Краткие сообщения по физике № 5 1981

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ БУНЕМАНОВСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

М. В. Кузелев, А. А. Рухадзе, Д. С. Филиппычев

УДК 533.537

Методом неполного численного интегрирования исследована нелинейная динамика одномерной бунемановской неустойчивости плазмы с током в сильном продольном магнитном поле.

Простейшей системой, в которой проявляется апериодическая бунемановская неустойчивость, является безграничная замагниченная плазма, электроны которой движутся вдоль внешнего магнитного поля (ось oz) относительно ионов со скоростью $u \ll c$. В такой системе неустойчивость развивается только для возмущений с волновыми числами, удовлетворяющими условию /I/

$$|k_z| < \frac{\omega_{Le}}{u}\left(1 + 3\nu^{1/3}/2 + O(\nu^{2/3})\right), \tag{I}$$

где

$$\nu = \omega_{Li}^2/\omega_{Le}^2 \ll 1, \tag{2}$$

причем максимум инкремента $\mathrm{Im}\,\omega = (\sqrt{3}/2)\omega_{Le}(\nu/2)^{1/3}$ достигается при $|k_z| = \omega_{Le}/u$. Здесь ω_{Le} и ω_{Li} – ленгмюровские частоты электронов и ионов соответственно.

В дальнейшем будем исследовать режим наиболее интенсивного развития бунемановской неустойчивости. Поэтому считаем, что при $t = 0$ в плазме создано монохроматическое возмущение

$$E = E_0 \cos(\omega_{Le} z/u). \tag{3}$$

При таком начальном условии во все последующие моменты времени поле может быть представлено в виде:

$$E = \sum_{s=1}^{\infty}\left[E_{1s}(t)\cos(s\omega_{Le}z/u) + E_{2s}(t)\sin(s\omega_{Le}z/u)\right]. \qquad (4)$$

Это выражение учитывает возможность нелинейной генерации кратных гармоник поля (3).

При получении уравнений для функций $E_s(t) = E_{1s}(t) + iE_{2s}(t)$ используем наличие малого параметра (2). Механизмом насыщения бунемановской неустойчивости является захват полем (4) заряженных частиц, электронов либо ионов. Оценивая амплитуду поля по захвату /2/, нетрудно убедиться, что при $\nu \ll 1$ насыщение неустойчивости определяется захватом электронов, а ионы при этом могут быть описаны в рамках линейного приближения.

Подставляя далее (4) в уравнение Пуассона и используя линеаризованные уравнения движения ионов и уравнение Власова для электронов, получим слудующую систему нелинейных интегродифференциональных уравнений для функций $E_s(t)$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial\tau^2} + \nu\right)\varepsilon_s(\tau) = -\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} dy_0\left[\frac{d\xi(\tau,y_0)}{d\tau} + is\xi^2(\tau,y_0)\right]e^{isy(\tau,y_0)},$$

$$\frac{dy}{d\tau} = \xi, \quad \frac{d\xi}{d\tau} = \mathrm{Re}\sum_s \varepsilon_s e^{-isy}, \quad s = 1,2,3\ldots \qquad (5)$$

Здесь введены следующие безразмерные переменные

$$\xi = \frac{v}{u}, \quad y = \frac{\omega_{Le}z}{u}, \quad \tau = \omega_{Le}t, \quad \varepsilon_s = \frac{eE_s}{mu\omega_{Le}}, \qquad (6)$$

где v – скорость электрона в момент t. При получении уравнений (5) использованы теорема Лиувилля о сохранении фазового объема и постоянство функции распределения на фазовых траекториях. При этом считалось, что в начальный момент распределение электронов по скоростям является моноэнергетическим.

Система (5) дополняется следующими начальными условиями

$$\varepsilon_s\Big|_{\tau=0} = \begin{cases} \varepsilon_0, & s = 1, \\ 0, & s \neq 1, \end{cases} \qquad \frac{d\varepsilon_s}{d\tau}\Big|_{\tau=0} = 0,$$

$$\xi\Big|_{\tau=0} = 1, \quad y\Big|_{\tau=0} = y_0 \in [0,\ 2\pi]. \tag{7}$$

Рассматриваемая начальная задача характеризуется законом сохранения энергии, который с точностью до ионного вклада имеет вид

$$1 + \frac{\varepsilon_0^2}{2} = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \xi^2(\tau, y_0)\,dy_0 + \frac{1}{2}\sum_s |\varepsilon_s(\tau)|^2. \tag{8}$$

В процессе численного счета соотношение (8) выполнялось с точностью до процентов, что является надежной гарантией достоверности полученных результатов.

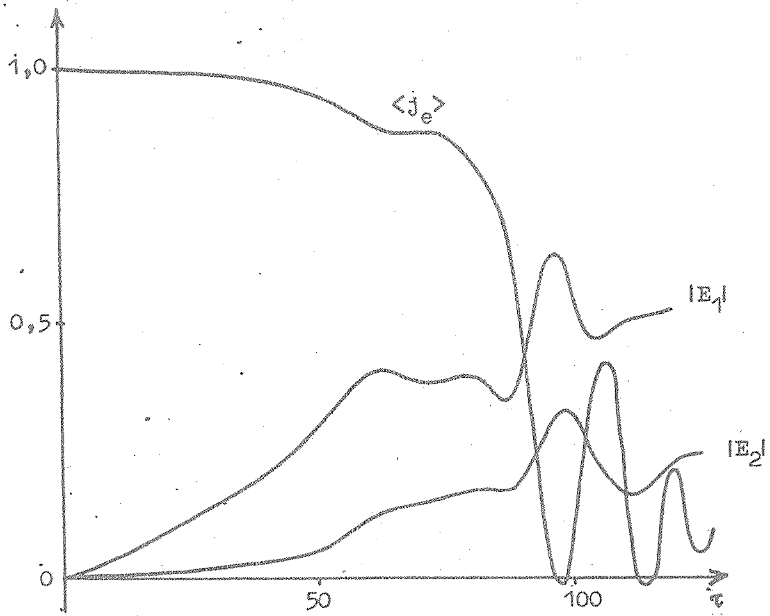
Важной характеристикой процесса является постоянная составляющая электронного тока в плазме, определяемая следующим выражением

$$\langle J_e \rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \xi(\tau, y_0)\,dy_0. \tag{9}$$

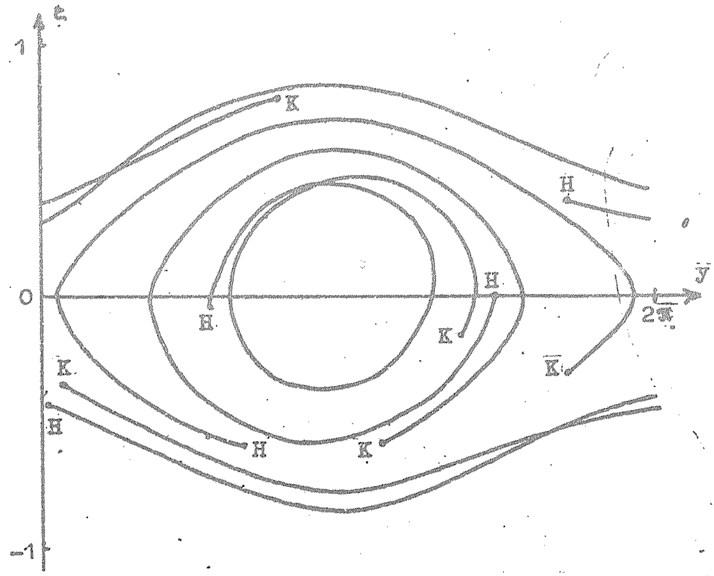
Рассмотрим теперь результаты численного решения задачи (5)-(7). Расчет проводился для водородной плазмы, т.е. $\vartheta = 5{,}44617\cdot 10^{-4}$, с учетом генерации гармоник вплоть до двенадцатой, т.е. $s \leqslant 12$ при $\varepsilon_0 = 0{,}01$. Бралось 400 частиц на длину волны основной ($s = 1$) гармоники. При этом на длину волны даже двенадцатой гармоники приходилось более 30 частиц, что обеспечивало необходимую точность вычислений /3/. Отношение амплитуды двенадцатой гармоники к амплитуде первой в процессе счета не превышало 10^{-2}. Увеличение числа гармоник, конечно, при соответствующем увеличении числа частиц, не приводило к существенному изменению результатов.

Результаты расчета представлены на рис. I и 2. На рис. I изображены как функции времени τ амплитуды первой и второй гармоник, а также $\langle j_e \rangle$. Отметим следующие закономерности. На начальном этапе развития неустойчивости средний ток меняется слабо, вторая и высшие гармоники еще не существенны, амплитуда первой гармоники растет экспоненциально в соответствии с линейной теорией. На последующем этапе происходит значительное увеличение амплитуд высших гармоник, особенно второй, и резкий, по сравнению с обратным линейным инкрементом, срыв тока в плазме. После этого амплитуды гармоник поля уже меняются слабо, а остаточный средний ток претерпевает близкие к регулярным осцилляции на очень малом уровне.

На рис. 2 изображены фазовые траектории некоторых характерных электронов (двух пролетных и трех захваченных) на ста-



Р и с. I. Зависимость электронного тока в плазме и амплитуд первой и второй гармоник поля от времени дии насыщения неустойчивости. Буквой "Н" отмечено начало траектории (τ = 133,1), а буквой "К" ее конец (τ = 144,5).



Р и с. 2. Фазовые траектории некоторых электронов на развитой стадии неустойчивости

Полученные результаты находятся в хорошем качественном согласии с результатами многих экспериментальных исследований неустойчивости Бунемана /4/, что еще раз подтверждает законность применения метода неполного численного моделирования (аналитического описания ионов) к решению данной проблемы.

Поступила в редакцию
30 января 1981 г.

Л и т е р а т у р а

I. В. Л. Гинзбург, А. А. Рухадзе, Волны в магнитоактивной плазме. М., "Наука", I975 г., § I0.
2. А. И. Ковтун, А. А. Рухадзе, ЖЭТФ, 58, № 5, I709 (I970).
3. А. А. Иванов, Физика сильнонеравновесной плазмы. М., Атомиздат , I977 г., § I.I8.
4. А. М. Стефановский, Ядерный синтез, 5, № 2, 2I5 (I965).