Краткие сообщения по физике № 1 1981

К ТЕОРИИ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НЕОДНОРОДНОЙ ПЛАЗМЫ

В. П. Силин, В. Т. Тихончук

УДК 533.9

Найдено спектральное и пространственное распределение энергии электронных ленгмюровских волн в одномерно неоднородной плазме в условиях одномерной турбулентности.

Теория турбулентности пространственно неоднородной плазмы привлекает к себе внимание из-за необходимости понимания возможных проявлений неравновесных свойств плазмы в целом ряде практически интересных условий. В нашем рассмотрении речь пойдет о неизотермической плазме ($T_e \gg T_i$), когда главным нелинейным процессом перекачки по спектру энергии флуктуаций является распад электронной ленгмюровской волны на ленгмюровскую и ионнозвуковую ($l \to l + s$). Ось x ориентируем вдоль направления неоднородности, считая, что с ростом x плотность плазмы монотонно убывает. Ниже мы сосредоточим свое внимание на такой модели, в которой возбуждающая турбулентность плазменная неустойчивость генерирует ленгмюровские волны, распространяющиеся преимущественно вдоль той же оси x.

В рассматриваемых нами условиях ленгмюровскую турбулентность удобно описывать с помощью кинетического уравнения (см., например, /I,2/)

$$\frac{d}{dt} N^{\sigma}(\omega,x,t) = \frac{\partial}{\partial t} N^{\sigma} + \sigma v_l(\omega,x) \frac{\partial N^{\sigma}}{\partial x} = \mathrm{St}\,[N]$$

для спектральной плотности плазмонов (числа квантов) $N^{\sigma}(\omega,x,t)$. Здесь ω – частота электронной ленгмюровской волны, индекс $\sigma = \pm 1$ позволяет различать волны, распространяющиеся соответственно в положительном ($\sigma = +1$) и отрицательном ($\sigma = -1$) направлениях оси x, $v_l = |\partial k_x/\partial\omega|^{-1}$ – абсолютная величина групповой скорости волн, зависящая от координат благодаря соответствующей зависимости волнового вектора $k_x(\omega,x) = \left[(3v_T^2)^{-1}(\omega^2 - \omega_{Le}^2(x))\right]^{1/2}$, где $\omega_{Le}(x)$ – электронная ленгмюровская частота, а v_T – тепловая скорость электронов.

Интересуясь стационарными спектрами турбулентности, ограничимся далее пределом слабых кулоновских столкновений, когда длина пробега ленгмюровских волн l_l велика по сравнению с масштабом L изменения плотности плазмы, а длина пробега звуковых волн l_s мала: $l_s \ll L \ll l_l$. Тогда, согласно /2/, распределение звуковых флуктуаций подстраивается под распределение ленгмюровских волн, для которых имеем:

$$\sigma \frac{\partial N^\sigma(\omega,x)}{\partial x} =$$

$$= \frac{\Gamma}{v_l(\omega,x)} N^\sigma(\omega,x)\left[N^{-\sigma}(\omega + \omega_s(\omega,x),x) - N^{-\sigma}(\omega - \omega_s(\omega,x),x)\right]. \quad (\mathrm{I})$$

Здесь $\Gamma = \omega_{Li}\omega_{Le}/24 n_e \varkappa T_e r_D$ – постоянная нелинейного взаимодействия, $\omega_s(\omega,x) = 2k_x(\omega,x)v_s = \left[(4/3)(m_e/m_i)(\omega^2 - \omega_{Le}^2(x))\right]^{1/2}$ определяет изменение частоты ленгмюровской волны при ее распаде, $\omega_{Li} = (m_e/m_i)^{1/2}\omega_{Le}$, $r_D = v_T/\omega_{Le}$.

В условиях, когда, например, спектральная ширина $\Delta\omega$ области возбуждения плазменных волн благодаря первичной неустойчивости велика по сравнению с ω_s, уравнение (I) может быть записано в дифференциальном приближении

$$\sigma \frac{\partial N^\sigma(\omega,x)}{\partial x} = \frac{4}{3}\frac{\omega_{Li}}{v_T}\Gamma N^\sigma(\omega,x)\frac{\partial N^{-\sigma}(\omega,x)}{\partial\omega}. \quad (2)$$

Из уравнения (2) следует, что возможно распределение ленгмюровских флуктуаций, не зависящее от ω и x. В то же время такое постоянное распределение может быть различным для различных σ, а кроме того, и различным в различных областях (x,ω).

Обсуждению таких кусочно-постоянных распределений посвящено настоящее сообщение. При этом проблема реализации таких распределений сводится к удовлетворению граничных условий, которые связаны со следующими физическими явлениями. Во-первых, на линии поворота ленгмюровских волн $k_x(\omega,x) = 0$ выполняется равенство чисел приходящих ($\sigma = -1$) и уходящих ($\sigma = +1$) квантов

$$N^-(\omega_{Le}(x),x) = N^+(\omega_{Le}(x),x). \tag{3}$$

Во-вторых, в области сравнительно разреженной плазмы $k_x(\omega,x)$ достигает большого значения $k_L \leqslant r_D^{-1}$, когда, благодаря затуханию Ландау, ленгмюровская волна сильно поглощается. Из-за резкого роста затухания Ландау будем считать, что при $k_x < k_L$ затухание отсутствует, а при $k_x > k_L$ волн нет. Тогда уравнение $\omega_a(x) = \omega_{Le}(x) + (3/2)k_L^2 v_T^2/\omega_{Le}^{-1}(x)$ определяет границу поглощения ленгмюровских волн. В этой связи естественно считать, что из области поглощения не приходят ленгмюровские волны, то есть на границе поглощения:

$$N^-(\omega_a(x),x) = 0. \tag{4}$$

Для плазмы с распределением, слабо отличающимся от максвелловского, $k_L r_D \simeq 0,25 \div 0,3$. Поэтому $\omega_a(x) \simeq 1,2\omega_{Le}(x)$. Линия поворота волн и граница поглощения определяют полосу на плоскости (x,ω), внутри которой следует использовать решения уравнения (2) (см. рис. I). Внутри этой же полосы локализована область первичной неустойчивости, возбуждающей ленгмюровские волны. Например, для параметрического распада $(t \to l + s)$ возбуждение ленгмюровских волн происходит на линии

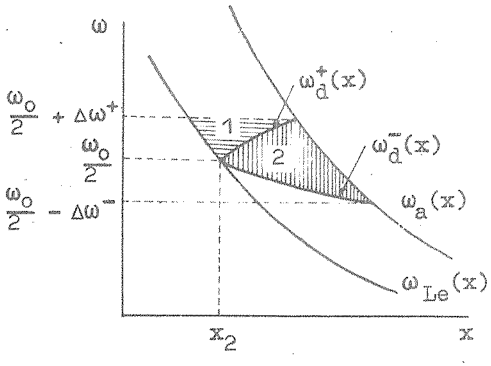
$$\omega_d(x) = \omega_o \left\{ 1 + \frac{\omega_{Li}^2}{3\omega_{Le}^2} - \frac{\omega_{Li}}{\omega_{Le}} \sqrt{\frac{2}{3}\,\frac{\omega_o - \omega_{Le}(x)}{\omega_o} + \frac{\omega_{Li}^2}{9\omega_{Le}^2}} \right\} \simeq \tag{5}$$
$$\simeq \omega_o \left[1 - \sqrt{\frac{m_e}{m_i}\,\frac{x - x_1}{L_1}} \right],$$

где ω_o – частота накачки, L_1 – масштаб неоднородности плотности в окрестности распадной точки x_1 ($\omega_{Le}(x_1) = \omega_o$). В случае двухплазмонной параметрической неустойчивости возбуждение происходит на двух линиях:

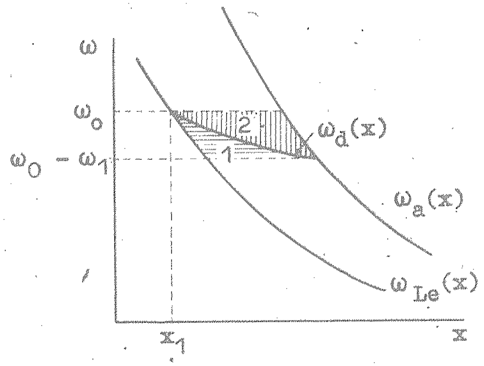
$$\omega_d^{\pm}(x) = \frac{\omega_o}{2}\left(1 \pm \sqrt{\frac{3}{8}}\,\frac{v_T}{c}\sqrt{1 - \frac{2\omega_{Le}(x)}{\omega_o} - \frac{9}{8}\frac{v_T^2}{c^2}}\right) \approx \tag{6}$$

$$\approx \frac{\omega_o}{2}\left(1 \pm \frac{v_T}{c}\sqrt{\frac{x - x_2}{L_2}}\right),$$

исходящих из точки x_2. Здесь c – скорость света, а L_2 – характерный масштаб неоднородности плотности вблизи точки x_2 ($\omega_{Le}(x_2) = \omega_o/2$). Распадные линии (6), (5) изображены на рис. I и 2 соответственно.



Р и с. I. Область турбулентности для двухплазмонной параметрической неустойчивости: $\omega_{Le}(x)$ – линия поворота ленгмюровских волн, $\omega_a(x)$ – граница черенковского поглощения, $\omega_d^{\pm}(x)$ – линии параметрического возбуждения ленгмюровских волн, в области I $N^+ = N^- = Q_{21}$, в области 2 $N^+ = Q_{21}$.



Р и с. 2. Область турбулентности для ионно-звуковой параметрической неустойчивости. Обозначения те же, что на рис. I

На линиях $\omega_d(x)$ следует задать граничные условия возбуждения ленгмюровских волн внешними источниками:

$$N^{\pm}(\omega_d(x) + 0, x) - N^{\pm}(\omega_d(x) - 0, x) = \pm\, Q^{\pm}(x). \qquad (7)$$

В простейшем случае конвективного возбуждения $Q^{\pm}(x) = N_T \exp \varkappa^{\pm}(x)$, где $\varkappa^{\pm}(x)$ – коэффициенты усиления волн, а N_T – тепловой уровень флуктуаций.

Не зависящие от x и ω решения (2) удовлетворяют граничным условиям (3) и (4). В то же время удовлетворение граничному условию (7) возможно при не зависящих от x значениях скачков $Q^{\pm}$. Последнее легко реализуется в случае двухплазмонной неустойчивости (см. /3/), когда возбуждение ленгмюровских волн происходит на линиях $\omega_d^{\pm}$ (6). При этом на линии $\omega_d^{+}(x)$ $Q^{+} = 0$ и $Q^{-} = Q_{21} = \mathrm{const}$, а на линии $\omega_d^{-}(x)$, $Q^{-} = 0$, $Q^{+} = Q_{21}$. Тогда, обозначая $(\omega_o/2) \pm \Delta\omega^{\pm}$ частоты при пересечении линий $\omega_a(x)$ и $\omega_d^{\pm}(x)$, легко видеть, что благодаря раскачке на линии $\omega_d^{+}(x)$ возникает $N^{-} = Q_{21}$, а за счет отражения от точки поворота и

$N^+ = Q_{21}$, так что

$$N^-(\omega,x) = Q_{21} \quad \text{при} \quad (\omega_o/2) + \Delta\omega^+ > \omega > \omega_{Le}(x),\ \omega_d^+(x),$$

а благодаря условию отражения (3) имеем

$$N^+(\omega,x) = Q_{21} \quad \text{при} \quad \omega_o/2 + \Delta\omega^+ > \omega > \omega_o/2.$$

Кроме того, при $\omega_o/2 > \omega > (\omega_o/2) - \Delta\omega^-$ возбуждаются волны N^+ на линии $\omega_d^-(x)$, так что

$$N^+(\omega,x) = Q_{21} \quad \text{при} \quad \omega_o/2 > \omega > \omega_d^-(x).$$

На рис. I вертикальной штриховкой обозначена область наличия плазмонов N^+, а горизонтальной – область наличия плазмонов N^+ и N^-, бегущих и вправо и влево. Важным свойством полученного распределения является его анизотропия, обусловленная пространственной неоднородностью плазмы.

Другой пример постояннного скачка (7) может реализоваться в случае параметрической распадной неустойчивости $t \to l + s$ вблизи критической плотности плазмы. Однако, в отличие от двухплазмонного распада, постоянство скачка возможно лишь при достаточно большом превышении порога, когда нелинейные процессы, проявляющиеся в полосе усиления, приводят к тому, что напряженность поля вторичных волн оказывается равной напряженности поля накачки /4/. Другое отличие от двухплазмонного распада заключается в том, что исходящие из линии генерации вторичные волны распространяются в обе стороны. В результате в области, заштрихованной на рис. 2 вертикальной штриховкой ω_o, $\omega_a(x) > \omega > \omega_d(x)$, возникает распределение $N^+(\omega,x) = 2Q_1$, $N^-(\omega,x) = 0$, а в области $\omega_d(x) > \omega > \omega_{Le}(x)$, $\omega_o - \omega_1$, заштрихованной на рис.2 горизонтальной штриховкой, $N^+(\omega,x) = N^-(\omega,x) = Q_1$, где $\omega_o - \omega_1$, определяется пересечением кривых $\omega_a(x)$ и $\omega_d(x)$ (5). Подобно двухплазмонному распаду возникло пространственно анизотропное распределение. В то же время необходимо подчеркнуть, что хотя мы и использовали не зависящие от x и ω решения уравнения (2), результирующие распределения, иллюстрируемые рис. I и 2, являются в целом пространственно неоднородными, что обусловлено зависимостью от координаты x линии $\omega_d(x)$ (в случае рис. 2) и линий $\omega_d^{\pm}(x)$ (в случае рис. I) генерации ленгмюровских волн.

Заметим в заключение, что распределение, изображенное на рис. 2, может быть источником плазменной турбулентности при $\omega<\omega_0-\omega_1$.

Поступила в редакцию
4 ноября 1980 г.

Литература

1. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, Труды ФИАН, 61, 42 (1972).
2. В. П. Силин, В. Т. Тихончук, ЖТФ, 50, 336 (1980).
3. В. П. Силин, Краткие сообщения по физике ФИАН № 10, 35 (1979).
4. В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Phys. Lett., 78A, 246 (1980).