

О ВОССТАНОВЛЕНИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ ПО ФРАГМЕНТАМ
МОДУЛЯ ЕГО ФУРЬЕ-ОБРАЗА

И. Г. Косарев, И. Ф. Малов, В. А. Фролов

УДК 520.27 + 520.874

На основе модельных расчетов показано, что минимально-фазовый метод позволяет восстановить исходный профиль по фрагментам модуля его Фурье-спектра. Оценено влияние ошибок в измеренном модуле на качество восстановления.

Как показано в работах /1-3/, минимально-фазовые профили, полученные по модулю Фурье-спектра $G(\omega) = \Gamma(\omega)e^{i\varphi(\omega)}$ с помощью преобразований Гильберта (ПГ)

$$\varphi(\omega_x) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln \Gamma(\omega) d\omega}{\omega - \omega_x}, \quad (1)$$

$$\ln \Gamma(\omega_x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varphi(\omega) d\omega}{\omega - \omega_x} \quad (2)$$

и обратного Фурье-преобразования (ФП), оказываются в целом ряде случаев очень близкими к модельным профилям. В работах /2, 3/ считалось, что модуль $\Gamma(\omega)$ известен точно и на всей оси частот. На практике (например, при радиоастрономических наблюдениях) интервал измерений всегда ограничен, а сам модуль из-за наличия шумов определяется с некоторой погрешностью. В связи с этим представляет интерес исследование влияния конечности интервала измерений и шумов на качество восстанавливаемых профилей. Этому вопросу и посвящена настоящая работа.

В [1] было проведено восстановление модельного профиля по последовательно уменьшаемым фрагментам модуля его фурье-спектра с помощью интегрального уравнения (2). Здесь с той же целью использовалась квадратурная формула (1). Результаты иллюстрируются двумя моделями

$$E_1(x) = e^{-(x-1)^2} + 0,5e^{-(x-4)^2}, \quad (3)$$

$$E_2(x) = e^{-(x-2)^2} + e^{-0,16(x-5)^2}, \quad (4)$$

приведенными на рис. 1-2. Стрелками на этих рисунках отмечены значения граничных частот интервала задания ($0 - \omega_{\text{гр}}$) модуля $\Gamma(\omega)$ и указаны кривые $E(x)$ и $\varphi(\omega)$, соответствующие этим фрагментам модуля. При расчетах $\varphi_{\text{мин}}$ использовалось значение $\omega_{\text{гр}}$ порядка нескольких сотен.

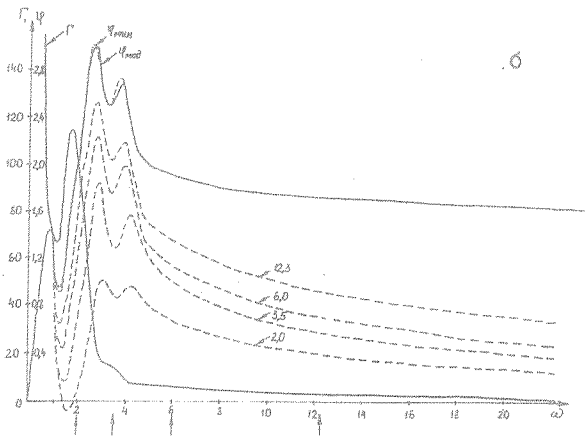
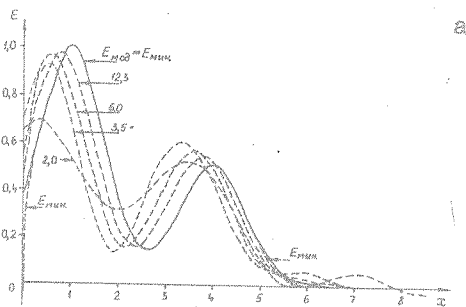
На приведенных рисунках видно, что с уменьшением $\omega_{\text{гр}}$ $E(x)$, все более смещается относительно $E_{\text{мод}}$ в сторону $x = 0$. При некотором значении $\omega_{\text{гр}}$ восстановленные профили теряют основные характерные признаки. Так, на рис. 2 профиль $E_{2,5}$ является двухкомпонентным, в то время как в $E_{1,0}$ уже остается только один компонент.

Интересно отметить, что во всех рассмотренных примерах $\varphi(\omega)$ сохраняет характерные детали даже на тех частотах, где информация о модуле уже отсутствует.^{*} На рис. 1 при $\omega_{\text{гр}} = 2$ у кривой $\varphi_{2,0}(\omega)$ явно выражены два компонента на интервале $2 < \omega < 5$. На рис. 2 при $\omega_{\text{гр}} = 0,5$ у $\varphi_{0,5}(\omega)$ четко определяется максимум в районе $\omega \sim 1$ и заметен максимум при $\omega \sim 5$. Этот результат дает возможность предложить методику улучшения восстановленных профилей с помощью многократного применения ПГ и ФП. Возможную схему итераций можно, например, представить в следующем виде:

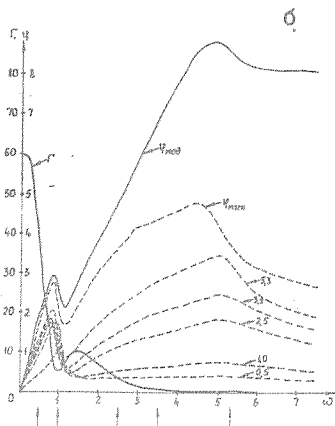
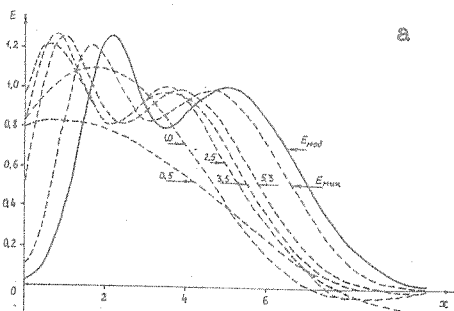
^{*} Аналогичные выводы можно сделать по результатам работы [1].

$$\Gamma_0(\omega) \rightarrow \varphi_0(\omega) \rightarrow E_0(x) \rightarrow \Gamma_1(\omega) \rightarrow \varphi_1(\omega) \rightarrow E_1(x) \dots \quad (5)$$

$$\rightarrow \Gamma_n(\omega) \rightarrow \varphi_n(\omega) \rightarrow E_n(x).$$



Р и с. 1. а) Модельный профиль (сплошная кривая) и минимально-фазовые профили (пунктир), соответствующие указанным значениям $\omega_{гр}$ для $E_1(x)$ (формула (3)); б) зависимость Γ , φ_{\min} и φ_{\max} от частоты при различных значениях $\omega_{гр}$



Р и с. 2. То же, что и на рис. 1 для $E_2(x)$ (формула (4))

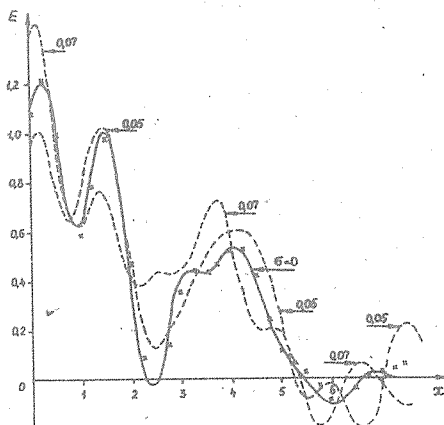
Если процедура окажется сходящейся, можно надеяться на увеличение разрешающей способности по сравнению с той, которая достигается непосредственно в эксперименте. Так, в нашем случае (рис. 2) этот метод итераций может "обнаружить" второй компонент даже при начальном модуле, измеренном до $\omega_{\text{гр}} = 0,5 - 1$.

В работе /4/ указана сходящаяся итерационная процедура восстановления оптического изображения по фазовой информации с помощью многократного применения ФП.

Полученные результаты приводят к предположению о том, что во фрагментах амплитудного распределения Фурье-образа содержится определенная информация обо всем исходном профиле. Вытекающие отсюда возможности аналогичны известным из голографии возможностям восстановления полного изображения объекта по фрагментам голограмм.

Для оценки влияния ошибок в измеренных значениях модуля $\Gamma(\omega)$ на вид восстанавливаемого профиля $E(x)$ мы использовали данные о космическом радиисточнике Р 0349-27 /5/. В измеренный модуль пространственного спектра этого источника при численном счете методом случайной выборки были введены ошибки со среднеквадратичными отклонениями $\sigma = 0,02; 0,05$ и $0,07$. Восстановленные при этих значениях σ профили изображены на рис. 3. Крестиками показаны значения $E(x)$ для $\sigma = 0,02$, близкие к соответствующим значениям при $\sigma = 0$.

Результаты расчетов свидетельствуют о достаточной устойчивости метода. Так, при 7%-ной ошибке в восстановленном профиле сохраняются все информационные детали, хотя относительные интенсивности отдельных компонентов несколько искажены.



Р и с. 3. Минимально-фазовые стрип-распределения для космического радиисточника Р 0349-27 при разных уровнях шумов

Таким образом, на основе проведенных исследований с учетом результатов работ /1-3/ мы полагаем, что минимально-фазовый метод может эффективно использоваться при восстановлении пространственной структуры космических радиоисточников по измеренному модулю их фурье-спектра.

Поступила в редакцию
27 января 1982 г.

Л и т е р а т у р а

1. И. Г. Косарев, И. Ф. Малов, В. А. Фролов, Препринт ФИАН № 90, М., 1980 г.
2. А. А. Гальченко и др., Краткие сообщения по физике ФИАН № 2, 8, (1982).
3. А. А. Гальченко и др., Краткие сообщения по физике ФИАН № 2, 24 (1982).
4. А. В. Опенхайм, Дж. С. Лим, ТИИЭР, 69, 39 (1981).
5. R. H. T. Bates, P. J. Napier, MNRAS, 158, 405 (1972).