

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ МАССЫ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА В ПОСТОЯННОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В.В. Богданов, М.В. Кузелев

УДК 533.951.2

Рассмотрен вопрос о развитии неустойчивости отрицательной массы релятивистского электронного потока, находящегося в постоянном магнитном поле. Определен спектр неустойчивых колебаний и вычислен инкремент развития неустойчивости при разных плотностях потока.

Релятивистский электрон в постоянном магнитном поле является системой с неэквидистантным энергетическим спектром /1/. Зависимость частоты вращения от энергии является причиной фазовой неустойчивости орбито-устойчивого движения /2/. В теории ускорителей — это неустойчивость отрицательной массы (НОМ) /3/. Неустойчивости подобного вида могут служить препятствием при транспортировке релятивистских потоков электронов — осцилляторов. Настоящая работа посвящена линейной теории НОМ в безграничном электронном потоке в постоянном магнитном поле \vec{B}_0 . Определяется спектр неустойчивых колебаний и инкременты их нарастания.

Возмущения будем считать пропорциональными $\exp(-i\omega t + i\vec{k}\vec{r})$. Направление оси z выберем вдоль внешнего магнитного поля, а остальных осей — таким образом, чтобы $k_x = k_{\perp}$, $k_y = 0$, $k_z = k_{\parallel}$. Выражение для тензора диэлектрической проницаемости релятивистского потока осцилляторов приведено в /4/. Считая, что параметр $\lambda = \gamma k_{\perp} u_{\perp} / \Omega \ll 1$, скорость пучка направлена навстречу магнитному полю и выполнено условие циклотронного резонанса $\omega = \Omega / \gamma - k_{\parallel} u_{\parallel} + \delta$, $\Omega = |e|B_0 / mc$, $|\delta| \ll |\omega|$, запишем компоненты тензора ϵ_{ij} в виде:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} &= 1 - \epsilon_{\perp}, \quad \epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = i\epsilon_{\perp}, \\ \epsilon_{xz} = \epsilon_{zx} = \epsilon_{yz} = \epsilon_{zy} &= 0, \\ \epsilon_{zz} &= 1 - \omega_b^2 / \gamma \omega^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где отброшены члены, содержащие λ , а

$$\epsilon_{\perp} = \frac{\omega_b^2}{\gamma\omega^2} \left(\frac{\omega + k_{\parallel}u_{\parallel}}{2\delta} + \frac{\beta_{\perp}^2}{4} \frac{k_{\parallel}^2 c^2 - \omega^2}{\delta^2} \right).$$

В этих выражениях u_{\parallel} , u_{\perp} — компоненты скорости электронов соответственно вдоль и поперек магнитного поля; $\beta_{\perp} = u_{\perp}/c$; $\gamma = (1 - \beta_{\parallel}^2 - \beta_{\perp}^2)^{-1/2}$; ω_b — ленгмюровская частота пучка. Дисперсионное уравнение

$$\det [\delta_{ij} k^2 - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{ij}] = 0$$

с тензором (1) имеет вид:

$$\epsilon_{\perp} = - \frac{K^2 [-K^2 + (\omega_b^2/\gamma\omega^2) K_{\parallel}^2]}{K^2 (K_{\perp}^2 - \omega^2/c^2) + (\omega_b^2 \omega^2/\gamma\omega^2 c^2) (K^2 + K_{\parallel}^2)}, \quad (2)$$

где $K^2 = k^2 - \omega^2/c^2$; $K_{\parallel}^2 = k_{\parallel}^2 - \omega^2/c^2$. Если $\omega_b^2/\gamma\omega^2 \ll 1$ и частота ω далека от $k_{\perp} c/\sqrt{2}$, то вместо (2) получаем более простое уравнение

$$\epsilon_{\perp} = K^2 / (K_{\perp}^2 - \omega^2/c^2). \quad (3)$$

Если правая часть (2) не обращается в нуль, что имеет место при $\omega = kc$, то уравнения (2), (3) — квадратные относительно δ . Легко оценить в какой области плоскости (ω, k_{\parallel}) возможно появление комплексных решений. Перепишав (3) в виде

$$\delta^2 - \frac{\omega_b^2}{\gamma\omega^2} \left(\delta \frac{\omega + k_{\parallel}u_{\parallel}}{2} + \frac{\beta_{\perp}^2}{4} K_{\parallel}^2 c^2 \right) \frac{K_{\perp}^2 - \omega^2/c^2}{K^2} = 0, \quad (4)$$

приходим к выводу, что неустойчивость развивается там, где

$$D(\omega, k_{\parallel}) = (k_{\parallel}^2 c^2 - \omega^2) (k^2 c^2 - \omega^2) / (k_{\perp}^2 c^2 - 2\omega^2) < 0.$$

Это условие необходимое, но не достаточное. На рис. 1 область $D(\omega, k_{\parallel}) < 0$ заштрихована. Если $\beta_{\perp} \geq \lambda$, так что $\Omega/\gamma \geq k_{\perp} c$, то линия циклотронного резонанса проходит в области возможного возникновения неустойчивости.

В том случае, когда линия циклотронного резонанса близка к линии излучения $\omega = kc$, необходимо учитывать малые члены в правой части (2), (3), что приводит к кубическому по δ уравнению. Действительно, перепишав уравнение (3) в виде

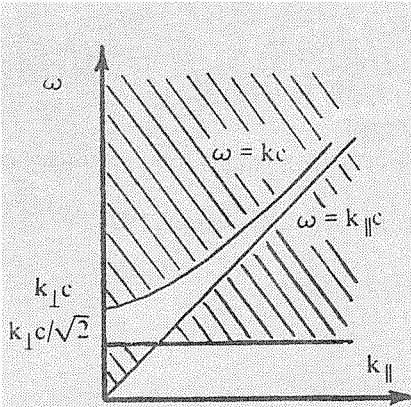
$$\epsilon_{\perp} = [-2\omega_0 \delta - R(R + 2kc)] / (-2\omega_0^2),$$

где $\omega_0 = \Omega/\gamma - k_{\parallel}u_{\parallel}$, $R = \omega_0 - kc$, получим кубическое уравнение:

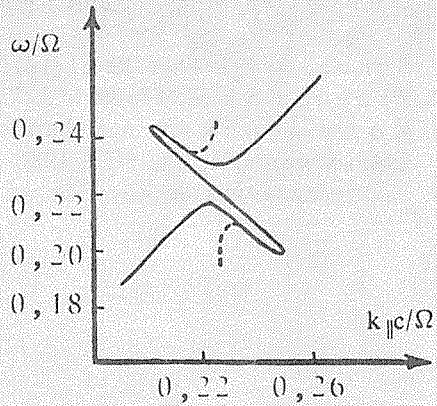
$$(\delta/\omega)^3 + r_1(\delta/\omega)^2 + r_2(\delta/\omega) + r_3 = 0,$$

$$r_1 = \frac{R}{2\omega} \left[\frac{R}{\omega} + 2 \frac{kc}{\omega} \right], \quad r_2 = -\frac{\omega_b^2}{\gamma\omega^2} \left[\frac{\omega + k_{\parallel}u_{\parallel}}{\omega} - \beta_{\perp}^2 \right],$$

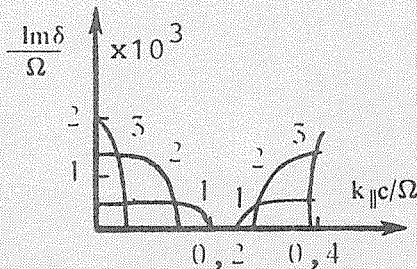
$$r_3 = \frac{\omega_b^2}{\gamma\omega^2} \left[\frac{R}{\omega} \left(\frac{R}{\omega} + 2 \frac{kc}{\omega} \right) + \frac{k_{\perp}^2 c^2}{\omega^2} \right] \frac{\beta_{\perp}^2}{4}.$$



Р и с. 1.



Р и с. 2.



Р и с. 3.

Поведение дисперсионной кривой при $\omega > 0$, $k_{\parallel} > 0$ вблизи точки пересечения линий циклотронного резонанса $\omega = \Omega/\gamma - k_{\parallel}u_{\parallel}$ и линии излучения

$\omega = kc$ для $\omega_b/\Omega = 10^{-2}$, $\beta_{\parallel} = 0,9$, $\beta_{\perp} = 0,1$, $\lambda = 10^{-3}$ показано на рис. 2. Решение квадратного уравнения (4) показано пунктиром. Одно из решений этого уравнения в точке резонанса разрывно.

На рис. 3 показаны зависимости инкремента НОМ от величины k_{\parallel} , полученные при решении (2) при разных плотностях потока. Номера на кривых соответствуют значениям $(\omega_b/\Omega)^2 = 10^{-4}$, 10^{-3} , $5 \cdot 10^{-3}$. Остальные значения параметров указаны выше. Видно, что с ростом плотности увеличивается область устойчивости вблизи точки резонанса волн.

Поступила в редакцию 10 декабря 1984 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schneider J. Phys. Rev. Lett., 2, № 12, 504 (1959).
2. Гапонов А.В. ЖЭТФ, 39, № 2, 326 (1960).
3. Коломенский А.А. Физические основы методов ускорения заряженных частиц. М., изд. МГУ, 1980.
4. Электродинамика плазмы. Под ред. А.И. Ахиезера. М., Наука, 1977.