Краткие сообщения по физике № 3-1984 г.

К НЕЛИНЕЙНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОФИЛЯ ПЛОТНОСТИ ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЫ

Н.Е.Андреев, П.В.Силин

УДК 533.9

Аналитически получены явные выражения для всех характеристик поля и деформированного пондеромоторной силой профиля плотности плазмы в окрестности точки отражения в случае плоского стационарного одномерно-неоднородного течения плазмы. Обсуждаются возможности реализации такого стационарного нелинейного режима.

В численных расчетах взаимодействия мощного лазерного излучения с плазмой был продемонстрирован переход под действием пондеромоторной силы от дозвукового разлета плазмы к сверхзвуковому в одномерной задаче /1/. В настоящей работе такой переход исследован с помощью аналитического нелинейного решения.

Для плоского стационарного одномерно-неоднородного (вдоль оси OX) течения плазмы уравнение непрерывности позволяет записать следующий закон сохранения вещества $n(x)v(x) = NV = \mathrm{const}$, где $n(x)$ и $v(x)$ – плотность и гиродинамическая скорость ионов, а N и V – плотность и скорость невозмущенного потока плазмы в области пространства, где напряженность поля равна нулю. Для скоростей набегающего потока V, близких к скорости звука $v_s = \sqrt{ZT_e/M_i}$, когда величина $\nu = (1/2)(v_s^2/V^2 - 1)$ мала $(|\nu| \ll 1)$, закон сохранения импульса плазмы с учетом пондеромоторного воздействия электромагнитного поля (с напряженностью $E_0(x)$) позволяет записать следующее материальное уравнение

$$\frac{n_{\pm}(|\vec{E}_0|^2)}{N} = 1 - \nu\left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{a^2|\vec{E}_0(x)|^2}{V^2\nu^2}}\right], \qquad (1)$$

определяющее деформацию профиля плотности плазмы под действием поля ($a^2 = (16\pi n_c M_i)^{-1}$, $n_c = m_e\omega_0^2/(4\pi e^2 Z)$ – критическая плотность ионов; ω_0 – частота электромагнитного поля; m_e, e – масса и заряд электронов; M_i, $Z|e|$ – масса и заряд ионов). При скорости невозмущенного потока плазмы, меньшей скорости звука ($\nu > 0$), ветвь решения (1) n_+ описывает область дозвукового, а n_- — сверхзвукового течения плазмы. Для случая стоячих волн, в которых поток энергии электромагнитного поля вдоль оси OX равен нулю, уравнения Максвелла сводятся к следующему уравнению для действительной амплитуды единственной компоненты электромагнитного поля E(x):

$$(d\psi/dy)^2 = (1-\psi^2)\,(1 \mp \sqrt{1-\psi^2}), \tag{2}$$

где

$$\psi(y) = aE(x)/V\nu,\ y = \sqrt{2\nu/3}\,x\,(\omega_0/c)\cos\Theta_0, \tag{3}$$

c — скорость света, Θ_0 — угол падения излучения. Это уравнение имеет место для решений спадающих на бесконечности ($\psi = \psi' = 0$, $x \to +\infty$), где невозмущенная плотность плазмы отвечает линейной непрозрачности: $N > n_c \times$ $\times \cos^2\Theta_0$. Подчеркнем, что для существования таких решений плотность и скорость в набегающем потоке плазмы должны быть связаны следующим соотношением

$$\frac{N}{n_c\cos^2\Theta_0} = \frac{1}{6}\left(5 + \frac{V_s^2}{V^2}\right). \tag{4}$$

Все решения рассматриваемого типа (спадающие при $x \to +\infty$ и достигающие хотя бы одного экстремума $|\psi| = 1$, когда происходит переход с дозвуковой ветви течения на сверхзвуковую) могут быть построены с помощью точного аналитического решения Ψ_0 уравнения поля (см. /2,4/):

$$\Psi_0(y) = 2\,\mathrm{th}\left(\frac{y}{\sqrt{2}}\right)\Big/\mathrm{ch}\left(\frac{y}{\sqrt{2}}\right).$$

Это нелинейное решение, описывающее в точках $y = \pm y_1 = \pm\sqrt{2}\ln(\sqrt{2}+1)$ переход от дозвукового течения к сверхзвуковому и обратно, дает, в частности, аналитическое представление структуры поля и плотности плазмы в окрестности точки отражения электромагнитной волны, падающей на разлетающуюся плазму. Действительно, функция

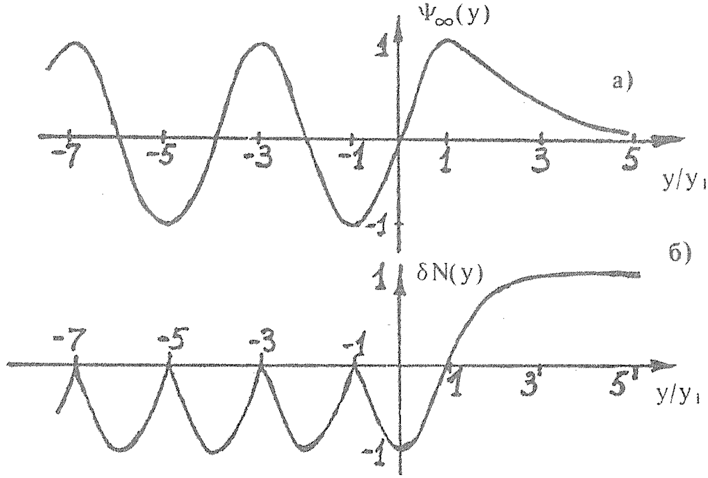
$$\Psi_\infty(y) = (-1)^m\Psi_0(y + 2my_1), \tag{5}$$

где m — последовательно принимает целые значения от 0 до ∞ в различных областях пространства:

$$m = 0, \qquad - y_1 \leqslant y < + \infty,$$

$$m = 1, 2, \ldots \qquad -(2m+1)\,y_1 \leqslant y < -(2m-1)\,y_1,$$

описывает при $y < y_1$ стоячую нелинейную электромагнитную волну в сверхзвуковом потоке плазмы, скинирующуюся в области дозвукового течения при $y > y_1$ (см. рис. 1).



Р и с. 1. Пространственная структура электрического поля (а) и возмущений плотности $\delta N \equiv \dfrac{n/N - 1}{v_s/|V| - 1} + 1 = \pm\sqrt{1 - \Psi^2}$ (б)

Формулы (1) и (5) позволяют записать явные выражения для всех характеристик деформированного пондеромоторной силой профиля плотности плазмы и поля. В области нелинейной прозрачности $(n = n_-(\psi^2) < n_c \times \cos^2\Theta_0)$ плотность плазмы осциллирует между значениями $n_{min} = n_-(\psi^2 = 0)$ и $n_{max} = n_-(\psi^2 = 1)$, равными согласно (2) и (5)

$$\frac{n_{min,max}}{n_c \cos^2\Theta_0} = 1 - \left(\frac{7}{12} \pm \frac{1}{4}\right)\left(\frac{v_s^2}{V^2} - 1\right). \qquad (6)$$

Если, следуя работе /1/, максимальное значение поля E_{max} в решении Ψ_∞ (5) связать с помощью приближенного квазиклассического соотношения с интенсивностью падающего на плазму из $x \to -\infty$ излучения E_0^2:

$$\frac{E_{max}^2}{4\pi n_c Z T_e} = \frac{4E_0^2}{4\pi n_c Z T_e}\left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{n_{min} + n_{max}}{n_c \cos^2\Theta_0}\right)^{-1/2} =$$

$$= \left(8\sqrt{\frac{3}{7}}\;\frac{E_0^2}{4\pi n_c Z T_e}\right)^{4/5} \equiv \Lambda_0^{4/5},$$

то из (3), (5), (6) получим следующую связь между напряженностью падающего из вакуума ($x \to -\infty$) электромагнитного поля E_0 и скоростью движения плазмы V при $x \to +\infty$:

$$\frac{E_0^2}{4\pi n_c Z T_e} \equiv \frac{V_{eo}^2}{v_{Te}^2} = \frac{1}{8}\sqrt{\frac{7}{3}}\;\frac{V^2}{v_s^2}\left(\frac{v_s^2}{V^2} - 1\right)^{5/2}. \qquad (7)$$

Поскольку для заданной скорости невозмущенного потока плазмы $V < v_s$ имеется только единственное значение напряженности падающего поля E_0 (7), то можно было бы думать, что реализация такого стационарного режима взаимодействия излучения с разлетающейся плазмой затруднена. При этом, однако, следует иметь в виду, что в результате силового воздействия излучения на плазму скорость потока, набегающего на область существования волнового электромагнитного поля, сама может изменяться. При скорости невозмущенного потока, близкой к скорости звука, для характерной величины такого изменения $\delta V = V - v_s$ в соответствии с (7) получаем следующую оценку

$$|\delta V/v_s| \lesssim (E_0^2/4\pi n_c Z T_e)^{2/5}. \qquad (8)$$

Из этого соотношения следует, что с увеличением интенсивности падающего на плазму излучения диапазон скоростей плазменного потока в окрестности точки отражения ($n(x) = n_c \cos^2\Theta_0$), для которого возможно установление стационарного нелинейного режима взаимодействия, описываемого решением Ψ_∞ (5), расширяется. При этом формулы (1), (6), (7) позволяют установить следующие связи характеристик нелинейного профиля плотности плазмы с интенсивностью падающего на плазму излучения:

$$\frac{N}{n_c \cos^2\Theta_0} - 1 = \frac{1}{3}\,\nu = \frac{1}{6}\,\Lambda_0^{2/5} = 0{,}32\left(\frac{E_0^2}{4\pi n_c Z T_e}\right)^{2/5}.$$

$$\frac{N - n_{min}}{n_c \cos^2\Theta_0} = \Lambda_0^{2/5} = 1{,}94\left(\frac{E_0^2}{4\pi n_c Z T_e}\right)^{2/5}.$$

Подчеркнем, что в обсуждаемом режиме взаимодействия плотность плазмы в звуковой точке n_s меньше плотности линейной непрозрачности $n_c\cos^2\Theta_0$:

$$\frac{n_s}{n_c\cos^2\Theta_0} = 1 - \frac{1}{3}\Lambda_0^{2/5} = 1 - 0{,}65\left(\frac{E_0^2}{4\pi n_c ZT_e}\right)^{2/5},$$

то есть скорость течения плазмы в критической точке является дозвуковой. При этом отличие плотности плазмы в звуковой точке от плотности "верхнего плато" определяется следующим соотношением (см. /3/):

$$\frac{n_s}{N} = 1 - \frac{1}{2}\Lambda_0^{2/5} = 1 - 0{,}97\left(\frac{E_0^2}{4\pi n_c ZT_e}\right)^{2/5}.$$

Наконец, решение (5) с учетом (1), (3), (7) позволяет записать следующее выражение для характерного размера неоднородности плотности плазмы в точке отражения $n = n_c\cos^2\Theta_0$: $L^{-1} = \frac{d}{dx}\, n_+(\psi^2)/n_c\cos^2\Theta_0$.

$$L = \frac{c}{\omega_0}\,\frac{12}{\sqrt{5}}\,\Lambda^{-3/5} = 1{,}99\,\frac{c}{\omega_0}\left(\frac{E_0^2}{4\pi n_c ZT_e}\right)^{-0,6}.$$

В заключение подчеркнем, что для существования решения (5) согласно (8) скорость протекания вещества через область с критическим значением плотности должна мало отличаться от скорости звука в рассматриваемом случае полей, давление которых невелико по сравнению с тепловым ($E_0^2 < < 4\pi n_c ZT_e$).

Поступила в редакцию 28 сентября 1983 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Lee et al., Phys. Fluids, 20, 51 (1977).
2. Н. Е. Андреев, В. П. Силин, П. В. Силин, Краткие сообщения по физике ФИАН,№ 10, 52 (1983).
3. K. Estabrook, W. L. Kruer, Phys. Fluids, 26, 1888 (1983).
4. K. Nishikawa et al., Phys. Rev. Lett., 33, 148 (1974).