Краткие сообщения по физике № 10 1982

НАРУШЕНИЕ ФОРМЫ МАКСВЕЛЛОВСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ В РЕЛАКСИРУЮЩЕМ ГАЗЕ

Т. Т. Карашева, Д. К. Оторбаев, В. Н. Очкин,
В. А. Рыков, С. Ю. Савинов, Н. Н. Соболев

УДК 537.525

С помощью численного решения кинетического уравнения Больцмана в приближении модели твердых шаров для газа в термостате при произвольных значениях соотношения масс сталкивающихся частиц и степени отклонения от равновесия показано, что в процессе релаксации первоначальное максвелловское распределение частиц по скоростям не сохраняется, отклонения от него могут быть значительными.

Задача о сохранении (или несохранении) формы максвелловского распределения по скоростям в релаксирующем газе представляет большой интерес при изучении кинетики неравновесных газовых систем /I/. В простейшем случае она формулируется следующим образом. Рассматривается бинарная смесь газов. Частицы первого газа характеризуются массой m, плотностью n и начальным максвелловским распределением по скоростям поступательного движения с температурой T_m, частицы второго – массой M, плотностью N и начальным максвелловским распределением по скоростям с температурой T_M. Пусть $N \gg n$, а $T_m > T_M$, т.е. частицы второго газа выполняют роль холодного термостата. С течением времени (при $t > 0$) будет происходить процесс поступательной релаксации "горячих" частиц, приводящий к выравниванию средних энергий частиц обоих сортов (при $t \to \infty$, $T_m \to T_M$). Необходимо определить поведение во времени функции распределения "горячих" молекул по скоростям поступательного движения.

При строгом подходе к решению такой задачи необходимо решить кинетическое уравнение Больцмана, которое в однородном изотропном случае в отсутствие внешних сил имеет вид /2/

$$\frac{\partial f(\vec{v},t)}{\partial t} = S[f(\vec{v},t),\ F(\vec{v},t)], \qquad (I)$$

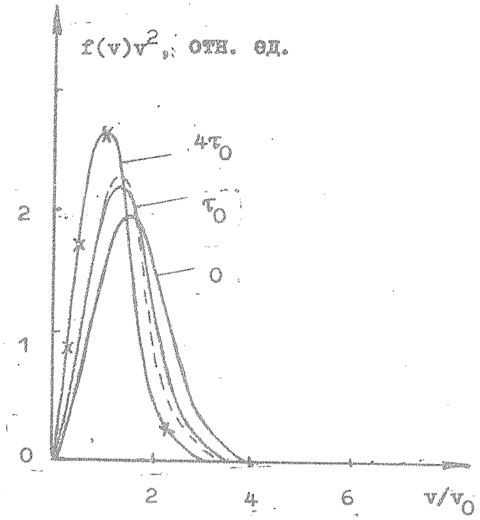
где $S[f(\vec{v},t),\ F(\vec{v},t)]$ – интеграл столкновений релаксирующих частиц (с функцией распределения по скоростям $f(\vec{v},t)$ и частиц буферного газа (с функцией распределения $F(\vec{v},t)$).

В настоящее время разработаны аналитические методы решения уравнения Больцмана для случаев релаксации газовых систем с сильно различающимися массами сталкивающихся партнеров, либо $m \ll M$, либо $m \gg M$, когда интеграл столкновений допускает запись в виде фоккер-планковских выражений (диффузионное приближение) /2-5/.

Так, в /3/ установлено, что в диффузионном приближении тяжелые частицы в процессе релаксации в легкой компоненте сохраняют максвелловскую форму функции распределения, если частицы моделируются твердыми шарами. Сохранение вида максвелловского распределения – каноническая инвариантность, как показано в /4/, справедливо в диффузионном приближении для любого закона межмолекулярного взаимодействия при релаксации тяжелого газа в легком.

В работе /5/ исследуется вопрос о сохранении максвелловской формы распределения в другом предельном случае – при релаксации легкого газа в тяжелом. При этом в диффузионном приближении показано, что для случая, когда сечение упругих столкновений обратно пропорционально скорости сталкивающихся частиц (максвелловский закон взаимодействия) вид распределений по скоростям легких частиц будет сохраняться максвелловским – меняется только температура распределения. Кроме этого, в /5/ проанализирован вопрос о распространении такого результата на случаи других законов взаимодействия частиц. Показано, что, в частности, при малых отклонениях от равновесия максвелловская форма распределения будет сохраняться при любом потенциале молекулярного взаимодействия. При больших отклонениях от равновесия сохранение максвелловского вида функций распределения становится априори не очевидным.

В настоящей работе было проведено точное численное решение кинетического уравнения Больцмана в приближении модели твердых шаров при любых m, M и T_m, T_M. Для нахождения $f(\vec{v},t)$ необходимо решить задачу Коши для уравнения (I) с начальным условием $f(\vec{v}, t = 0) = f_0(\vec{v})$, где $f_0(\vec{v})$ – начальная функция распределения "горячих" частиц. После сведения в общем случае пятикратных интегралов столкновений к двукратным /6,7/ был составлен численный алгоритм решения уравнения (I) на ЭВМ. Вычисление двукратных интегралов проводилось методом трапеций.



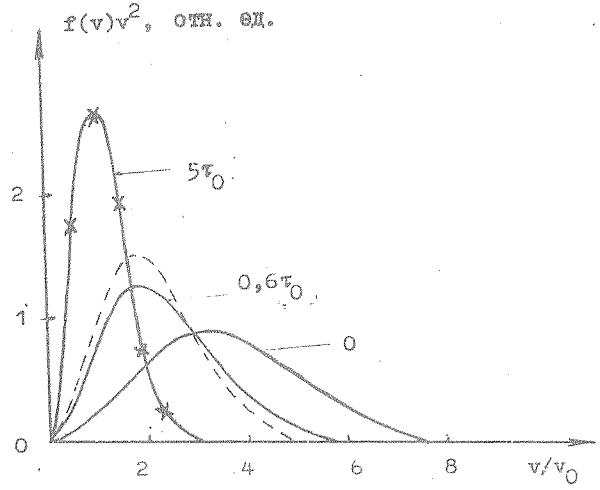
Р и с. I. Функции распределения по скоростям поступательного движения $\Phi(v,t) = f(v,t)v^2$ при $T_m = 2T_M$ и $m/M = 1$.

На рис. I и 2 представлены примеры функций распределения $\Phi(v,t) = f(v,t)v^2$, полученных для разных моментов времени при $m/M = 1$ и начальных температурах "горячих" частиц $T_m = 2T_M$ (рис. I) и $T_m = 10\ T_M$ (рис. 2). В качестве единицы времени использовано среднее время между последовательными столкновениями частиц в равновесии

$$\tau_0 = \left[2\sqrt{\pi} N \left(\frac{d + D}{2}\right)^2 \left(\frac{2kT_M}{m}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{M}{m}\right)^{1/2}\right]^{-1}, \qquad (2)$$

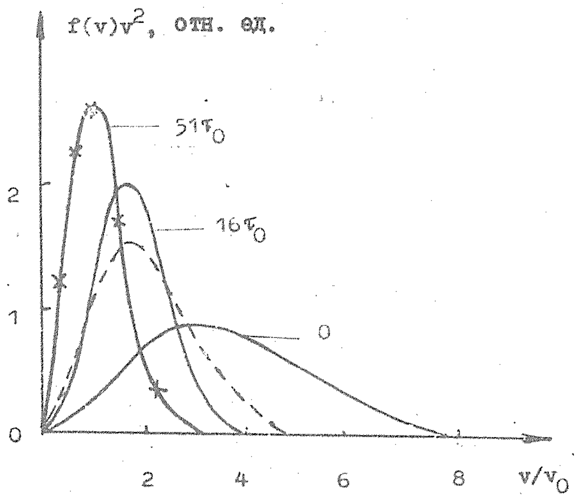
где d и D – газокинетические диаметры сталкивающихся частиц; в качестве единицы скорости взята наивероятнейшая скорость релаксирующих частиц при $T_m = T_M$, т.е. $v_0 = \left(\frac{2kT_M}{m}\right)^{1/2}$.

Штриховыми кривыми на рис. 1 и 2 показаны максвелловские функции распределения с теми же значениями наивероятнейших скоростей, что и вычисленные функции для моментов времени $t = \tau_0$ (рис. 1) и $t = 0{,}6\tau_0$ (рис. 2). На всех рисунках крестиками отмечено максвелловское распределение при $T_m = T_M$, все кривые нормированы на одну площадь. Видно, что вычисленные функции отличаются от максвелловских, причем, если для случая $T_m = 2T_M$ (рис. 1) это отличие мало, то при $T_m = 10T_M$ (рис. 2) оно



Р и с. 2. Функции распределения по скоростям поступательного движения $\Phi(v,t) = f(v,t)v^2$ при $T_m = 10T_M$ и $m/M = 1$ для разных моментов времени весьма значительно. Таким образом, указанные отличия тем больше, чем больше первоначальное отклонение. Следует также отметить, что в исследуемых случаях истинное распределение по скоростям по сравнению с максвелловским обогащено быстрыми частицами. Обращает на себя внимание еще одна особенность процесса поступательной релаксации. Так, несмотря на то, что отклонение от равновесия при $T_m = 10T_M$ существенно больше, чем при $T_m = 2T_M$, время, необходимое для практически полной релаксации системы, в обоих случаях почти одинаково.

На рис. 3 приведены примеры функций распределения $\Phi(v,t) = f(v,t)v^2$, соответствующих разным моментам времени при $m/M = 0,1$ (релаксация легкого газа в тяжелом) и начальной температуре $T_m = 10T_M$. На этом рисунке распределение, показанное штриховой линией, соответствует максвелловской функции распределения для того же значения наивероятнейшей энергии, что и кривая,



Р и с. 3. Функции распределения по скоростям поступательного движения $\Phi(v,t) = f(v,t)v^2$ при $T_m = 10T_M$ и $m/M = 0,1$ для разных моментов времени соответствующая моменту времени $t = 16\tau_0$. Так же, как и на предыдущих рисунках, истинное распределение отличается от максвелловского, однако здесь оно по сравнению с максвелловским обеднено быстрыми частицами. Из сопоставления рис. 2 и 3 следует, что при одном и том же первоначальном отклонении от равновесия время, необходимое для релаксации легкого газа в тяжелом, существенно больше времени, за которое происходит релаксация при $m/M = 1$.

Итак, можно сделать вывод, что при произвольных m/M и T_m/T_M в процессе поступательной релаксации форма начального максвелловского распределения, вообще говоря, не сохраняется, причем отличие истинного распределения от максвелловского может быть достаточно большим. В зависимости от соотношения масс m/M наблюдаемое распределение либо обогащено, либо обеднено быстрыми частицами. Эти особенности поступательной релаксации необходимо принимать во внимание при анализе кинетических процессов в газах и плазме, всякий раз тщательно анализировать при расчете коэффициентов переноса в неравновесных средах. Все результаты в данной рабсте были получены в приближении модели твердых шаров. Хотя эта модель достаточно грубая, теоретический анализ физических процессов с ее использованием представляется нам важным и полезным, поскольку модель твердых шаров наиболее часто используется в практических расчетах.

Поступила в редакцию
22 марта 1982 г.
После переработки
27 августа 1982 г.

Литература

1. Б. Ф. Гордиец, А. И. Осипов, Л. А. Шелепин, Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры, "Наука", М., 1980 г.
2. С. Чемпен, Т. Каулинг, Математическая теория неоднородных газов, ИЛ, М., 1960 г.
3. K. Andersen, K. E. Shuler, J. Chem. Phys., 40, 633 (1964).
4. М. Н. Сафарян, Е. В. Ступоченко, ПМТФ, № 7, 29 (1964).
5. А. И. Осипов, Вестник МГУ, сер. 3, № 1, 13 (1961).
6. В. А. Рыков, ПММ, 31, 756 (1967).
7. Т. Т. Карашева и др., Препринт ФИАН № 192, М., 1981 г.