

УДК 533.951

РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОПОЛЯРИЗОВАННОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ В ПЛАЗМЕ (1D-ГЕОМЕТРИЯ)

А. В. Боровский, А. Л. Галкин, О. Б. Ширяев

Проведен строгий линейный анализ неустойчивости плоскополяризованной электромагнитной волны релятивистской интенсивности в 1D-геометрии. Показано, что такая неустойчивость в области релятивистских интенсивностей приводит к комбинационному рассеянию (КР) на плазмонах вперед и назад. При этом центр линии рассеяния для отдельной гармоники КР формируется с учетом эффекта отдачи электронов при рассеянии электромагнитной волны. Далекие крылья линии усиления обусловлены генерацией ленгмюровских шумов. Форма линии и скважность пиков зависят от интенсивности опорной волны.

В последние годы усиливается интерес к вопросам электродинамики мощных электромагнитных (ЭМ) импульсов в веществе [1 – 5], что связано с успешным развитием лазерных пико- и фемтотехнологий [6]. Значительные усилия направлены на исследование проблемы рассеяния лазерного излучения релятивистской интенсивности в веществе [7 – 13].

Ниже рассмотрим рассеяние распространяющегося излучения, обусловленное нелинейными токами свободных электронов. Данный тип рассеяния преобладает при полной ионизации вещества. Релятивистские интенсивности излучения $I > I_r = m_e \omega^2 c^3 / (4\pi e^2) = 2,75 \cdot 10^{18} (\lambda[\text{мкм}])^{-2} \text{ Вт/см}^2$, при которых проявляется эффект утяжеления электронов при их движении в электромагнитном поле, достигаются на лазерных установках, генерирующих мощные ультракороткие (фемто- или пикосекундные) импульсы [6]. На переднем фронте импульса вещество ионизуется, и основная часть излучения распространяется в плазмоподобной среде с нарушенной электронейтральностью,

поскольку на электроны действует значительная ponderomotorная сила со стороны ЭМ поля. Ионы при распространении ультракоротких импульсов можно считать неподвижными.

В литературе, посвященной лазерной физике высоких интенсивностей, чаще рассматриваются вопросы теоретического описания рассеяния циркулярно поляризованной ЭМ волны в плазме [7, 8, 12, 13]. Однако большинство экспериментов по фокусировке мощных пико- или фемтосекундных лазерных импульсов в вещество проводится с плоскополяризованным (линейно поляризованным) излучением. Поэтому построение теории рассеяния для плоскополяризованной волны в релятивистских условиях представляет несомненный интерес.

Ряд аспектов рассеяния плоскополяризованной монохроматической ЭМ волны высокой интенсивности в холодной плазме отражен в работе [11]. Однако плоскополяризованные волны в плазме не являются монохроматическими [14]. Исходная квазимонохроматическая лазерная волна, создав плазму передним фронтом и взаимодействуя с ней основной частью, трансформируется в специфическое образование – ЭМ волну в плазме. Последней соответствуют частные решения системы уравнений Максвелла и релятивистской гидродинамики электронов, которые существуют в виде немонахроматических волн с различной поляризацией, в том числе линейной. Именно эти решения естественно рассматривать в качестве опорных при описании процессов рассеяния.

Целью данной работы является построение теории одномерного рассеяния плоскополяризованной (немонахроматической) релятивистски-интенсивной ЭМ волны в холодной плазме.

Основные уравнения. Следуя работе Ахиезера и Половина [15], распространение интенсивных ультракоротких лазерных импульсов в плазме описывают в рамках следующей системы уравнений:

$$\square \mathbf{A} = \nabla \varphi_t + n \gamma^{-1} (\mathbf{A} + \nabla \psi), \quad \Delta \varphi = n - 1, \quad (\nabla, \mathbf{A}) = 0, \quad (1)$$

$$\psi_t = \varphi - \gamma, \quad \gamma = (1 + |\mathbf{A} + \nabla \psi|^2)^{1/2}. \quad (2)$$

Здесь \mathbf{A} и φ – векторный и скалярный потенциалы ЭМ поля, ψ – потенциал обобщенного импульса электронов, n – плотность электронов. Уравнения (1) – уравнения Максвелла в кулоновской калибровке. Уравнение релятивистской гидродинамики для электронов в ЭМ поле в отсутствие генерации электронных вихрей сводится к (2), где γ – релятивистский массовый множитель. Нижний индекс t означает частную производную по времени.

Выше \mathbf{A} и φ нормированы на mc^2/e , n – на невозмущенное значение электронной плотности, потенциальная составляющая импульса электронной жидкости $\mathbf{p} \equiv \nabla\psi$ – на mc , время – на ω_{p0}^{-1} , где ω_{p0} – невозмущенное значение плазменной частоты, а пространственные координаты – на c/ω_{p0} .

Применив оператор дивергенции к волновому уравнению (1), приходим к уравнению неразрывности

$$n_t + (\nabla, n\gamma^{-1}(\mathbf{A} + \nabla\psi)) = 0, \quad (3)$$

которое можно использовать вместо одного из уравнений (1) – (2).

Исходная система уравнений удовлетворяет законам сохранения для вещества и поля (см., например, [5]).

Плоские электромагнитные волны. Рассмотрим частные решения (1) – (2) в виде нелинейных плоских волн произвольной интенсивности

$$\mathbf{A}(\xi) = \mathbf{e}_1 A^1(\xi) + \mathbf{e}_2 A^2(\xi), \quad \varphi(\xi), \quad \psi(\xi), \quad n(\xi), \quad (4)$$

распространяющихся вдоль оси \mathbf{e}_3 ортогональной системы координат \mathbf{e}_i , $i = 1, 2, 3$. Здесь $\xi = x_3 - qt$ – сопутствующая переменная, q – фазовая скорость волны, $q = (1 + \epsilon^2)$, ϵ – малый числовой параметр.

Уравнения (1) – (2) сводятся для функций (4) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений [1]

$$\epsilon^2 \partial_{\xi\xi}^2 \mathbf{A} + F(\mathbf{A}, \varphi, \epsilon) \mathbf{A} = 0, \quad \epsilon^2 \partial_{\xi\xi}^2 \varphi + F(\mathbf{A}, \varphi, \epsilon) \varphi - 1 = 0, \quad (5)$$

с нелинейностью $F(\mathbf{A}, \varphi, \epsilon) = \{(1 + \epsilon^2)/[\varphi^2 + \epsilon^2(1 + |\mathbf{A}|^2)]\}^{1/2}$. В выражении $F(\mathbf{A}, \varphi, \epsilon)$ учтены релятивистская и стрикционная нелинейности, а также взаимодействие распространяющихся плазменных и ЭМ волн.

Решения системы уравнений (5) назовем волнами Ахиезера–Половина (АП). Согласно [14] плоскополяризованную волну АП произвольной интенсивности в плазме можно интерпретировать как поток фотонов с волновыми векторами $k_0 \pm mk_p$ и частотами $\omega_0 \pm m\omega_p$ ($m = 0, 1, 2, \dots$), сдвинутыми относительно несущей на величины, кратные плазменной. Сама же плазменная частота изменена по сравнению со своим значением в невозмущенной плазме, $\omega_p \neq \omega_{p0}$. Поток фотонов для отдельной гармоники пропорционален квадрату модуля соответствующего коэффициента в разложении Фурье для векторного потенциала, см. ниже (9).

Уравнения одномерного рассеяния плоскополяризованной волны. Выберем в качестве опорного решения произвольную плоскополяризованную волну АП (см. рис. 1 в [14]). Это точное численное решение системы (5), которое обозначено функциями (4). Снабдим их нижним индексом "0". Рассмотрим на фоне опорной волны малые возмущения

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \delta\mathbf{A}, \varphi = \varphi_0 + \delta\varphi, n = n_0 + \delta n, \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \delta\mathbf{p}. \quad (6)$$

Здесь $\mathbf{p}_0 = \nabla\psi_0$, $\delta\mathbf{p} = \nabla\delta\psi$. Система линеаризованных уравнений для возмущений имеет вид

$$\begin{aligned} \square \delta\mathbf{A} &= \partial_t \nabla \delta\varphi + n_0 \gamma_0^{-1} (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p}) + \gamma_0^{-1} (\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) \delta n - n_0 \gamma_0^{-3} (\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) ((\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0), (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p})), \\ (\nabla, \delta\mathbf{A}) &= 0, \Delta \delta\varphi = \delta n, \partial_t \delta\mathbf{p} = \nabla [\delta\varphi - \gamma_0^{-1} ((\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0), (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p}))], \\ \partial_t \delta n + \nabla [n_0 \gamma_0^{-1} (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p}) + \gamma_0^{-1} (\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) \delta n - n_0 \gamma_0^{-3} (\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0) ((\mathbf{A}_0 + \mathbf{p}_0), (\delta\mathbf{A} + \delta\mathbf{p}))]. \end{aligned} \quad (7)$$

Введем следующие обозначения для функций, фигурирующих в (7):

$$f^1(\xi) = n_0(\xi) \gamma_0^{-1}(\xi), f^2(\xi) = A_0^1(\xi) \gamma_0^{-1}(\xi), f^3(\xi) = (\partial_\xi \psi_0) \gamma_0^{-1}(\xi), \quad (8)$$

где $p_0 \equiv \partial_\xi \psi_0$, n_0 и γ_0 выражаются через $A_0^1(\xi)$ и $\varphi(\xi)$ [14]. Функции f^j являются периодическими и разлагаются в ряды Фурье по периоду скалярного потенциала

$$f^j(\xi) = \sum_m f_m^j \exp(imk_p \xi). \quad (9)$$

Подставив (9) в (7) и применив преобразование Фурье по пространственной координате ξ , для одномерной задачи получим систему уравнений

$$\begin{aligned} [-\chi^2 - (\partial_\tau + iq\chi)^2] \delta A_0^1 &= \sum_{j=1}^4 \sum_m a_m^j \delta U_{-m}^j, \quad [-\chi^2 - (\partial_\tau + iq\chi)^2] \delta A_0^2 = \sum_{j=1}^4 \sum_m b_m^j \delta U_{-m}^j, \\ (\partial_\tau + iq\chi) \delta \psi_0 &= \sum_{j=1}^4 \sum_m c_m^j \delta U_{-m}^j, \quad (\partial_\tau + iq\chi) \delta n_0 = \sum_{j=1}^4 \sum_m d_m^j \delta U_{-m}^j, \end{aligned} \quad (10)$$

где $\delta U_m^j = \{\delta A_m^1, \delta A_m^2, \delta \psi_m, \delta n_m\}$, верхний индекс $j = 1, 2, \dots, 4$ нумерует Фурье-образы неизвестных четырех функций, а индекс $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty$ относится к пространственной Фурье-гармонике каждой функции.

Коэффициенты в (10) описываются соотношениями

$$\begin{aligned}
 a_m^1 &= f_m^1 - \sum_n f_n^4 f_{m-n}^2, \quad a_m^2 = 0, \quad a_m^3 = i \sum_n (\chi - mk_p) f_n^4 f_{m-n}^3, \quad a_m^4 = f_m^2, \\
 b_m^1 &= 0, \quad b_m^2 = f_m^1, \quad b_m^3 = b_m^4 = 0, \\
 c_m^1 &= -f_m^2, \quad c_m^2 = 0, \quad c_m^3 = i(\chi - mk_p) f_m^3, \quad c^4 = -k_\xi^{-2} \delta_{m0}, \\
 d_m^1 &= -i \sum_n \chi f_n^5 f_{m-n}^2, \quad d_m^2 = 0, \quad d_m^3 = \chi(\chi - mk_p)(f_m^1 - \sum_n f_n^5 f_{m-n}^3), \quad d_m^4 = i\chi f_m^3, \\
 f_m^4 &= \sum_n f_n^1 f_{m-n}^2, \quad f_m^5 = \sum_n f_n^1 f_{m-n}^3.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Умножая систему уравнений для возмущений (7) на $\exp(imk_p \xi)$ и применяя операцию преобразования Фурье, получим бесконечную систему зацепляющихся уравнений для величин δU_m^j с произвольными номерами гармоник.

Нелинейные периодические функции $f^j(\xi)$, входящие в систему линеаризованных уравнений (7), определены с точностью до сдвига ξ_0 системы координат. Так как выбор ξ_0 является случайным, либо уравнения (10), либо результат их решения (линейное рассмотрение) следует усреднить по сдвигу ξ_0 в пределах периода в силу периодичности опорной волны.

Введение сдвига ξ_0 приводит к умножению Фурье-коэффициентов функций f^j на экспоненциальные множители

$$f^j(\xi + \xi_0) = \sum_m f_m^j \exp(imk_p(\xi + \xi_0)) = \sum_m (f_m^j \exp(imk_p \xi_0)) \exp(imk_p \xi). \tag{12}$$

В системе зацепляющихся уравнений (10) коэффициент с номером m умножается на $\exp(imk_p \xi_0)$. Однако, так как неизвестные функции, на которые умножаются соответствующие коэффициенты, также зависят от ξ_0 , непосредственно усреднить уравнения (10) не представляется возможным. В данной работе реализован подход, основанный на численном усреднении по ξ_0 конечных решений системы уравнений (10).

Распространение возмущений. Система уравнений (10) – (11) распадается на два независимых блока для функций $(\delta A^1, \delta \psi, \delta n)$ и δA^2 . Расчеты показывают, что инкременты нарастания ЭМ возмущений, поляризованных перпендикулярно вектору поляризации и волновому вектору опорной волны, на несколько порядков величины меньше по сравнению с инкрементами для возмущений, поляризованных в направлении вектора поляризации опорной волны. Рассмотрим распространение последних.

Для анализа задачи выбраны опорные решения со значениями средней интенсивности, лежащими в диапазоне $\langle I \rangle \simeq 0,1 - 60$, которые получались варьированием начальных значений для волны АП.

Для определения инкремента методом QR-алгоритма [16] решалась задача на собственные значения для системы зацепляющихся обыкновенных дифференциальных уравнений, которые были представлены в виде $dY/dt = \mathbf{B}Y$. В общем случае матрица \mathbf{B} бесконечномерная и состоит из горизонтальных ленточных матриц, содержащих по 4 строки и бесконечное число столбцов. Ленточная матрица нулевого порядка заполняется в соответствии с формулами (10) – (11). Ленточные матрицы порядка $\pm m$ получаются путем замены коэффициентов в ленточной матрице нулевого порядка вида $\chi \Rightarrow \chi \pm mk_p$ и ее соответствующего сдвига вдоль главной диагонали. Ленточная матрица нулевого порядка определяется коэффициентами Фурье периодических функций $f^i(\xi)$. Коэффициенты Фурье последних для анализируемых опорных решений АП сосредоточены в интервале $-M < m < M$, где $M \simeq 35$. Поэтому число столбцов в ленточной матрице с отличными от нуля коэффициентами составляет по порядку величины $4(2M+1) \simeq 300$. Для проведения конкретных вычислений бесконечномерную матрицу \mathbf{B} следует аппроксимировать квадратной матрицей конечного ранга. Приведенные выше оценки показывают, что ранг последней не следует выбирать меньше 300.

На рис. 1 представлен расчет инкремента G (без усреднения, для $\xi_0 = 0$) с использованием квадратной матрицы рангом $R = 4(2j+1) = 604$. Число учитываемых гармоник в χ -пространстве при этом составляет $2j+1 = 151$.

Функция $G(\chi)$ симметрична. Расчеты показывают наличие обширного краевого эффекта, который захватывает по 40 гармоник для положительных и отрицательных значений χ . Интерес представляет центральная часть $G(\chi)$, которая представляет собой периодическую последовательность линий с периодом k_p . С увеличением ранга матрицы центральная (периодическая) часть $G(\chi)$ расширяется, захватывая все большее число гармоник.

На рис. 2 представлены расчеты нескольких линий с учетом усреднения по ξ_0 . Расстояние между соседними линиями уменьшается с ростом интенсивности опорной волны.

Отметим, что третье уравнение (7) порождает особенности инкремента в Фурье-пространстве в точках $\chi = \pm mk_p$. Эти особенности интегрируемы, поэтому возможно корректное определение контура и интегральной ширины линии. Причинами появления особенностей являются использование кулоновской калибровки векторного потенциала

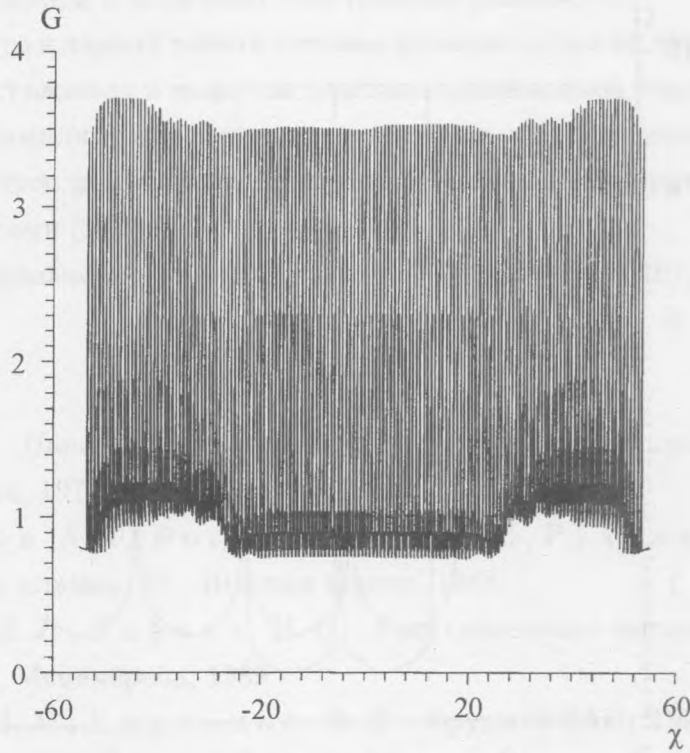


Рис. 1. Инкременты G неустойчивости линейно поляризованной плоской волны Аттезера-Половина как функция продольной компоненты χ волнового вектора при начальных условиях $\partial_\xi A(0) = 5$, $\varphi(0) = 2$, $\partial_\xi \varphi(0) = -1$ и интенсивности 51,5 без усреднения по ξ_0 для матрицы \mathbf{B} с рангом $R = 604$.

или приближения гидродинамики холодной плазмы. Рассмотрение этого вопроса требует проведения дополнительных теоретических исследований.

В работе проводился расчет собственных векторов задачи, что позволяет разобраться с природой возмущений для различных областей спектра. Вблизи максимума линии происходит генерация возмущений δA , $\delta \psi$ и δn , что означает возникновение рассеянной волны и ленгмюровских шумов. При некотором смещении от центра линии преобладает генерация δA и $\delta \psi$. Здесь мы имеем дело с гидродинамическим аналогом релятивистского комптоновского рассеяния фотонов опорной волны на движущихся электронах. На крыльях линии также происходит генерация возмущений δA , $\delta \psi$ и δn , что соответствует взаимодействию с плазмонами. Для плазмонов в модели холодной плазмы величина χ может быть любой, поэтому значение инкремента на далеких крыльях линии слабо

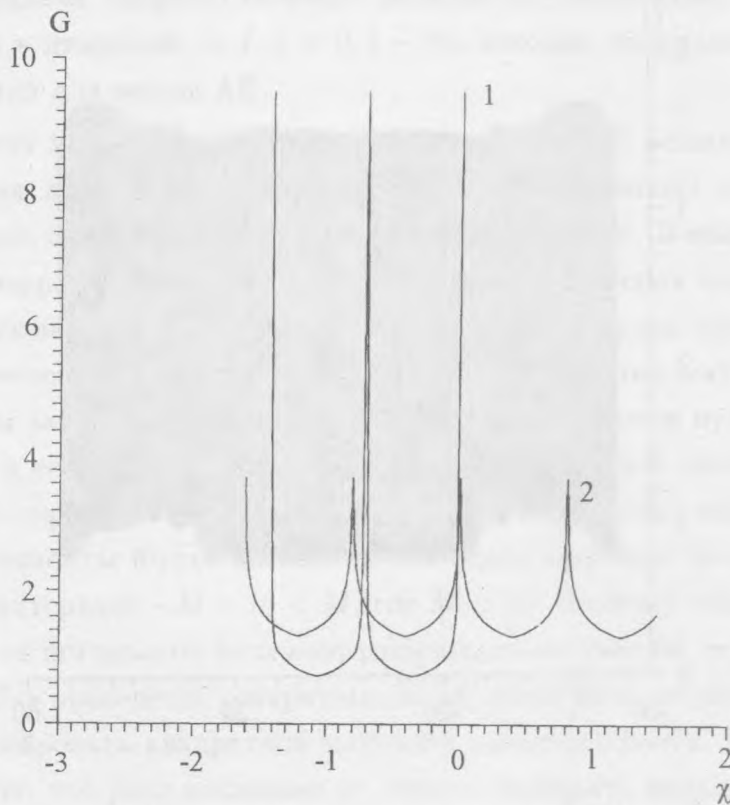


Рис. 2. Инкременты G неустойчивости линейно поляризованных плоских волн Агнезера-Половина как функция продольной компоненты χ волнового вектора при начальных условиях $\partial_{\xi} A(0) = 5$, $\varphi(0) = 2$, $\partial_{\xi} \varphi(0) = -1$ и интенсивностях $\langle I \rangle = 3,82(1)$, $51,5(2)$, усредненные по ξ_0 для $R = 412$.

зависит от χ (белый шум).

Таким образом, плоскополяризованная немонохроматическая волна неустойчива в релятивистском диапазоне интенсивностей. Спектр рассеяния вперед и назад в χ -пространстве состоит из периодического набора линий, представляющих собой гармоники ВКР, сдвинутые относительно друг друга на величины, кратные k_p . На форму отдельной линии влияет релятивистский гидродинамический аналог комптоновского рассеяния фотонов на электронах, движущихся в поле опорной волны со скоростями, близкими к скорости света. Крылья линии обусловлены генерацией ленгмюровских шумов распространяющейся опорной волной.

Экспериментальное определение скважности линий инкремента и их ширин, например, при рассеянии излучения назад, в принципе может позволить сделать оценки ин-

тенсивности опорной волны и величины электронной плотности.

Отметим также, что в данной работе впервые проведен строгий линейный анализ неустойчивости распространения в веществе плоскополяризованной немонахроматической волны произвольной амплитуды. Этот анализ основан на применении нового метода определения инкрементов решений системы дифференциальных уравнений с периодическими коэффициентами [13].

Работа частично финансировалась из грантов РФФИ 96-02-16401, 96-02-18264.

Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] С и л и н В. П. Параметрическое воздействие излучения большой мощности на плазму. М., Наука, 1973.
- [2] А л е к с а н д р о в А. Ф., Б о г д а н к е в и ч Л. С., Р у х а д з е А. А. Основы электродинамики плазмы. М., Высшая школа, 1988.
- [3] Ц и н ц а д з е Н. Л., Ц х а к а я Д. Д. Релятивистские нелинейные эффекты в плазме. Тбилиси, Мецниереба, 1989.
- [4] Г о р б у н о в В. М., К и р с а н о в В. И. Труды ФИАН, **219**, 3 (1992).
- [5] Б о р о в с к и й А. В., Г а л к и н А. Л. Лазерная физика. ИздАТ, Москва, 1996.
- [6] B o r i s o v A. V., V o g o v s k i y A. V., K o r o b k i n V. V., et al. Phys. Rev. Lett., **68**, 2309 (1992).
- [7] К и р с а н о в В. И., С а х а р о в А. С. Физика плазмы, **21**, N 7, 623 (1995).
- [8] К и р с а н о в В. И., С а х а р о в А. С. Физика плазмы, **21**, N 7, 632 (1995).
- [9] Q u e s n e l V. et al. Phys. Rev. Lett., **78**, 2132 (1997).
- [10] Q u e s n e l V. et al. Phys. Plasmas, **4** (9), 3358 (1997).
- [11] S a k h a r o v A. S. and K i r s a n o v V. I. Phys. Plasmas, **4**, 3382 (1997).
- [12] Б о р о в с к и й А. В., Г а л к и н А. Л., К о р о б к и н В. В., Ш и р я е в О. Б. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 2, 13 (1998).
- [13] Б о р о в с к и й А. В., Г а л к и н А. Л., К о р о б к и н В. В., Ш и р я е в О. Б. ЖЭТФ, **113**, 2034 (1998).
- [14] Б о р о в с к и й А. В., Г а л к и н А. Л., Ш и р я е в О. Б. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 5, 33 (1998).

- [15] А х и е з е р А. И., П о л о в и н Р. В. ЖЭТФ, **30**, 915 (1956).
[16] Г а л к и н А. Л. Дис. на соискание уч. степ. доктора физ.-мат. наук. Москва, 1997.

Институт общей физики РАН

Поступила в редакцию 8 июля 1998 г.