УДК 539.17

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ СИММЕТРИИ ФУНКЦИИ УГЛОВОЙ Nγ-КОРРЕЛЯЦИИ ПРИ НЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ НУКЛОНОВ

Б. А. Бенецкий

На основании изотропии пространства получены формулы для углов в плоскости рассеяния, которые определяют ориентацию углового распределения фотонов, сопровождающих неупругое рассеяние нуклонов на четно-четных ядрах с возбуждением первого уровня 2^+.

23 октября 1998 г. исполняется 90 лет со дня рождения Ильи Михайловича Франка, основателя и многолетнего руководителя Лаборатории атомного ядра ФИАН, затем – той же лаборатории в составе ИЯИ РАН. Илья Михайлович обладал способностью руководить, не навязывая своего мнения, но стимулируя инициативу сотрудников лаборатории и содействуя тем самым развитию работ. Он был приверженцем "старофиановской" традиции, согласно которой научный руководитель не почитал для себя зазорным прислушиваться к мнению сотрудников, вне зависимости от возраста и положения последних. В результате одной из дискуссий появилась данная работа.

В свое время И. М. Франком был применен изящный метод анализа свойств симметрии функции угловой корреляции гамма-фотона и частицы, неупруго рассеянной на четно-четном ядре с возбуждением уровня 2^+ [1].

Если фотон испущен остаточным ядром, то общий вид функции угловой $N\gamma$-корреляции определяется мультипольностью излучения и выстроенностью спина ядра относительно физически выделенного направления. Для неупругого рассеяния нуклонов с возбуждением чистого E2 перехода ($0^+ \to 2^+ \to 0^+$) эта функция в плоскости рассеяния имеет вид [2, 3]

$$w(\varphi_\gamma, \varphi_{N_0}, \varphi_N) = A + B\sin^2(\varphi_\gamma - \varphi_1) + C\sin^2 2(\varphi_\gamma - \varphi_2), \tag{1}$$

где φ_γ – угол вылета фотона; φ_{N_0} и φ_N – углы, определяющие направления импульсов $\bar{P}_{N_0}$ и $\bar{P}_N$ падающего и рассеянного нуклонов, соответственно; φ_1 и φ_2 – углы, определяющие свойства симметрии функции w. Вследствие сохранения спина и четности системы ядро + нуклон параметр $B = 0$, если рассеяние осуществляется без переориентации спина нуклона (без спин-флип эффекта). Тогда

$$w(\varphi_\gamma, \varphi_{N_0}, \varphi_N) = C \sin^2 2(\varphi_\gamma - \varphi_2). \tag{2}$$

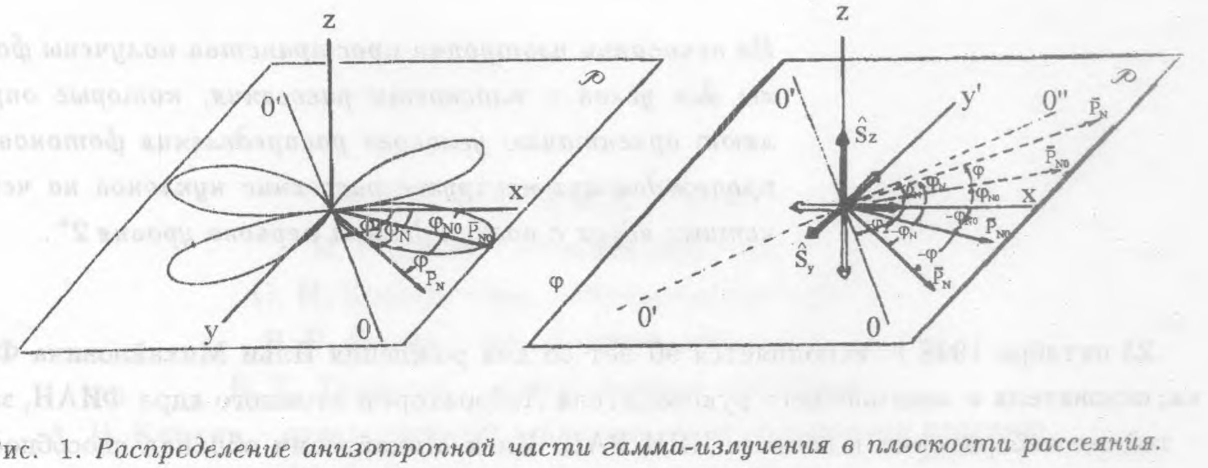

Рис. 1. *Распределение анизотропной части гамма-излучения в плоскости рассеяния.*

Рис. 2. *Изменение координат и угловых моментов при замене левовинтовой системы координат на правовинтовую.*

Естественно, (2) справедливо и для рассеяния частиц со спином 0. На рис. 1 приведены "розетка" анизотропной части распределения фотонов в плоскости рассеяния $\mathcal{P}$ (согласно формуле (2)), направления импульсов частиц P_{N_0} и $\bar{P}_N$, углы, определяющие эти направления φ_{N_0} и φ_N, ось симметрии фотонного распределения $00'$, угол симметрии φ_2, а также угол рассеяния нуклона

$$\varphi = \varphi_N - \varphi_{N_0}. \tag{3}$$

В [1] на основании изотропии пространства было показано, что угол симметрии φ_2 равен

$$\varphi_2 = (m\pi - n\varphi)/4 + \varphi_0. \tag{4}$$

Формула (4) была получена И. М. Франком в предположении линейной зависимости угла φ_2 от угла рассеяния φ (3). В связи с этим оговаривалось, что линейность φ_2 по φ "нельзя считать теоретически обоснованной, и поэтому достаточность формулы (4) должна проверяться опытом". Целью данной работы является обоснование того, что углы симметрии функции угловой корреляции φ_1 и φ_2 априори следует считать линейными функциями углов $\varphi_{N_0}, \varphi_N, \varphi$. При этом используется единственное предположение о том, что в пределах от 0 до 2π углы φ_1 и φ_2 представляют собой кусочно-аналитические функции, которые в областях их аналитичности могут быть разложены в степенные ряды со сколь угодно высокой степенью разложения. (По существу это эквивалентно предположению о том, что φ_1 и φ_2 могут быть представлены произведением трех полиномов сколь угодно высокой степени.) Без ограничения общности рассуждений рассмотрим функцию $N\gamma$-корреляции в форме (2). Покажем, что угол φ_2 линейно зависит от угла вылета рассеянного нуклона φ_N. В силу (3)

$$\varphi_2 = \phi_2(\varphi_{N_0}, \varphi_N) = \varphi_2(\varphi_N, \varphi). \tag{5}$$

При повороте системы координат относительно оси z на некоторый угол α вследствие изотропии пространства должно выполняться "условие поворота"

$$\varphi_2(\varphi_N - \alpha, \varphi) = \varphi_2(\varphi_N, \varphi) - \alpha. \tag{6}$$

Разложив φ_2 в степенной ряд на конечном интервале $0 \leq \varphi_N \leq 2\pi$, либо на части этого интервала вне особых точек

$$\varphi_2 = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(\varphi)\varphi_N^k \tag{7}$$

и подставив (7) в условие (6), получим

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k(\varphi)(\varphi_n - \alpha)^k = (\sum_{k=0}^{\infty} c_k(\varphi)\varphi_N^k) - \alpha. \tag{8}$$

Коэффициенты этого разложения являются функциями угла рассеяния φ, который не изменяется при повороте системы координат (см. рис. 1 и соотношение (3)). Так как угол поворота осей α произволен, то условие (8) может выполняться только при равенстве в левой и правой частях (8) коэффициентов при равных степенях i угла φ_N^i. Тогда при сколь угодно большом, но конечном $i_{max} = i_0$ получим систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} -c_1 + c_2\alpha - c_3\alpha^2 + c_4\alpha^3 - c_5\alpha^4 + \ldots + c_{i_0+1}\alpha^{i_0} &= -1, \\ -2c_2 + 3c_3\alpha - 4c_4\alpha^2 + 5c_5\alpha^3 + C_2^{i_0+1} c_{i_0+1}\alpha^{i_0-1} &= 0, \\ -3c_3 + 6c_4\alpha - 10c_5\alpha^2 + \ldots C_3^{i_0+1} c_{i_0+1}\alpha^{i_0-2} &= 0 \end{aligned} \tag{9}$$

Или в общем виде:

$$\sum_{k=i+1}^{i_0+1} (-1)^{k-i} c_k(\varphi) C_k^{i+1} \alpha^{k-i-1} = \begin{cases} -1 & \text{при } \mathrm{i} = 0 \\ 0 & \text{при } \mathrm{i} = \neq 0. \end{cases} \tag{10}$$

В системе уравнений (10) $i = 0, 1, 2, 3, \ldots$ – номер уравнения, $c_k(\varphi)$ – коэффициент разложения в ряд (7) (надо заметить, что $c_0(\varphi)$ сократился и в систему (10) не вошел), C_k^{i+1} – биномиальный коэффициент. Если рассматривать (10) как систему уравнений при фиксированном $\alpha \neq 0$ для определения коэффициентов c_k, то определитель этой системы равен

$$D = (-1)^{i_0+1}(i_0+1)!, \tag{11}$$

а ее единственное решение:

$$c_k = \begin{cases} 1 & \text{если } \mathrm{k} = 1 \\ 0 & \text{если } \mathrm{k} \neq 1. \end{cases} \tag{12}$$

Таким образом, при сколь угодно большом, но конечном числе членов ряда (7) он сводится к линейной зависимости

$$\varphi_2 = \varphi_N + c_0(\varphi). \tag{13}$$

Из (13) непосредственно следует линейная зависимость φ_2 от φ_{N_0} : $\varphi_2 = \varphi_N + c_0(\varphi) \pm \varphi_{N_0} = \varphi_{N_0} + (\varphi_N - \varphi_{N_0} + c_0(\varphi)$, или

$$\varphi_2 = \varphi_{N_0} + c(\varphi). \tag{14}$$

Физический смысл соотношений (13) и (14) лапидарен: угол симметрии углового распределения гамма-излучения, сопровождающего неупругое рассеяние, можно отсчитывать как от направления рассеянной, так и от направления падающей частицы.

Для определения вида зависимости φ_2 от угла рассеяния φ ($c(\varphi)$ в (14)) можно использовать "условие однозначности". Очевидно, что угловое распределение фотонов в пространстве не изменится в зависимости от того, измеряется ли угол рассеяния по или против часовой стрелки, т.е.

$$\varphi_2(\varphi_{N_0}, \varphi) = \varphi_2(\varphi_{N_0}, \varphi - 2\pi) + n\pi/2, \tag{15}$$

или, подставляя (14),

$$c(\varphi) = c(\varphi - 2\pi) + n\pi/2. \tag{16}$$

Слагаемое $n\pi/2$ кратно периоду $\sin^2 2(\varphi_\gamma - \varphi_2)$ и не меняет распределения фотонов в пространстве. Разлагая $c(\varphi)$ в ряд по степеням φ, подставляя этот ряд в (16) и проводя аналогичные вышеизложенным вычисления, получим следующее выражение для угла симметрии φ_2:

$$\varphi_2 = \varphi_{N_0} + n\varphi/4 + d_0. \tag{17}$$

Заметим, что соотношение (17) получено с использованием предположения об аналитичности φ_2 хотя-бы в конечной области углов φ_{N_0} и φ (или φ_N и φ) и двух условий, учитывающих изотропность свойств пространства и независимость углового распределения фотонов от выбора системы координат, если фиксирована "спиральность" системы (т.е. она относится либо к лево-, либо к правовинтовым системам).

Постоянная d_0 в (17) может быть определена из условия "зеркального отражения", которое использовалось ранее в [1] для вывода формулы (4). Это условие не столь "безобидно", как (6) и (15), и его применение требует дополнительного анализа. С другой стороны оно, как будет видно из дальнейшего, позволяет выделить область данных, в которых существенны поляризационные эффекты. Действительно, при замене левовинтовой системы координат на правовинтовую, например, путем изменения направления оси y на обратное ($y \to y'$ на рис. 2) имеет место следующее. Все угловые координаты меняют знаки на обратные. Проекции угловых моментов (например, оператора спина ядра $\hat{S}$) на ось y' сохраняются, в то время как проекции на оси x и z меняют знаки на обратные. Последнее приводит к замене знаков у части компонентов тензорной поляризации, если таковая возникает при рассеянии. Что касается фотонов, то следует учесть, что при неупругом рассеянии испускается фотон в состоянии с определенным угловым моментом и неопределенным импульсом. Собственно, разложение по состояниям с определенным импульсом и определяет угловое распределение гамма-излучения. При операции упомянутой частичной инверсии компоненты углового момента фотона будут изменяться согласно приведенным выше правилам, отличающимся от правил изменения знаков компонентов импульса.

Если пренебречь вышеперечисленными эффектами и постулировать, что неупругое рассеяние с последующим испусканием гамма-фотона от них не зависит, то условие "зеркального отражения" имеет вид:

$$\varphi_2(-\varphi_{N_0}, -\varphi) = -\varphi_2(\varphi_{N_0}, \varphi) + m\pi/2. \tag{18}$$

Тогда из (17) и (18) получаем

$$d_0 = m\pi/4, \tag{19}$$

и, соответственно, для φ_2:

$$\varphi_2 = \varphi_{N_0} + (n\varphi + m\pi)/4. \tag{20}$$

Условие "зеркального отражения" (18) эквивалентно утверждению о полной симметрии рассеяния нуклона направо с испусканием фотона рассеянию налево также с испусканием фотона симметрично относительно плоскости $x0z$. Нарушение этого условия вследствие, например, поляризации при рассеянии может привести только к угловому сдвигу оси $0''0'''$ (см. рис. 2) на некоторую постоянную величину по сравнением с тем, что следует из (20). Иной поправки быть не может, поскольку условие (18) использовалось только для нахождения постоянного члена линейной функции. Таким образом, окончательно

$$\varphi_2 = \varphi_{N_0} + (n\varphi + m\pi)/4 + \delta. \tag{21}$$

Очевидно, все проведенные расчеты и рассуждения в равной степени применимы и к выводу аналогичной формулы для угла симметрии φ_1 в (1), с той лишь разницей, что период $\sin^2(\varphi_\gamma - \varphi_1)$ равен π. Тогда

$$\varphi_1 = \varphi_{N_0} + (p\varphi + q\pi)/2 + \vartheta. \tag{22}$$

На рис. 3 представлено сравнение зависимостей, полученных на основании (20) при $n = 0, m = 1$; $n = -1, m = 2$; $n = -1, m = 2$ (что соответствует экспериментальным данным) с модельными расчетами [2]. На этом рисунке кривые 1, 2, 3 – предсказания для прямого неупругого рассеяния в борновском приближении плоских волн для нуклонов

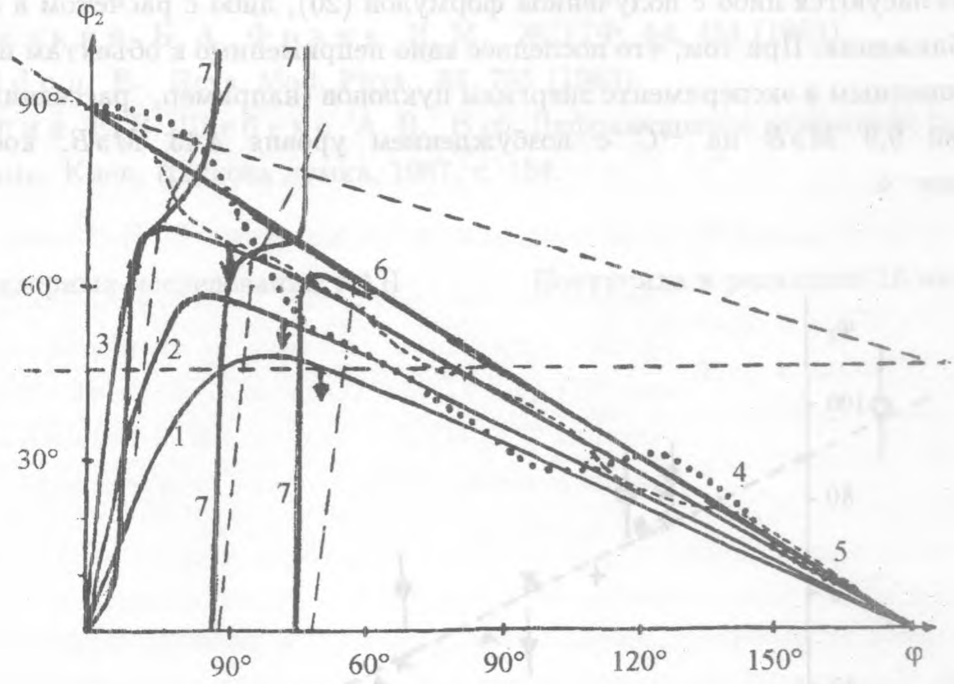

Рис. 3. *Сравнение линейных зависимостей (штриховые прямые), вытекающих из формулы (20), с модельными расчетами для нуклонов и альфа-частиц (кривые соответственно 1 – 6 и 7).*

с энергиями от 14 до 40 $МэВ$. Стрелками обозначены значения минимальных углов рассеяния

$$\varphi_{min} = 2\lambda/R, \tag{23}$$

ограничивающие, согласно квазиклассической оценке, передачу нуклоном ядру момента, равного $2\hbar$. 4, 5 – результаты расчетов в модели искаженных волн. Прямая 6, совпадающая с (20) при $n = -2, m = 2$ – предсказание, полученное в адиабатическом приближении. Сопоставление с экспериментальными данными по рассеянию нуклонов вне резонансов на ^{12}C с возбуждением уровня 4,43 $МэВ$ протонами 9,9; 11; 12; 16 $МэВ$ и нейтронами 14 $МэВ$, а также на ^{24}Mg с возбуждением уровня 1,38 $МэВ$ протонами 6,2 и 42 $МэВ$ представлено на рис. 4. Более детальному анализу экспериментальных данных и результатов модельных расчетов на основе полученных соотношений для свойств симметрии функции $N\gamma$-корреляции будет посвящена отдельная публикация. Сейчас отметим только, что вне области влияния отдельных резонансов экспериментальные данные хорошо согласуются либо с полученной формулой (20), либо с расчетом в адиабатическом приближении. При том, что последнее явно неприменимо к объектам исследования и использованным в эксперименте энергиям нуклонов (например, рассеянию протонов с энергией 9,9 $МэВ$ на ^{12}C с возбуждением уровня 4,43 $МэВ$, косые кресты на рисунке 4.

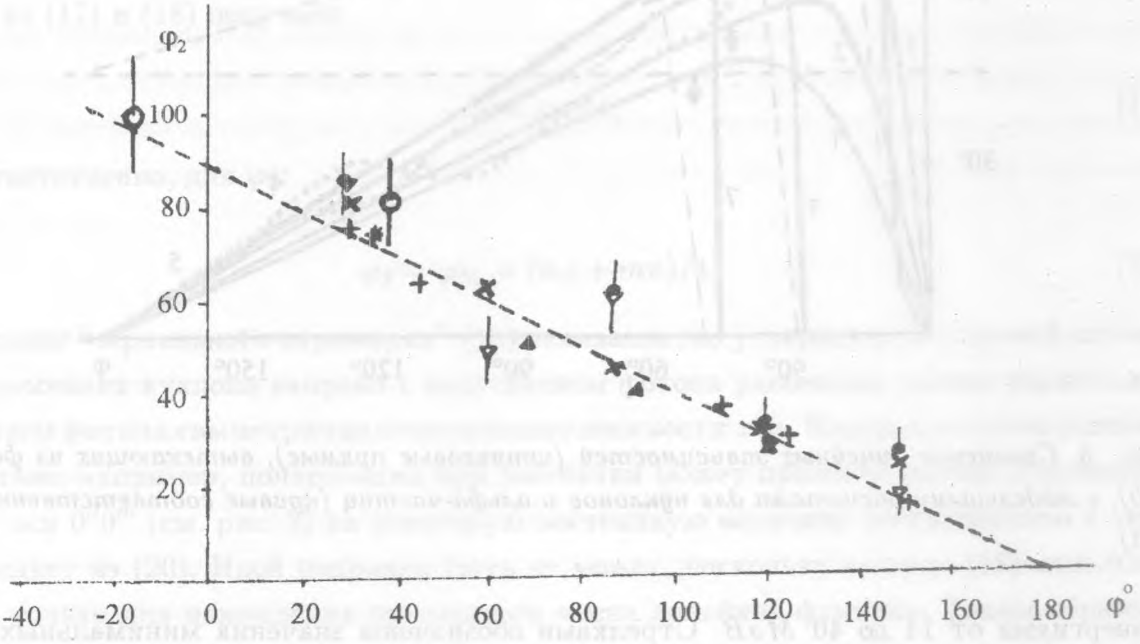

Рис. 4. *Сравнение линейных зависимостей, полученных из (20) при* $n = -2$, $m = 2$, *с экспериментальными данными для нуклонов при нерезонансных энергиях в интервале* $6,2 - 42\ МэВ$.

Описанный метод анализа свойств симметрии угловых распределений фотонов может, по-видимому, оказаться полезным для оценки модельных расчетов даже до сравнения с экспериментом. Он применим при рассмотрении переходов любой мультипольности, как в ядрах, так и в других квантовомеханических системах.

В заключение автор выражает признательность Владимиру Александровичу Сергееву за весьма деликатную, чрезвычайно конструктивную критику и полезные обсуждения данной работы, Вадиму Ильичу Беляку за благожелательный интерес и стимулирующее воздействие при ее выполнении и подготовке к печати.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Бенецкий Б. А., Франк И. М. ЖЭТФ, **44**, 454 (1963).

[2] Sheldon E. Revs. Mod. Phys., **35**, 795 (1963).

[3] Инопин Е. В., Шебеко А. В. В сб. Дифракционное взаимодействие адронов с ядрами, Киев, Наукова думка, 1987, с. 154.

Институт ядерных исследований РАН Поступила в редакцию 16 июня 1998 г.