Краткие сообщения по физике № 11 1981

О ЗАРЯДОВОЙ ЧЕТНОСТИ ГЛЮОНОВ

С. П. Баранов, А. А. Комар

УДК 530.145.1

Показано, что зарядовая четность глюона зависит от его цветного индекса и возможны четыре различных варианта выбора зарядовых четностей глюонов, совместимых с С-инвариантностью хромодинамического лагранжиана.

Хотя глюоны квантовой хромодинамики – частицы, во многом аналогичные фотонам обычной электродинамики, приписать им всем, подобно фотонам, отрицательную зарядовую четность оказывается невозможным. Это сразу же следует из наличия в хромодинамическом лагранжиане члена, связывающего три глюонные поля G^a_μ:

$$L^{КХД}_{(3)} = -\frac{1}{2} : g f^{abc} (\partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu) G^b_\mu G^c_\nu : \qquad (I)$$

Здесь g – хромодинамическая константа, f^{abc} – структурные коэффициенты группы $SU(3)$

$$a, b, c = (1 \ldots 8).$$

При отрицательной С-четности глюонов такой член в лагранжиане приводил бы к нарушению С-инвариантности сильных взаимодействий в противоречии с экспериментом. Невозможен выбор и положительной С-четности для всех глюонов, так как в этом случае были бы запрещены адронные распады С-нечетных кварковых систем и также возникали бы трудности с поведением при зарядовом отражении другого члена лагранжиана – члена взаимодействия кварков с глюонами. Единственная возможность получить правильное поведение хромодинамического лагранжиана при С-сопряжении – допустить, что C-четность глюона зависит от его цветного индекса и для разных глюонов различна.

Проследим, каким образом указанное допущение подтверждается последовательным рассмотрением условий соблюдения C-инвариантности хромодинамического лагранжиана. Полный хромодинамический лагранжиан записывается в виде:

$$L^{КХД} = -\frac{1}{2} : \sum_{i=1}^{N_F} \bar{\psi}^i (\gamma_\mu \overleftrightarrow{\partial}_\mu + m_i)\psi^i : + \frac{1}{2} ig : \sum_{i=1}^{N_F} \bar{\psi}^i \gamma_\mu \lambda^a \psi^i G^a_\mu : -$$

$$- \frac{1}{4} : (\bar{G}^a_{\mu\nu} \bar{G}^a_{\mu\nu}) : - \frac{1}{2} gf^{abc} : \bar{G}^a_{\mu\nu} G^b_\mu G^c_\nu : - \frac{1}{4} g^2 f^{abc} f^{ars} : \tag{2}$$

$$: G^b_\mu G^c_\nu G^r_\mu G^s_\nu : .$$

Здесь ψ^i – поля кварков, λ^a – матрицы Гелл-Манна, $\bar{G}^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu$.

Мы предполагаем обобщить операцию зарядового сопряжения (с учетом цветных степеней свободы кварков и глюонов) таким образом, чтобы приведенный лагранжиан удовлетворял требованию C-инвариантности. Пусть U_C – унитарный оператор, преобразующий вектора состояний при зарядовом сопряжении. Определим

$$(G^a_\mu)^c = U_C G^a_\mu U_C^{-1} = \eta(a) G^a_\mu$$

$$(\psi^i)^c = U_C \psi^i U_C^{-1} = C\bar{\psi}^i ,$$

$$(\bar{\psi}^i)^c = U_C \bar{\psi}^i U_C^{-1} = C^{-1} \psi^i .$$

(Очевидно $\eta(a)^2 = 1$). Предположим, что матрица C имеет не только дираковские, но и цветные индексы, причем

$$C = C_D \otimes C_{Col} .$$

Требование $(L^{КХД})^c = L^{КХД}$ приводит к следующим условиям для C и $\eta(a)$:

$$\mathrm{I}\quad (C^{-1})^T\gamma_\mu C = \gamma_\mu^T,$$

$$\mathrm{II}\quad (C^{-1})^T C = -I, \tag{4}$$

$$\mathrm{III}\quad \eta(a)(C^{-1})^T\gamma_\mu\lambda^a C = -\gamma_\mu^T(\lambda^a)^T,$$

$$\mathrm{IV}\quad \eta(a)\eta(b)\eta(c) = 1$$

для тех значений a, b, c, для которых $f^{abc} \neq 0$. Последний член лагранжиана (2) автоматически C-инвариантен, если IУ выполнено. Поскольку, как хорошо известно /I/, C_D удовлетворяет следующим условиям:

$$(C_D^{-1})^T\gamma_\mu C_D = \gamma_\mu^T, \tag{5}$$

$$(C_D^{-1})^T C_D = -I,$$

то для C_{Col} из (4) I и II имеем: $(C_{Col}^{-1})^T C_{Col} = I$, или

$$C_{Col}^T = C_{Col}. \tag{6}$$

Обратим также внимание на то, что очевидное требование $((\psi^i)^c)^c = \psi^i$ или эквивалентное ему требование $\overline{(\psi^i)^c} = (\bar{\psi}^i)^c$ приводит к условию

$$C^+\gamma_4 C^T\gamma_4 = I. \tag{7}$$

Поскольку для C_D имеем /I/

$$C_D^+\gamma_4 C_D^T\gamma_4 = I, \tag{8}$$

то из (7) следует $C_{Col}^+ C_{Col}^T = I$, или в силу (6)

$$C_{Col}^+ C_{Col} = I, \tag{9}$$

т.е. матрица C_{Col} унитарна. С учетом (5) имеем из (4) III основное условие для определения C_{Col}

$$\eta(a)(C_{Col}^{-1})^T\lambda^a C_{Col} = -(\lambda^a)^T,$$

или

$$\lambda^a C_{Col} = -\eta(a)(\lambda^a C_{Col})^T. \tag{I0}$$

Неизвестную 3х3 матрицу C_{Col} будем искать в виде разложения по базису λ^a, I, вообще говоря, с комплексными коэффициентами, так как эрмитовость C_{Col} заранее не гарантирована. (Индекс у C_{Col} в дальнейшем будет опускаться.) Итак:

$$C = c_0 I + c_1\lambda^1 + \ldots + c_8\lambda^8\sqrt{3}, \tag{II}$$

где при λ^8 для удобства введен множитель $\sqrt{3}$. В явном виде

$$C = \begin{pmatrix} c_0+c_3+c_8 & c_1-ic_2 & c_4-ic_5 \\ c_1+ic_2 & c_0-c_3+c_8 & c_6-ic_7 \\ c_4+ic_5 & c_6+ic_7 & c_0-2c_8 \end{pmatrix}. \tag{II'}$$

Из условия $C^T = C$ сразу следует $c_2 = c_5 = c_7 = 0$. Подстановка (II) в (I0) дает для $a = 1$

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_0-c_3+c_8 & c_6 \\ c_0+c_3+c_8 & c_1 & c_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = -\eta(1)\begin{pmatrix} c_1 & c_0+c_3+c_8 & 0 \\ c_0-c_3+c_8 & c_1 & 0 \\ c_6 & c_4 & 0 \end{pmatrix},$$

т.е. $c_4 = c_6 = 0$.

Аналогично для $a = 4$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & c_0-2c_8 \\ 0 & 0 & 0 \\ c_0+c_3+c_8 & c_1 & 0 \end{pmatrix} = -\eta(4)\begin{pmatrix} 0 & 0 & c_0+c_3+c_8 \\ 0 & 0 & c_1 \\ c_0-2c_8 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

т.е. $c_1 = 0$.

Итак, матрица C диагональна и имеет вид:

$$\begin{pmatrix} c_0+c_3+c_8 & 0 & 0 \\ 0 & c_0-c_3+c_8 & 0 \\ 0 & 0 & c_0-2c_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{pmatrix}, \tag{I2}$$

где мы ввели новые обозначения для диагональных элементов. Очевидно, что в силу условия унитарности (9)

$$|r_1| = |r_2| = |r_3| = 1.$$

Последовательное использование условия (I0) для а = I,...8 дает следующие соотношения:

$$r_2 = -\eta(1)r_1, \; r_1 = -\eta(3)r_1, \; r_3 = -\eta(4)r_1, \; r_3 = -\eta(6)r_2,$$
$$r_2 = \eta(2)r_1, \; r_1 = -\eta(8)r_1, \; r_3 = \eta(5)r_1, \; r_3 = \eta(7)r_2, \qquad (I3)$$

из которых следует

$$\eta(3) = \eta(8) = -1, \; \eta(1) = -\eta(2), \; \eta(4) = -\eta(5),$$
$$\eta(6) = -\eta(7). \qquad (I4)$$

Для выбора возможных значений $\eta(a)$ учтем, что они связаны соотношением (4)IУ. Напомним, что значения f^{abc} отличны от нуля для следующих троек чисел (abc):

(123), (345), (367), (458), (678), (147), (156), (246), (257). (I5)

В силу (I4) для первых пяти троек чисел (abc) в (I5) условия (4)IУ выполнены автоматически при любом выборе $\eta(1)$, $\eta(4)$, $\eta(6)$. Выполнение (4)IУ для оставшихся троек чисел требует согласования значений $\eta(6)$ с выбором значений $\eta(1)$ и $\eta(4)$. В результате возможны четыре набора значений $\eta(a)$, отвечающие различным сочетаниям значений $\eta(1) = \pm 1$ и $\eta(4) = \pm 1$ и удовлетворяющие (4)IУ:

a	I	2	3	4	5	6	7	8
$\eta^{I}(a)$	+I	−I	−I	+I	−I	−I	+I	−I
$\eta^{II}(a)$	+I	−I	−I	−I	+I	+I	−I	−I
$\eta^{III}(a)$	−I	+I	−I	+I	−I	+I	−I	−I
$\eta^{IV}(a)$	−I	+I	−I	−I	+I	−I	+I	−I

Этим наборам соответствуют следующие выражения для матриц C:

$$C^{I} = r_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad C^{II} = r_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C^{III} = r_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$C^{IV} = r_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где, воспользовавшись произволом в фазе, можно положить $r_1 = 1$. Таким образом показано, что C–четность глюона определенным образом зависит от его цветного индекса. При этом очевидно, что бесцветная комбинация из двух глюонов ($G^a_\mu G^a_\mu$) всегда сохраняет C–четность (C–четна). Бесцветная же комбинация из трех глюонов может быть как C–четна ($f^{abc} \bar{G}^a_{\mu\nu} G^b_\mu G^c_\nu$), так и C–нечетна ($d^{abc} \bar{G}^a_{\mu\nu} G^b_\mu G^c_\nu$). Это легко проверяется с помощью таблицы I, если учесть, что d^{abc} отличны от нуля для следующих троек чисел (abc):

(II8), (228), (338), (448), (558), (668), (778), (888)
(I46), (I57), (247), (256), (344), (355), (366), (377).

Таким образом, возможен переход в три глюона как C–нечетных, так и C–четных кварковых состояний. То, что переход C–четных кварковых состояний в три глюона не противоречит зарядовой инвариантности, было отмечено в работе Барбиери и др. /2/.

Авторы благодарят Л. В. Филькова за интерес к работе.

Поступила в редакцию
I7 июня I98I г.

Литература

I. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. М., "Наука", I976 г., § I3.

2. R. Barbieri et al., Phys. Lett., 60B, 183 (1976).