УДК 533.9.15

О ЧИСЛЕ ВЫСОКИХ ГАРМОНИК, ГЕНЕРИРУЕМЫХ В ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

В. П. Силин

Установлена новая причина ограничения числа гармоник поля накачки, генерируемых в лазерной плазме благодаря эффекту когерентного тормозного излучения, которая обусловлена релятивизмом осцилляций электронов в поле накачки.

Когерентное тормозное излучение определяет возможность наблюдения в лазерной плазме большого числа нечетных гармоник излучения накачки [1]. Актуальной проблемой является установление тех физических причин, которые определяют максимальное число $2l_{max}+1$ генерируемых гармоник. Это, в частности, существенно для понимания возможностей создания источников когерентного жесткого ультрафиолетового и рентгеновского излучения [2]. В настоящее время известен ряд закономерностей обрывания спектра высоких гармоник: 1) при $l_{max} \sim v_E/v_T$ [1], где v_E – амплитуда скорости когерентных колебаний электрона в поле плоскополяризованной накачки; 2) при $l_{max} \sim A^{-1}$, где A – степень круговой поляризации накачки; 3) $l_{max} \sim mv_E^2/Ze^2\omega$ при $v_E < Ze^2/\hbar$, где $\hbar$ – постоянная Планка, Z – кратность ионизации ионов; 4) $l_{max} \sim mv_E^2/\hbar\omega$ при $v_E > Ze^2/\hbar$ [3, 4]. Последние две закономерности связаны с характерным интервалом прицельных параметров столкновений электронов с ионами, определяющих тормозное излучение.

Как будет показано ниже, имеется еще одна причина, ограничивающая число высоких гармоник при их когерентной тормозной генерации в лазерной плазме. Такой причиной является слабый релятивизм осцилляций электронов. Будем считать электромагнитное поле накачки эллиптически поляризованным $\mathbf{E} = (E_x, E_y, 0)$, где

$$E_x = e_x E\cos(\omega t - kz),$$
$$E_y = -e_y E\sin(\omega t - kz). \tag{1}$$

При этом $e_x^2 + e_y^2 = 1$, и принимаем $e_x > e_y > 0$. Нас ниже будет интересовать предел малой степени круговой поляризации $A = -2e_x e_y$, чему отвечает малость e_y. При этом максимальная степень линейной поляризации $\rho^2 = e_x^2 - e_y^2 = \sqrt{1 - A^2}$ мало отличается от единицы.

В поле (1) с учетом слабого релятивизма, когда

$$v_E = |e|E/m\omega \ll c, \tag{2}$$

для скорости $\mathbf{u}_E$ колебаний электрона $\mathbf{u}_E = (u_{Ex}, u_{Ey}, u_{Ez})$ имеем (ср. [5])

$$\begin{aligned} u_{Ex} &= -v_E e_x \sin(\omega t - kz), \\ u_{Ey} &= -v_E e_y \cos(\omega t - kz), \\ u_{Ez} &= -\frac{v_E^2 k}{4\omega}\rho^2 \cos[2(\omega t - kz)]. \end{aligned} \tag{3}$$

Соответственно для координат осцилляций электрона имеем (ср. [5])

$$\begin{aligned} X_E &= \frac{v_E}{\omega} e_x \cos(\omega t - kz), \\ Y_E &= -\frac{v_E}{\omega} e_y \sin(\omega t - kz), \\ Z_E &= -\frac{v_E^2 k}{8\omega^2}\rho^2 \sin[2(\omega t - kz)]. \end{aligned} \tag{4}$$

В бесстолкновительном приближении функция распределения электронов может быть записана в виде

$$f(\mathbf{v}, \mathbf{r}, t) = F(x - X_E, y - Y_E, z - Z_E, v_x - u_{Ex}, v_y - u_{Ey}, v_z - u_{Ez}. \tag{5}$$

В частном случае холодной плазмы эта формула приводит к следующему выражению для плотности тока:

$$\mathbf{j}_0 = \mathbf{u}_E e n_e(x - X_E, y - Y_E, z - Z_E), \tag{6}$$

где n_e – плотность числа электронов плазмы. Для пространственно неоднородной плазмы зависимость от времени X_E, Y_E, Z_E является причиной генерации гармоник. Однако не это является предметом рассмотрения настоящего сообщения.

Для обсуждения влияния слабого релятивизма на когерентное тормозное излучение гармоник будем пренебрегать пространственной неоднородностью плазмы ($n_e = \text{const}$).

Тогда в первом столкновительном приближении, считая кратность ионизации высокой и пренебрегая электрон-электронными столкновениями, для поправки к плотности электронного тока холодной плазмы получаем (ср. [3])

$$\frac{\partial \mathbf{j}_1}{\partial t} = -en_e\nu(E)\mathbf{u}_E\left|\frac{v_E}{\sqrt{2}\mathbf{u}_E}\right|^3. \tag{7}$$

Здесь

$$\nu(E) = \frac{8\sqrt{2}\pi Z e^4 n_e \Lambda}{m^2 v_E^3} \tag{8}$$

эффективная частота столкновений электронов с ионами в сильном поле накачки, когда выполнено условие

$$v_T = \sqrt{\kappa_B T/m} \ll v_E \tag{9}$$

малости тепловой скорости электронов v_T по сравнению с амплитудой скорости осцилляций электронов в поле накачки. Поскольку

$$\frac{2\mathbf{u}_E^2(t)}{v_E^2} = 1 - \rho^2\cos[2(\omega t - kz)] + \frac{v_E^2 k^2}{8\omega^2}\rho^4\cos^2[2(\omega t - kz)], \tag{10}$$

то благодаря учету релятивизма знаменатель формулы (7) не обращается в ноль даже в пределе плоской поляризации, когда $\rho^2 = 1$. С другой стороны, влияние слабого релятивизма в соотношении (10) проявляется только тогда, когда поляризация накачки близка к плоской, то есть при

$$|A| \ll 1. \tag{11}$$

Соответственно этому можно использовать следующее приближенное соотношение (ср. [3, 4]):

$$\left|\frac{v_E^2}{2\mathbf{u}_E^2}\right|^{3/2} = \frac{1}{(1-\rho_{eff}^2\cos[2(\omega t - kz)])^{3/2}} =$$

$$= A_0^{(3/2)}(\rho_{eff}^2) + 2\sum_{l=1}^{\infty} A_l^{(3/2)}(\rho_{eff}^2)\cos[2l(\omega t - kz)]. \tag{12}$$

Здесь

$$\rho_{eff}^2 = \sqrt{1 - A_{eff}^2},\ A_{eff}^2 = A^2 + \frac{v_E^2 k^2}{8\omega^2}, \tag{13}$$

$$A_l^{(3/2)}(\rho_{eff}^2) = \frac{\Gamma(3/2 - l)}{|A_{eff}|^{3/2}\Gamma(3/2)} P_{1/2}^l \left(\frac{1}{|A_{eff}|}\right), \tag{14}$$

где $\Gamma(z)$ – функция Эйлера, а $P_\nu^l(z)$ – функция Лежандра. При условии (11) окончание спектра гармоник отвечает асимптотике

$$A_l^{(3/2)}(\rho_{eff}^2) \simeq \frac{2\sqrt{l}}{\sqrt{\pi}|A_{eff}|^{3/2}} \exp(-l|A_{eff}|). \tag{15}$$

Если теперь записать выражение (7) для поперечных (x, y) гармоник (ср. [3, 4]):

$$\frac{\partial j_{1x}}{\partial t} = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{xx}^{(2l+1)} \frac{\partial}{\partial t} e_x E \cos[(2l+1)(\omega t - kz)],$$

$$\frac{\partial j_{1y}}{\partial t} = \sum_{l=0}^{\infty} \sigma_{yy}^{(2l+1)} \frac{\partial}{\partial t} (-e_y E) \sin[(2l+1)(\omega t - kz)], \tag{16}$$

где

$$\sigma_{xx}^{(2l+1)} = \frac{\omega_{Le}^2 \nu(E, l)}{4\pi(2l+1)\omega^2} [A_l^{(3/2)}(\rho_{eff}^2) - A_{l+1}^{(3/2)}(\rho_{eff}^2)],$$

$$\sigma_{yy}^{(2l+1)} = \frac{\omega_{Le}^2 \nu(E, l)}{4\pi(2l+1)\omega^2} [A_l^{(3/2)}(\rho_{eff}^2) + A_{l+1}^{(3/2)}(\rho_{eff}^2)], \tag{17}$$

а $\omega_{Le} = \sqrt{4\pi e^2 n_e/m}$ – электронная ленгмюровская частота, то в соответствии с (15) спектр гармоник экспоненциально обрывается при

$$l_{max}^2 \sim \frac{1}{|A_{eff}|^2}. \tag{18}$$

В частности, в пределе $A \to 0$ имеем

$$l_{max} \sim \frac{\omega}{k v_E}. \tag{19}$$

Здесь следует иметь в виду, что учет теплового движения оказывается пренебрежимым при условии (ср. [4])

$$\frac{v_E^2 k^2}{8\omega^2} \gg \frac{8 v_T^2}{v_E^2}. \tag{20}$$

Принимая для оценки $(\omega/k) \sim c$, можно утверждать, что слабый релятивизм приводит к обрыванию спектра гармоник при значениях $l \sim c/v_E$. Это происходит при не слишком большой интенсивности накачки, когда

$$v_E^2 > 8 v_T c. \tag{21}$$

Далее следует указать, что релятивизм движения электронов является причиной генерации четных гармоник излучения. При этом в дополнение к уравнениям (16) возникает обусловленная тормозным эффектом продольная компонента электрического тока

$$\frac{\partial j_{1z}}{\partial t} = -\frac{\omega_{Le}^2}{16\pi} k v_E \rho^2 E\{\nu(E,0) A_1^{(3/2)}(\rho_{eff}^2) +$$

$$+\sum_{l=1}^{\infty} \nu(E,l)[A_{l-1}^{(3/2)}(\rho_{eff}^2) + A_{l+1}^{(3/2)}(\rho_{eff}^2)] \cos[2l(\omega t - kz)]\}. \tag{22}$$

Максимум эффективности генерации в плазме четных гармоник может сравниваться с эффективностью генерации нечетных гармоник. Однако граничные условия на поверхности плазмы приводят, вообще говоря, к определенным препятствиям в трансформации продольного поля плазмы в электромагнитное излучение в вакууме.

В заключение приведем выражение для плотности потока энергии нечетных гармоник при учете теплового движения электронов (ср. [4]):

$$q^{(2l+1)} = q_0 \left[\frac{2l+1}{2l(l+1)}\right]^2 \left\{\frac{3\sqrt{\pi}}{4(2l+1)} \left(\frac{2v_T}{v_E}\right)^3\right\}^2 \times$$

$$\times \left\{ A_l^2\left(\rho_{eff}^2, \frac{v_E}{2v_T}\right) + A_{l+1}^2\left(\rho_{eff}^2, \frac{v_E}{2v_T}\right) - \right.$$

$$\left. -2\sqrt{1-A^2} A_l\left(\rho_{eff}^2, \frac{v_E}{2v_T}\right) A_{l+1}\left(\rho_{eff}^2, \frac{v_E}{2v_T}\right)\right\},$$

где

$$q_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{\nu_{ei}}{\omega_{Le}}\right)^2 n_e \kappa_B T c,$$

$$\nu_{ei} = \frac{4\sqrt{2\pi} Z e^4 n_e \Lambda}{3 m^2 v_T^3},$$

$$A_l(\rho_{eff}^2, N) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{N^2} dy \sqrt{y} e^{-y} I_l(\rho_{eff}^2, y),$$

а $I_l(z)$ – функция Бесселя мнимого аргумента.

Итак, рассмотрено влияние слабого релятивизма на тормозное излучение гармоник греющего излучения в плазме. Установлена новая релятивистская причина обрыва спектра высоких гармоник. Установлена когерентная тормозная генерация четных гармоник.

Работа выполнена при государственной поддержке ведущих научных школ (N 96–15–96750) и при поддержке РФФИ (проект N 96–02–17002).

ЛИТЕРАТУРА

[1] Силин В. П. ЖЭТФ, **47**, в. 6 (12), 2254 (1964).
[2] Гладков С. М., Коротеев Н. И. УФН, **160**, 105 (1990).
[3] Силин В. П. Письма в ЖЭТФ, **67** (5), 313 (1998).
[4] Силин В. П. ЖЭТФ, **113**, (1998), в печати.
[5] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория поля, М., Наука, 1973.

Поступила в редакцию 24 июня 1998 г.