

## О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ВОЛН РАЗНЫХ ПОЛЯРИЗАЦИЙ ПРИ САМОФОКУСИРОВКЕ СВЕТА В ЖИДКИХ КРИСТАЛЛАХ

П.Л. Рубин

УДК 532.783

*Взаимодействие волн разных поляризаций рассмотрено в рамках геометрической оптики. Показано также, что возможна ситуация, когда геометрическая оптика становится неприменимой, - при образовании каустики в условиях сильной самофокусировки директор может переориентироваться на расстояниях, сравнимых с длиной волны.*

Самофокусировка света в жидких кристаллах может сопровождаться взаимодействием волн разных поляризаций и перераспределением энергии светового поля между ними. В оптически одноосных кристаллах, которые только и будут рассматриваться, взаимодействуют обыкновенная и необыкновенная волны. Примером такого взаимодействия является возникновение эллиптической поляризации при самофокусировке линейно поляризованного светового пучка, падающего под малым углом на кювету с гомеотропно ориентированным нематическим жидким кристаллом /1/. Если самофокусировке подвергается обыкновенная волна, то уже сам факт искажения поля директора (если он не носит теплового характера) свидетельствует об упомянутом взаимодействии, поскольку электрическое поле обыкновенной световой волны всегда перпендикулярно направлению директора (совпадающему с направлением оптической оси) и поэтому не может привести к его переориентации.

Приведенные выше рассуждения основаны на представлениях геометрической оптики. Поскольку масштаб неоднородности падающего пучка света обычно значительно превышает длину волны света, такой подход представляется естественным. Тем не менее геометрическая оптика может оказаться

неприменимой, если при фокусировке пучка внутри кюветы образуется каустика, причем в связи со спецификой жидких кристаллов (относительная легкость переориентации директора) в принципе возможна ситуация, когда окажется непригодной и более общая концепция геометрической оптики, предложенная Масловым /2/. Подобный случай более подробно обсуждается ниже, а пока рассмотрим взаимодействие обыкновенной и необыкновенной волн в условиях применимости геометрической оптики на основе уравнений, предложенных в /3/.

Монохроматические волны могут заметным образом взаимодействовать, только если соответствующие им показатели преломления близки между собой. Поскольку жидкие кристаллы обычно характеризуются значительной оптической анизотропией, обыкновенная и необыкновенная волны могут взаимодействовать практически лишь в тех случаях, когда направление распространения обеих волн близко к направлению оптической оси. По этой причине при сильной самофокусировке светового пучка, когда переориентация директора происходит на большие углы (вплоть до прямого), области заметного взаимодействия двух волн, вообще говоря, будут достаточно малыми (хорошо локализованными). Это позволяет считать коэффициенты в уравнениях взаимодействия волн /3/ постоянными в пределах соответствующих областей.

Разность показателей преломления  $\Delta n$  двух взаимодействующих волн при малых углах  $\varphi$  между направлением их распространения и оптической осью (в качестве исходной волны, относительно которой строится система уравнений /3/, возьмем обыкновенную волну) является квадратичной функцией угла :  $\Delta n = N\varphi^2$ , где  $N = n_o(n_e^2 - n_o^2) / 2n_e^2$  ( $n_o$  и  $n_e$  - показатели преломления обыкновенного и необыкновенного лучей). Согласно сказанному выше, взаимодействие происходит в малой области в окрестности точек  $\varphi = 0$ . Это уравнение в общем случае определяет некоторую поверхность в образце и тем самым пучок лучей, пересекающих эту поверхность. Вдоль луча в окрестности области взаимодействия можно принять  $\varphi = s/L$ , где  $s$  - координата вдоль луча, а коэффициент  $L$  для оценок по порядку величины можно считать равным толщине кюветы.

С учетом сказанного выше, уравнения, описывающие взаимодействие

обыкновенной и необыкновенной волны в жидком кристалле /3/, можно записать так

$$\begin{aligned} dA_0/ds &= q_1 A_0 + q_2 A_e, \\ dA_e/ds &= q_3 A_0 + [q_4 + i(kN/L^2)s^2]A_e. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $A_0$ ,  $A_e$  - амплитуды обыкновенной и необыкновенной воли соответственно,  $k$  - волновое число в вакууме, постоянные  $q_{1-4}$  по абсолютной величине порядка  $\ell^{-1}$ , где  $\ell$  - характерный пространственный масштаб изменения ориентации векторов поляризации световых волн (зависящий, в частности, от поперечных размеров падающего пучка). Полные выражения для коэффициентов  $q_{1-4}$  содержатся в /3/.

Переходя к безразмерной переменной  $t = (kNL^{-2})^{1/3}s$ , запишем систему уравнений (1) следующим образом

$$\begin{aligned} dA_0/dt &= a_1 A_0 + a_2 A_e, \\ dA_e/dt &= a_3 A_0 + (a_4 + it^2)A_e, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $a_i = q_i / (kNL^{-2})^{1/3}$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

Рассмотрим случай, когда изменения амплитуд волн в процессе взаимодействия невелики. Тогда можно воспользоваться теорией возмущений. Ищем фундаментальную матрицу системы уравнений (2) в виде

$$U(t) = \begin{pmatrix} \exp(a_1 t) & 0 \\ 0 & \exp(a_4 t + it^3/3) \end{pmatrix} Y(t).$$

В первом порядке теории возмущений получим для  $Y = [Y(-\infty)]^{-1} \cdot Y(\infty)$ :

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & Ja_2 \\ Ja_3 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где  $J = \int_{-\infty}^{\infty} \exp[(a_4 - a_1)t + it^3/3] dt$  может быть выражено через функции Эйри /4/. В частности, если линейным по  $t$  членом в показателе экспоненты

можно пренебречь, то

$$J = 3^{-1/6} \Gamma(1/3).$$

Если  $L$  и  $\ell$  сравнимы по величине и  $kL \gg 1$ , то  $|\alpha_1| \ll 1$  и формула (3) дает хорошее приближение. Однако при других соотношениях между  $L$  и  $\lambda$  даже в условиях применимости геометрической оптики  $\alpha_1$  могут стать сравнимыми по абсолютной величине с 1. В таком случае (3) годится лишь для приближенной оценки, согласно которой значительная часть энергии может перейти во вторую волну.

С другой стороны, как уже отмечалось выше, в случае образования внутри кюветы с жидким кристаллом каустики, последняя может играть важную роль в явлении самофокусировки. Действительно, предполагая, что плотность электромагнитной энергии в области каустики составляет по порядку величины  $\rho_0 L/\lambda$  ( $\rho_0$  - плотность энергии в исходном пучке,  $\lambda$  - длина волны), и принимая для оценки

$$\Delta \epsilon \rho_0 L/\lambda \approx K/l_d^2,$$

где  $K$  - постоянная Франка [5],  $\Delta \epsilon = n_c^2 - n_0^2$  - оптическая анизотропия, а  $l_d$  - масштаб переориентации директора в области каустики, получим

$$l_d \sim \sqrt{K\lambda/\Delta \epsilon \rho_0 L}. \quad (4)$$

Подставляя в (4) характерные значения параметров [1], нетрудно убедиться, что при этих условиях  $l_d$  сравнимо с  $\lambda^*$ ). Подчеркнем, что (4) следует рассматривать лишь как оценку минимального значения  $l_d$ . Фактически ориентация директора зависит от формы каустики и характера поляризации волны в ней. Соответствующий круг вопросов пока не изучен, однако из сказанного выше в принципе следует возможность такой ситуации, когда значительное изменение ориентации директора происходит на расстояниях, срав-

\*) Вследствие поглощения света возможно также образование температурной неоднородности, роль которой особенно велика, если она сопровождается локальным плавлением жидкого кристалла (переходом его в изотропную фазу).

нимых с длиной волны В подобных случаях самофокусировка света не может рассматриваться на основе геометрической оптики.

Поступила в редакцию 28 августа 1983 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Золотко и др., Препринт ФИАН, № 87, М., 1982 г.
2. В.П. Маслов, М.В. Федорюк, Квазиклассическое приближение для уравнений квантовой механики, "Наука", М., 1976 г.
3. О.Н. Найда, Изв. ВУЗов "Радиофизика", 30, 383 (1977).
4. Справочник по специальным функциям, под. ред. М. Абрамовиц, И. Стиган, "Наука", М., 1979 г.
5. П. Де Жен, Физика жидких кристаллов, "Мир", М., 1977 г.