

УДК 533.9

О ПРОХОЖДЕНИИ БЕССТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ ЧЕРЕЗ ЯЧЕЙКИ СЕТКИ, ВЫТЯГИВАЮЩЕЙ ИОНЫ

Р. И. Голятина, Ю. И. Сыцько, С. И. Яковленко

На основе двумерной стационарной модели рассмотрен вопрос о прохождении бесстолкновительной лазерной плазмы через ячейку сетки, вытягивающей ионы. Показано, что при не очень больших напряжениях электроны вытесняются электрическим полем и не доходят до первой сетки, находящейся под нулевым потенциалом. Прозрачность сеток для ионов определяется в основном геометрическим фактором.

Задача о прохождении бесстолкновительной плазмы сквозь сетки представляет интерес для лазерного разделения изотопов [1] и для анализа элементного состава лазерной искры [2]. Ранее разлет [3] и прохождение плазмы сквозь сетки [4] рассматривались в рамках одномерной нестационарной двухжидкостной модели. При этом сетки считались прозрачными, а задаваемые на них потенциалы описывались с помощью введения дополнительных зарядов в соответствующих точках пространства. Ниже на основе двумерной стационарной задачи рассмотрен вопрос о прозрачности ячеек сетки.

Постановка задачи и метод решения. Рассматривается прохождение бесстолкновительной плазмы через систему проводящих электродов, находящихся под заданными потенциалами. Ориентируясь на задачи разделения изотопов, будем рассматривать такую систему электродов, которая вытягивает ионы и задерживает электроны. Поскольку имеет место существенное разделение зарядов, одножидкостное приближение неприменимо. Движение ионов происходит в самосогласованном электрическом поле, формируемом как электродами, так и объемными зарядами, возникающими в плазме из-за нарушения квазинейтральности. Электроны считаются распределенными по Больцману с температурой T_e . Иначе говоря, плотность электронов не определяется из

какого-либо дифференциального уравнения, она считается заданной функцией потенциала и плотности ионов в данной точке.

Движение ионов между электродами носит довольно сложный характер. Поэтому решение гидродинамических уравнений совместно с уравнением Пуассона представляет собой очень сложную вычислительную задачу. Мы использовали метод частиц совместно с итерациями уравнения Пуассона по плотности ионов. На начальном этапе электрическое поле задается потенциалами на электродах. Затем рассматривается движение большого числа пробных ионов в этом поле и определяется пространственное распределение плотности ионов. Распределение ионной плотности совместно с распределением Больцмана для электронов определяет плотность объемного заряда в различных точках пространства. Для полученной плотности объемного заряда решается уравнение Пуассона и находится новое распределение напряженности поля в пространстве. В этом поле снова рассматривается движение пробных ионов и т.д.

Изложенное выше было реализовано в виде пакета программ ПОТЕНЦИАЛ, который по заданным положениям и потенциалам электродов, а также параметрам входящего в расчетную область потока плазмы вычисляет распределения по пространству плотностей частиц и потенциала, а также число частиц, попавших на ту или иную поверхность расчетной области и рассматриваемых электродов.

О решении уравнения Пуассона. Уравнение Пуассона имеет вид:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} = -4\pi\rho, \quad \rho = e(n_i(x, y) - n_e), \quad n_e = n_i(x, y) \exp(-e\varphi/T_e),$$

где x, y – пространственные координаты; φ – потенциал; $n_i(x, y)$ – плотность ионов, рассматриваемая при решении уравнения Пуассона как заданная функция точки пространства; $T_e = \text{const}$. Уравнение Пуассона существенно нелинейно.

На левой и правой границе моделируемой области значение потенциала задается; кроме того, задаются значения потенциалов на границах областей, занимаемых электродами. На верхней и нижней границе расчетной области используется два вида граничных условий: а) задаются потенциалы; б) задаются условия симметрии (нормальная производная от потенциала равна нулю).

Задача Пуассона для заданного распределения плотности ионов решается методом установления в виде, близком к изложенному в [5]. Для пространственной аппроксимации производных используется метод сеток. Существенно неоднородная сетка строится автоматически внутри программы по задаваемым в файле данным количествам узлов и

минимальным величинам шагов по обоим направлениям, задаваемым в файле начальных данных. На минимальный пространственный размер кладется как минимум девять узлов, поэтому задаваемое вначале число узлов корректируется внутри подпрограммы построения сетки.

В качестве начальных условий для метода установления берется решение уравнения Лапласа ($\rho = 0$) или распределение потенциала от предыдущей итерации. Критерием установления служит стабилизация интеграла по поверхности от нормальной компоненты потенциала. В идеальном случае этот интеграл должен равняться нулю, однако из-за погрешностей аппроксимации интеграл стабилизируется на некотором ненулевом значении, тем меньшим, чем мельче сетка.

Моделирование движения частиц. При вычислении траектории пробных частиц решались уравнения Ньютона:

$$\frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} = \frac{e}{m} \mathbf{E}(x, y), \quad \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} = \mathbf{v}(x, y), \quad \mathbf{E} = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \mathbf{j} \right),$$

где $\mathbf{r}(t)$ – радиус-вектор, задающий траекторию пробной частицы, $\mathbf{v}(t)$ – ее скорость; \mathbf{i}, \mathbf{j} – единичные векторы; \mathbf{E} – напряженность поля, рассматриваемая при решении уравнения Ньютона как заданная функция точки пространства.

При решении использовалась схема с перешагиванием [6], согласно которой значения радиуса-вектора пробной частицы и ее скорости аппроксимируются для разных моментов времени (в данной реализации – с различием в половину шага). На каждом шаге по времени сначала вычисляется новое значение скорости для момента времени, соответствующего половине шага для радиуса-вектора, затем с помощью этого значения скорости вычисляется радиус-вектор для момента времени, соответствующего полному шагу.

Пробные частицы вводятся в расчетную область равномерно через левую границу. Скорость частиц выбирается в соответствии с распределением:

$$f_T(\mathbf{v}) = C(\nu_x - V_x) \exp(-m(\mathbf{v} - \mathbf{V})^2/2T), \quad \int d\mathbf{v} f_T(\mathbf{v}) = 1, \quad -\infty < \nu_y, \nu_z < \infty, \quad 0 < \nu_x < \infty,$$

где V_x – скорость потока; T – температура ионов.

В ходе расчета вычисляется время пребывания частицы в каждой ячейке пространственной сетки. Распределение плотности ионов определяется суммарным временем пребывания частиц в ячейках; нормировка плотности берется такой, чтобы обеспечить задаваемую плотность частиц на левой границе.

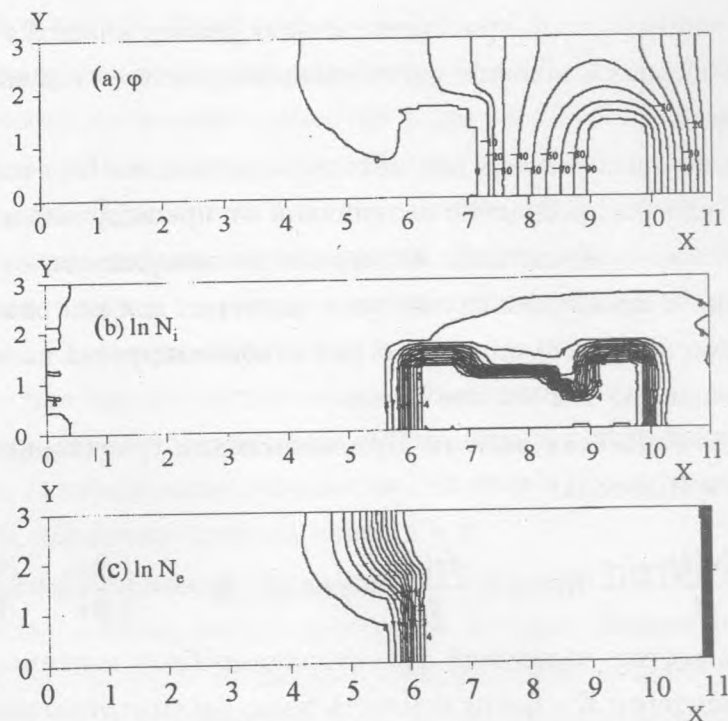


Рис. 1. Линии равного уровня (цифры около кривых) для одного значения напряжения между сетками для потенциала φ (а), логарифма плотности ионов $\ln N_i$ (б) и логарифма плотности электронов $\ln N_e$ (с). Ширина расчетной области 11 мм (вдоль оси X); высота области 3 мм (вдоль оси Y). Потенциал на левой и правой границах равен нулю. Поле создается двумя прямоугольными электродами, задаваемыми координатами левого верхнего x_l, y_l и правого нижнего x_r, y_r углов поперечного сечения рассматриваемого элемента сетки, а также потенциалом φ_s . Первый электрод: $x_l = 6$ мм, $y_l = 1,5$ мм; $x_r = 7$ мм, $y_r = 0$; $\varphi_s = 0$. Второй электрод: $x_l = 9$ мм, $y_l = 1,5$ мм, $x_r = 10$ мм, $y_r = 0$, $\varphi_s = -100$ В (напряжение между сетками $U_0 = -100$ В). Плотность ионов на левой границе $N_{e0} = 10^8$ см $^{-3}$; температура электронов $T_e = 0,17$ эВ; температура ионов $T_i = 0,03$ эВ. Ионы поступают через левую границу расчетной области со средней скоростью $v_0 = 3 \cdot 10^4$ см/с, направленной параллельно оси X . При моделировании вычислялись траектории 500 частиц; проводилось пять итераций по плотности; использовалась сетка 49×12 узлов.

Одна из модификаций программы моделирует рождение частиц в некоторой задаваемой области.

Результаты расчетов. Мы ориентировались на параметры установки, созданной для получения весовых количеств ^{168}Yb [1]. Результаты расчета допускают масштаби-

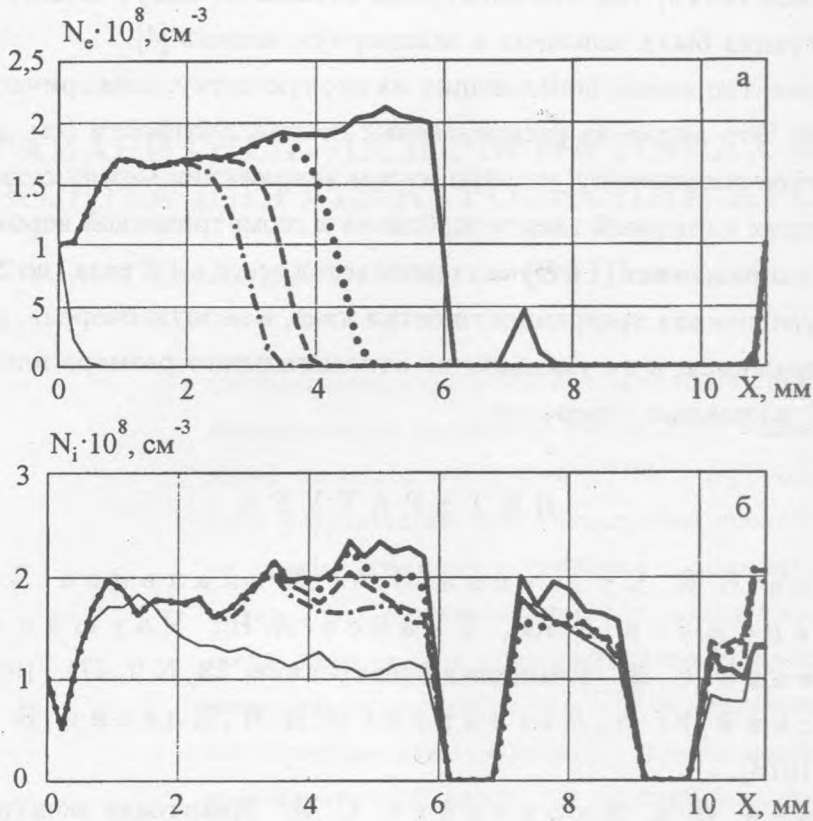


Рис. 2. Двумерная модель экстракции ионов. Распределения по оси X при $y = 0$ для разных значений напряжения между сетками плотности электронов (а) и плотности ионов (б). Сплошная линия $U_0 = -10$ В; пунктир $U_0 = -100$ В; штриховая линия $U_0 = -200$ В; штрихпунктир $U_0 = -300$ В; тонкая сплошная линия $U_0 = -1000$ В. Остальные параметры те же, что и на рис. 1.

рование, поскольку уравнение Пуассона можно привести к безразмерному виду.

Рассмотрим ситуацию, когда электрическое поле создается разностью потенциалов между двумя сетками, образованными бесконечно длинными по оси Z полосками шириной 6 мм, расположенными на расстоянии 6 мм друг от друга по оси Y . При этом моделируется только часть области, полная картина получается путем симметричного продолжения результатов расчетов по оси Y (см. рис. 1). При достаточно большом напряжении между сетками электрическое поле проникает в область перед первой сеткой с нулевым потенциалом и вытесняет оттуда электроны (см. рис. 1а, 2а). Начиная с некоторых напряжений давление поля превосходит электронное давление даже напро-

тив центра первой сетки, так что электроны вообще не могут подойти к электродам. Именно эта ситуация была заложена в одномерную модель [4].

Однако количество ионов, попадающих на первую сетку, электрическое поле меняет не очень сильно. Это видно из распределений ионной плотности (см. рис. 1b, 2b). Результаты расчетов показывают, что при малом напряжении между сетками (10 В) доля ионов, попадающих на первый электрод, близка к геометрической вероятности (50,8%), а при больших напряжениях (1 кВ) она понижается всего в 1,8 раза (до 28,8%). Поэтому, при попытках увеличения прозрачности сетки надо, в первую очередь, рассчитывать не на высокие напряжения, а на уменьшение относительного размера площади электрода по сравнению с площадью отверстия.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Держиев В. И., Кузнецов В. А., Михальцов Л. А., Мушта В. М., Сапожков А. Ю., Ткачев А. Н., Чаушанский С. А., Яковленко С. И. Квантовая электроника, **23**, N 9, 771 (1996).
- [2] Быковский Ю. А., Дегтяренко Н. Н., Елесин В. Ф. и др. ЖТФ, **43**, 2540 (1973).
- [3] Савельев В. В., Яковленко С. И. Квантовая электроника, **23**, N 11, 1020 (1996).
- [4] Савельев В. В., Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 11 – 12, 57 (1997).
- [5] Syts'ko Yu. I., Yakovlenko S. I. Laser Physics, **6**, N 5, 989 (1996).
- [6] Бэдсел Ч., Ленгдом А. Физика плазмы и численное моделирование. М., Энергоатомиздат, 1989.

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 28 апреля 1997 г.

После переработки 9 июня 1998 г.