

$$\begin{gathered} e\varphi(\vec{r}) = u_{ii}(\vec{r}) \, \frac{Q}{e} \, \frac{1 - \psi\langle f'_{+} + f'_{-}\rangle}{\langle f'_{+} + f'_{-}\rangle - 4\psi\langle f'_{+}\rangle\langle f'_{-}\rangle}, \\ b(\vec{r}) = \beta B - \psi\langle f'_{+} - f'_{-}\rangle - \psi(Q/e)\, u_{ii}(\vec{r}) \equiv b_0 - \psi(Q/e)\, u_{ii}. \end{gathered} \tag{6}$$

Здесь $f_{\sigma} = n_F[\epsilon_0(\vec{p}) - \sigma b_0]$, $f'_{\sigma} = df_{\sigma}/d\epsilon$, $\langle A\rangle = \int d\tau A$.

В результате подстановки (6) в (3) имеем:

$$\begin{gathered} \delta\sigma_{ij} = \lambda_{ij,kl} u_{kl} \equiv \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} u_{kl}, \\ \lambda = -\left(\frac{Q}{e}\right)^2 \frac{1 - \psi\langle f'_{+} + f'_{-}\rangle}{\langle f'_{+} + f'_{-}\rangle - 4\psi\langle f'_{+}\rangle\langle f'_{-}\rangle} = \left(\frac{Q}{e}\right)^2 \frac{1}{\chi(0,0)}, \end{gathered} \tag{7}$$

где λ — электронный вклад в модуль упругости.
Здесь использовано следующее выражение для поляризуемости электронов /1/:

$$\chi(\omega,\vec{k}) = \frac{X^{+}(\omega,\vec{k}) + X^{-}(\omega,\vec{k}) + 4\psi X^{+}(\omega,\vec{k}) X^{-}(\omega,\vec{k})}{1 + \psi[X^{+}(\omega,\vec{k}) + X^{-}(\omega,\vec{k})]}, \tag{8}$$

$$\chi^{\sigma}(\omega,\vec{k}) = -\int d\tau[\hbar\omega + \epsilon_0(\vec{p} - \hbar\vec{k}) - \epsilon_0(\vec{p}) + io]^{-1} \times$$

$$\times \left\{ n_F[\epsilon_0(\vec{p} - \hbar\vec{k}) - \sigma b_0] - n_F[\epsilon_0(\vec{p}) - \sigma b_0] \right\}.$$

При этом термодинамический подход приводит к возникновению в формуле (7) величины $\chi(0,0)$, которая является предельным значением электронной поляризуемости (8), отвечающим такому пределу, когда сначала полагается $\omega = 0$, а затем $\vec{k} = 0$.

Формулу (7) удобно представить в виде: $\lambda = \lambda^{\Pi} + \lambda^{\Phi}$, причем не зависящий от намагничения и отвечающий парамагнитной фазе вклад имеет вид:

$$\lambda^{\Pi}(T) = (Q^2/2e^2\nu)[1 - (1 + 2\psi\nu)(T/T_0)^2],$$

где T_0 температура Кюри; $\nu = \nu(\epsilon_F)$ — плотность электронных состояний при $T = 0$ на уровне Ферми ϵ_F в пренебрежении индукцией и намагничением. Вклад λ^{Φ} зависит от намагничения и отвечает ферромагнитному состоянию. Приведем выражение, соответствующее слабому ферромагнетику, у которого энергия спинового расщепления электронных уровней мала по сравнению с энергией Ферми:

$$\lambda^{\Phi}(B,T) = \lambda^{(1)}[1 + \Xi(B,T)]^{-1} + \lambda^{(2)} M^2(B,T)/M^2(0,0). \tag{9}$$

Здесь

$$\lambda^{(1)} = \frac{3Q^2 o_1 o_2}{2e^2\nu^2 o_3'} \left\{ 1 + (1 + 2\psi\nu)\left[C_1 + 2\left(\frac{o_3''}{o_1 o_3'} - 1 \right) \frac{M^2(B,T)}{M^2(0,0)} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + 2\left(\frac{o_1''}{o_1 o_1'} - 1 \right) \frac{T^2}{T_0^2} \right] \right\}, \quad \lambda^{(2)} = -\frac{3Q^2}{2e^2\nu}(1 + 2\psi\nu),$$

$$\Xi(B,T) = -\chi_0 BM^2(0,0)/M^3(B,T) + (1 + 2\psi\nu)\left\{ C_1[1 - 2M^2(B,T)/M^2(0,0)] - \right.$$

$$\left. - C_2 T^2/T_0^2 \right\}, \quad \chi_0 = \beta^2\nu/(1 + 2\psi\nu),$$

$$M^2(0,0) = 24\beta^2(1 + 2\psi\nu)[(\nu'/\nu^3)']^{-1}[1 + C_1(1 + 2\psi\nu)],$$

$$T_0^2 = 6(1 + 2\psi\nu)[\pi^2\kappa^2(\nu'/\nu)']^{-1}[1 + C_3(1 + 2\psi\nu)],$$

$$C_1 = 0{,}3[\nu^4 (\nu'/\nu^3)']^{-2}[-\nu^3\nu^{(IV)} + 15\nu^2\nu'\nu''' + 10(\nu\nu'')^2 - 105\nu(\nu')^2\nu'' +$$

$$+ 105(\nu')^4],$$

$$C_2 = [\nu^6 (\nu'/\nu)'(\nu'/\nu^3)']^{-1}[-\nu^3\nu^{(IV)} + 7\nu^2\nu'\nu''' + 4(\nu\nu'')^2 - 25\nu(\nu')^2\nu'' +$$

$$+ 15(\nu')^4],$$

$$C_3 = 0{,}1[\nu^2 (\nu'/\nu)']^{-2}[-7\nu^3\nu^{(IV)} + 17\nu^2\nu'\nu''' + 10(\nu\nu'')^2 - 35\nu(\nu')^2\nu'' +$$

$$+ 15(\nu')^4],$$

$$o_n = \nu'/\nu^n, \quad \nu^{(n)} = d^n\nu(\epsilon_F)/d^n\epsilon_F.$$

Формула (9) вблизи точки фазового перехода описывает аномально резкое (благодаря резкой зависимости $\Xi(B,T)$) изменение статического модуля упругости (ср. /2,3/).*

Обратимся к другому пределу выражения (8), который отвечает $\omega/k = v_s$ (где v_s – скорость звука) и следует из динамических уравнений (ср. /1/). Тогда в пределе ω и $\vec{k} \to 0$ получаем:

$$\lambda^{\Phi}(B,T) = \lambda^{(1)} \frac{1 + \Xi(B,T)}{[1 + \Xi(B,T)]^2 + \Theta^2(B,T)} + \lambda^{(2)} \frac{M^2(B,T)}{M^2(0,0)}, \qquad (10)$$

где отличие от формулы (9) обусловлено выражением

$$\Theta(B,T) = -\frac{\pi v_s}{4v_F(1 + 2\psi\nu)} \frac{M^2(0,0)}{M^2(B,T)},$$

которое возникает из-за бесстолкновительного поглощения звука электронами (v_F – фермиевская скорость электронов). На влияние такого погло-

---

* Выражение для статических модулей упругости анизотропного ферромагнетика в работе /4/ получено в модели, учитывающей только деформационное взаимодействие.

щения на скорость звука в ферромагнетике было указано в работе /5/. В то же время сравнение формулы (9), отвечающей статическим модулям упругости, с (10) позволяет сделать вывод о том, что бесстолкновительное затухание может заметно изменить температурную зависимость высокочастотного модуля упругости (10) по сравнению с соответствующей зависимостью статического модуля упругости (9). При этом следует помнить, что бесстолкновительное поглощение электронов проявляется только в высокочастотных условиях, когда длина волны звука оказывается меньше длины свободного пробега электрона ($kl \gg 1$) /6/.

В заключение отметим, что при выводе формул (9) и (10) использовалось уравнение состояния слабого ферромагнетика, учитывающее слагаемые $\sim M^4 (B,T)$, что позволяет получить описание температурных зависимостей упругих модулей в широкой температурной области.

Поступила в редакцию 29 марта 1985 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Окулов В.И., Силин В.П. ФММ, 55, № 5, 837 (1983); Труды ФИАН 158, 3 (1985).
2. Зверев В.М., Силин В.П. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 6, 46 (1984).
3. Белов К.П., Катаев Г.И., Левитин Р.З. ЖЭТФ, 37, в. 4, 938 (1959).
4. Зверев В.М., Силин В.П. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 3, 20 (1985).
5. Kim D.J. Phys. Rev. Lett., 39, № 2, 98 (1977).
6. Силин В.П. ЖЭТФ, 38, в. 3, 977 (1960).