# К НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ БЕГУЩИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ДВИЖУЩЕЙСЯ ПЛАЗМЕ

П.В. Силин

УДК 533.9

*В развитие нелинейной электродинамики движущейся плазмы получены нелинейные аналитические решения, описывающие бегущие волны как при дозвуковом, так и при сверхзвуковом течении и в условиях перехода от сверхзвукового режима к дозвуковому.*

В работах /1-3/ теоретически было обнаружено важное изменение нелинейных электромагнитных свойств плазмы при переходе от дозвукового к сверхзвуковому ее течению. Оказалось, что коэффициент перед нелинейной добавкой к диэлектрической постоянной меняет знак. Этому соответствует вместо выталкивания плазмы из области сильного поля при дозвуковом течении новое явление собирания плазмы в область сильного поля, которое и было обнаружено на опыте /4/.

В численных расчетах /3/, проведенных в Лос-Аламосе при исследовании воздействия лазерного излучения на плазму мишеней, был найден конкретный вид течения плазмы, в котором реализовался переход от дозвукового течения к сверхзвуковому. В таком течении сверхзвуковой части отвечала область прозрачности плазмы, а в дозвуковой поле экспоненциально спадало (скинировалось). Аналитическая теория подобного состояния развита в работе /5/. В работах /3,5/ теория строилась только для случая стоячей волны, что возможно в отсутствие поглощения в плазме.

В настоящей работе предлагается аналитическая теория перехода от сверхзвукового течения к дозвуковому для случая бегущей волны, в которой поток энергии электромагнитного поля вдоль оси OX отличен от нуля. Предполагается, что излучение может поглощаться внутри плазмы, а в излучаемой области поглощение отсутствует.

Интегрирование уравнений гидродинамики при стационарном одномерно-неоднородном вдоль оси OX течении плазмы с учетом пондеромоторной силы, вызываемой s-поляризованным полем, дает два интеграла движения:

$$nv = NV; \ \frac{1}{2}\ v^2 + v_s^2 \ln n + \frac{Ze^2 |\vec{E}_0(x)|^2}{4m_i m_e \omega_0^2} = \frac{1}{2}\ V^2 + v_s^2 \ln N, \qquad (1)$$

где N — плотность числа ионов; V — скорость невозмущенной плазмы; $v_s$ — скорость звука; $E_0(x)$, $\omega_0$ — напряженность и частота электромагнитного поля; $m_i$, $Z|e|$ — масса и заряд иона; $m_e$ — масса электрона.

Будем считать $ZN > n_c \cos^2\theta$, где $n_c = \omega_0^2 m_e / 4\pi e^2$ — критическая плотность плазмы; $\theta$ — угол падения излучения, что соответствует области непрозрачности плазмы при $E_0 = 0$. Соответственно будем считать $V < v_s$.

Полагая скорость течения невозмущенной плазмы V близкой к скорости звука $v_s^2/V^2 = 1 + 2\nu$ ($|\nu| \ll 1$) и скорость v в области, где есть поле, также близкой к скорости звука, а следовательно близкой к V, $v/V = 1 + \eta$ ($|\eta| \ll 1$), из интегралов (1) получаем уравнения, связывающие плотность и скорость движения плазмы с напряженностью электрического поля:

$$\frac{n_\pm}{N} = 1 - \nu[1 \mp \sqrt{1 - \Psi^2}], \quad \frac{v_\pm}{v_s} = 1 \mp \frac{\nu}{1+\nu} \sqrt{1 - \Psi^2}. \qquad (2)$$

Здесь $\Psi(\xi) = Z^{1/2} E(x) (16\pi n_c m_i)^{-1/2} V^{-1} \nu^{-1}$; $\xi = \sqrt{2\nu/3}\,(x\omega_0/c)\cos\theta$; c — скорость света; $E(x)$ — действительная амплитуда электромагнитного поля ($E_0(x) = iE(x)\exp[-i\varphi(x)]$, $\varphi(x)$ — действительная фаза).

Из уравнений (2) следует, что при $\nu > 0$ $n_+$ отвечает дозвуковому течению плазмы $v_+ < v_s$, а $n_-$ — сверхзвуковому течению $v_- > v_s$.

При отличном от нуля потоке энергии электромагнитного поля $S = Mc^2/8\pi\omega_0$ ($M = E^2(x)\, d\varphi(x)/dx \neq 0$) в направлении течения плазмы из уравнений Максвелла получим уравнение для безразмерной напряженности электрического поля $\Psi(\xi)$:

$$(\Psi')^2 + \frac{\mu^2}{\Psi^2} + \frac{3}{2}\left(1 - \frac{\Delta}{\nu}\right)\Psi^2 \pm (1 - \Psi^2)^{3/2} - 1 = \mathcal{E}_{s\pm}, \qquad (3)$$

где $\mu^2 = [M^2 Z^2/(16\pi n_c m_i V^2 \nu^2)^2 (\omega_0^2/c^2)(2\nu/3)\cos^2\theta]$; $\Delta = (ZN/n_c\cos^2\theta) - 1$; $|\Delta| \ll 1$; $\mathcal{E}_{s\pm}$ - постоянная интегрирования. Рассмотрим решения уравнения (3), сшиваемые в звуковой точке $v = v_s$ при $\Psi^2 = 1$. В точке перехода от дозвукового течения к сверхзвуковому из условия $(v^2 - v_s^2)(1/n)(\partial n/\partial x) = (1/16\pi n_c m_i)(\partial/\partial x)|\vec{E}_0(x)|^2$ следует $\Psi' = 0$ (при $(1/n)\partial n/\partial x \neq \infty$), что позволяет определить постоянные интегрирования:

$$\mathcal{E}_{s+} = \mathcal{E}_{s-} = \mu^2 + \frac{3}{2}\,(1 - \Delta/\nu) - 1. \qquad (4)$$

Полагая для простоты $\Delta/\nu = 1/3$, уравнение (3) можно записать в виде:

$$(\Psi')^2 + \mu^2 (1 - \Psi^2)/\Psi^2 + (\Psi^2 - 1) \pm (1 - \Psi^2)^{3/2} = 0. \qquad (5)$$

Простые аналитические решения уравнения (5) можно записать при $\mu^2 \ll \ll 1$. В случае сверхзвукового течения плазмы

$$\Psi(\xi) = \pm\, \mathrm{ch}^{-2}\left[\frac{1}{2}\sqrt{2 - \frac{1}{4}\mu^2}\,(\xi - \xi_0)\right]\left(2 - \frac{1}{4}\mu^2\right)^{1/2}\left[2\,\mathrm{sh}^2\left[\frac{1}{2}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\sqrt{2 - \frac{1}{4}\mu^2}\,(\xi - \xi_0)\right] + \frac{1}{4}\mu^2\right]^{1/2}, \qquad (6)$$

где $\xi_0 - \sqrt{2}\ln(1 + \sqrt{2}) - \frac{\sqrt{2}}{16}\mu^2[\ln(1 + \sqrt{2}) - 1] \leqslant \xi \leqslant \xi_0 + \sqrt{2}\ln(1 + \sqrt{2}) + $

$$+ \frac{\sqrt{2}}{16}\mu^2[\ln(1 + \sqrt{2}) - 1]. \qquad (7)$$

Из формул (2), (6) видно, что при наличии потока энергии вдоль оси OX для сверхзвукового течения плазмы зависимости плотности и скорости от координаты близки к полученной в /5/ для случая отсутствия потока энергии. Однако поведение поля при сверхзвуковом течении качественно отличается тем, что $\Psi$ не обращается в нуль.

Из отдельных сверхзвуковых кусков функции $\Psi(\xi)$ можно построить периодическое осциллирующее сверхзвуковое решение

$$\Psi_m(\xi) = \Psi\left[\xi - \xi_0 - 2m\sqrt{2}\left\{\ln(1 + \sqrt{2}) + \frac{\mu^2}{16}[\ln(1 + \sqrt{2}) - 1]\right\}\right],$$

$$m = 0, 1, \ldots, \qquad (8)$$

$$\xi_0 + (2m - 1)\sqrt{2}\left\{\ln(1 + \sqrt{2}) + \frac{\mu^2}{16}[\ln(1 + \sqrt{2}) - 1]\right\} \leqslant \xi \leqslant \xi_0 + (2m +$$

$$+ 1)\sqrt{2}\left\{\ln(1 + \sqrt{2}) + \frac{\mu^2}{16}[\ln(1 + \sqrt{2}) - 1]\right\}. \qquad (9)$$

При дозвуковом течении плазмы и отличном от нуля потоке электромагнитной энергии вдоль оси OX решение уравнения (5) имеет вид:

$$\Psi(\xi) = 2^{1/4}\mu^{1/2}\left(\mathrm{cn}\left[\left(\frac{\xi-\xi_1}{\sqrt{2}}\right)\left(1+\frac{\mu}{4\sqrt{2}}\right), 1-\frac{\mu}{2\sqrt{2}}\right] \times\right.$$

$$\times\sqrt{1+\mathrm{sn}^2\left[\left(\frac{\xi-\xi_1}{\sqrt{2}}\right)\left(1+\frac{\mu}{4\sqrt{2}}\right), 1-\frac{\mu}{2\sqrt{2}}\right]}\Bigg/\left(\mathrm{cn}^2\left[\left(\frac{\xi-\xi_1}{\sqrt{2}}\right)\times\right.\right. \qquad (10)$$

$$\left.\left.\times\left(1+\frac{\mu}{4\sqrt{2}}\right), 1-\frac{\mu}{2\sqrt{2}}\right]+\frac{\mu}{\sqrt{2}}\right),$$

где

$$\xi_1 - (1/\sqrt{2})\ln(4\sqrt{2}/\mu) \leqslant \xi \leqslant \xi_1 + (1/\sqrt{2})\ln(4\sqrt{2}/\mu). \qquad (11)$$

Отметим, что, в отличие от случая стоячей волны /5/, поле при дозвуковом течении плазмы не скинируется.

Периодическое осциллирующее дозвуковое решение строится из отдельных кусков функции $\Psi(\xi)$ (10), сшивкой их в точках, определяемых условием (11), где $\Psi^2 = 1$ и, как следует из уравнения (5), $\Psi' = 0$:

$$\Psi_m(\xi) = \Psi(\xi - \xi_1 - \sqrt{2}m\ln(4\sqrt{2}/\mu)),\ m = 0, 1, \ldots, \qquad (12)$$

$$\xi_1 + (2m-1)(1/\sqrt{2})\ln(4\sqrt{2}/\mu) \leqslant \xi \leqslant \xi_1 + (2m+1)(1/\sqrt{2})\ln(4\sqrt{2}/\mu). \quad (13)$$

Аналогично описанной ранее процедуре построения периодических решений, в точках, где выполняется условие $\Psi^2 = 1$, $\Psi' = 0$, можно сшивать дозвуковые и сверхзвуковые решения и построить, например, решение, состоящее в области

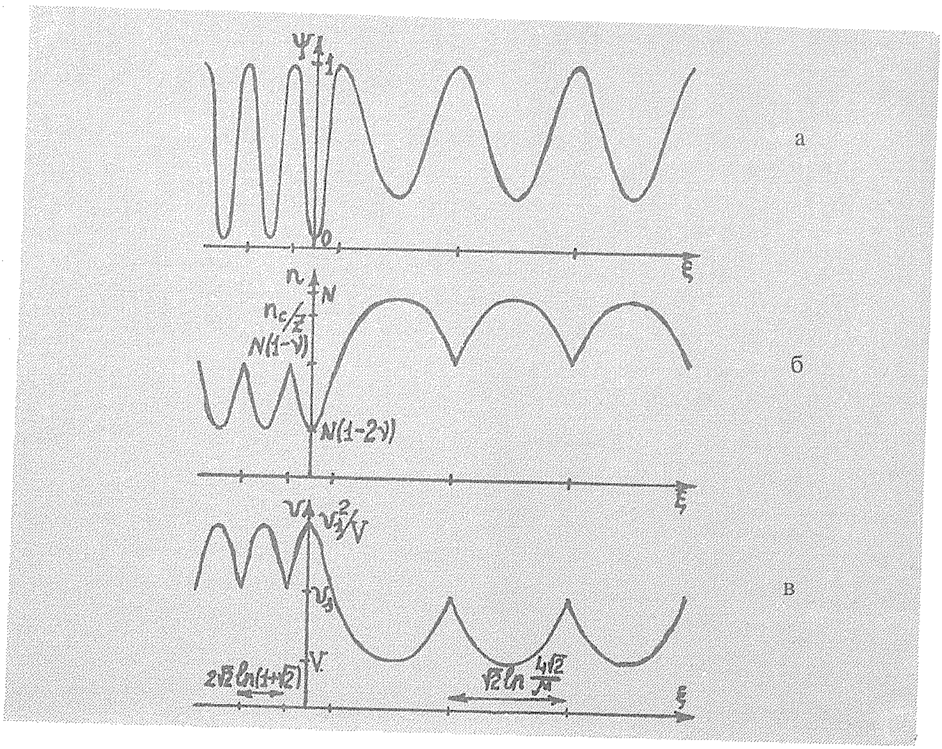
$$\xi_0 + \sqrt{2}\left\{\ln(1+\sqrt{2}) + \frac{\mu^2}{16}\left[\ln(1+\sqrt{2}) - 1\right]\right\} \leqslant \xi \leqslant \xi_0 + \sqrt{2}\left\{\ln(1+\sqrt{2}) + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu^2}{16}\left[\ln(1+\sqrt{2}) - 1\right]\right\} + \frac{2(m+1)}{\sqrt{2}}\ \ln\ \frac{4\sqrt{2}}{\mu}$$

из $m + 1$ дозвуковых решений (12), а в области

$$\xi_0 - (2m+1)\sqrt{2}\left\{\ln(1+\sqrt{2}) + \frac{\mu^2}{16}\,[\ln(1+\sqrt{2}) - 1]\right\} \leqslant \xi \leqslant \xi_0 + $$
$$+\sqrt{2}\left\{\ln(1+\sqrt{2}) + \frac{\mu^2}{16}\,[\ln(1+\sqrt{2}) - 1]\right\}$$

из m + 1 сверхзвуковых решений (8) (рис. 1).




Р и с. 1. Пространственная структура электрического поля (а), плотности (б) и скорости (в) при значении $\mu = 4\sqrt{2}/100$.

Таким образом, получено решение уравнений нелинейной электродинамики потока плазмы, распространяющегося со скоростью, близкой к скорости звука, описывающее переход от дозвуковых участков течения к сверхзвуковым в условиях, когда поток энергии поля отличен от нуля.

Автор выражает благодарность О.Н. Крохину за замечания и полезное обсуждение работы.

Поступила в редакцию 12 сентября 1984 г.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Цинцадзе Н. Л., Цхакая Д. Д. ЖЭТФ, 72, 480 (1977).
2. Mulser P., Van Kessel C. Phys. Rev. Lett., 38, 902 (1977).
3. Lee K. et al. Phys. Fluids, **20**, 51 (1977).
4. Akiyama H., Matsumoto O., Takeda S. Proc. Int. Conf. Plasma Phys., Nagoya, 1980, v. 1, 393.
5. Андреев Н. Е., Силин П. В. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 3, 37 (1984).