Краткие сообщения по физике № 12 1981

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ПРАВИЛА ОТБОРА ДЛЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МЕЖДУ ФОТОНАМИ В СРЕДЕ И В ВАКУУМЕ

В. де ла Инсера ж), Э. Феррер ж), А. Е. Шабад

УДК 535.5I3.I, 533.9.02

Установлены запреты, которые накладывает Р-четность на взаимопревращения фотонов некоторых поляризаций, и рассмотрены следствия этих запретов для взаимодействия волн.

I. Мы рассматриваем n-фотонные вершины $\pi^{(n)}_{\mu\ldots\nu}(k^{(1)},\ldots k^{(n)})$, которые являются тензорами ранга n в пространстве Минковского ($\mu, \ldots \nu = 0, 1, 2, 3$), построенными с помощью 4-импульсов налетающих и вылетающих фотонов (общим числом n) $k^{(1)}_\mu, \ldots k^{(n)}_\mu$, а также, в случае изотропной среды, с участием /I/ ее 4-скорости $u_\mu (u^2 = 1)$. В однородной среде имеем закон сохранения $\sum\limits_{i=1}^{n} k^{(i)}_\mu = 0$, оставляющий независимыми n - 1 импульсов. Калибровочная инвариантность приводит /I/ к n условиям поперечности $\pi^{(n)}_{\mu\ldots\nu} k^{(1)}_\mu = \ldots = \pi^{(n)}_{\mu\ldots\nu} k^{(n)}_\nu = 0$.

Ортогональный базис в подпространстве, ортогональном к $k^{(1)}_\mu$, в изотропной среде при n = 3 может быть образован векторами

$$a^{(1)}_\mu = (uk^{(1)})k^{(1)}_\mu - (k^{(1)})^2 u_\mu, \tag{I}$$

$$b^{(1)}_\mu = u_\mu\{(uk^{(2)})(k^{(1)})^2 - (uk^{(1)})(k^{(1)}k^{(2)})\} + \tag{2}$$
$$+ k^{(1)}_\mu\{(k^{(1)}k^{(2)}) - (uk^{(2)})(uk^{(1)})\} + k^{(2)}_\mu\{(uk^{(1)})^2 - (k^{(1)})^2\},$$

ж) Институт фундаментальных технических исследований, г. Гавана, Куба.

$$d_\mu^{(1)} = \varepsilon_{\mu\nu\lambda\varkappa} u_\nu k_\lambda^{(2)} k_\varkappa^{(1)}, \qquad (3)$$

где $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\varkappa}$ – единичный антисимметричный псевдотензор, а скобки означают скалярное произведение. Других независимых поперечных векторов построить не из чего. Базисы в подпространствах, ортогональных соответственно к $k_\mu^{(2)}$ и $k_\mu^{(3)}$, получаются из (I), (2), (3) заменами $k_\mu^{(1)} \leftrightarrow k_\mu^{(2)}$ и $k_\mu^{(1)} \leftrightarrow k_\mu^{(3)}$. Тензор $\pi^{(3)}_{\mu\nu\lambda}(k^{(1)}, k^{(2)}, -(k^{(1)}+k^{(2)}))$ мог бы быть линейной комбинацией 27 произведений векторов $f_\mu^{(i)} f_\nu^{(j)} f_\lambda^{(k)}$, где $f_\mu^{(1,2,3)} = a_\mu, b_\mu, d_\mu$. Среди них однако имеется только I4 таких, в которые псевдовектор d_μ входит четное число (т.е. два или ноль) раз. Только эти I4 допустимы сохранением четности. Отсюда и возникают правила отбора.

Примем, что в удаленной области взаимодействие между фотонами выключено. Тогда ин- и аут-фотоны можно задать как нормальные волны в линейной среде. Она описывается поляризационным оператором, имеющим представление, эквивалентное указанному в /I/:

$$\pi^{(2)}_{\mu\nu}(k, -k) = (b_\mu b_\nu / b^2 + d_\mu d_\nu / d^2) A + a_\mu a_\nu B / a^2. \qquad (4)$$

Здесь b_μ и d_μ – любые базисные векторы в подпространстве, ортогональном к a_μ и k_μ, $(bd) = 0$. Векторы a_μ, b_μ и d_μ являются собственными для матрицы (4) с собственными значениями соответственно B, A и A (имеется вырождение) и поэтому задают /2/ 4-поляризации нормальных волн с законами дисперсии, определяемыми соответственно из уравнений $k^2 = B(k^2, (uk))$, $k^2 = A(k^2, (uk))$. Для описания правил отбора удобно в (4) в качестве b_μ и d_μ взять (2) и (3). При таком выборе произвол в определении состояний асимптотического фотона, связанный с вырождением, фиксируется с помощью импульса другого фотона.

Назовем плоскость, содержащую пространственные импульсы фотонов $\vec{k}^{(1)}, \vec{k}^{(2)}, \vec{k}^{(3)} = -(\vec{k}^{(1)} + \vec{k}^{(2)})$, плоскостью реакции. Ограничимся случаем, когда и $\vec{u}$ лежит в ней (сюда относится случай покоя $\vec{u} = 0$). Можно убедиться, что электрическое поле в волнах с 4-поляризациями (I), (2) лежит в плоскости реакции, а в волне (3) ей ортогонально. Поскольку в каждый член разложения трехфотонной вершины d_μ входит четно, имеем правило отбора: из трех фотонов, участвующих в реакции (слияния или расщепления), два или ни одного поляризованы ортогонально плоскости реакции. В среде с произвольно направленной скоростью геометрия тех же правил отбора сложнее.

При $n>3$ в среде мы имеем в общем случае по крайней мере еще один независимый вектор $k^{(3)}_\mu$, псевдовектор можно не использовать, правил отбора не возникает. Это же относится к вакууму, когда $n>4$. При $n = 4$ в вакууме (рассеяние света на свете) $k^{(3)}_\mu$ используется вместо отсутствующего u_μ. Возникающие правила отбора просто формулируются для частного случая, когда 3-импульсы всех фотонов компланарны: среди четырех фотонов, подчиненных условию $k^2 = 0$, имеется четное число (или ноль) поляризованных ортогонально к плоскости реакции.

Рассмотрим классический нелинейный процесс, когда две нормальные волны заданной амплитуды A(I) и A(2), взаимодействуя между собой, порождают в бесконечно удаленной области третью волну A(3). Это возможно, если волновые векторы и частоты трех волн удовлетворяют условиям согласования $k^{(3)}_\mu + p_1 k^{(1)}_\mu + p_2 k^{(2)}_\mu = 0$, причем каждый вектор $k^{(1,2,3)}_\mu$ подчинен уравнению $k^2 = B$ или $k^2 = A$ (в зависимости от поляризации соответствующей волны). Удовлетворить условиям согласования можно (в лучшем случае) при заданных целых числах p_1, p_2. Решая для A(3) нелинейные уравнения поля, в которых $\pi^{(n)}_{\mu\ldots\nu}$ служат ядрами, по теории возмущений с использованием A(I) + A(2) в качестве невозмущенного решения, нетрудно убедиться, что A(3) в асимптотической области может быть построено как сумма диаграмм, в которых фотон с импульсом k_3 связан через n-фотонную вершину $\Gamma^{(n)}_{\mu\ldots\nu}$ с полями A(I) и A(2) посредством соответственно l_1 и l_2 фотонных линий ($l_1 + l_2 + 1 = n$). Важно, что в суммировании диаграмм участвуют только такие l_1, l_2, четность которых совпадает, соответственно, с четностью фиксированных чисел p_1, p_2, так как p_1, p_2 являются разностями, а l_1, l_2 – суммами чисел фотонов, взятых и отданных волнам A(1), A(2).

Вершины $\Gamma^{(n)}_{\mu\ldots\nu}$ построены, вообще говоря, как однофотонно-приводимые диаграммы из $\pi^{(k)}_{\mu\ldots\nu}$ с $k \leq n$. В рассматриваемом случае они содержат только два независимых 4-импульса $k_\mu^{(1)}, k_\mu^{(2)}$, и поэтому использование псевдовекторов при их построении необходимо. Таким образом, среди n фотонов имеется обязательно четное число поляризованных ортогонально плоскости реакции. С учетом того, что все $l_1(l_2)$ фотонов поляризованы одинаково (как волна A(I) (A(2)), отсюда возникают правила отбора для рассматриваемого трехволнового процесса. Если p_1 и p_2 нечетны, то среди трех волн две или ни одной поляризованы перпендикулярно плоскости реакции. Если p_1 четно, а p_2 нечетно, то при любой поляризации волны A(I) волны A(2) и A(3) поляризованы обе либо в плоскости реакции, либо ортогонально ей. Если p_1 и p_2 оба четны, то волна A(3) поляризована в плоскости реакции независимо от поляризаций волн A(I), A(2).

Рассмотрим теперь процесс умножения частоты, к которому предыдущий процесс может быть сведен отбрасыванием волны A(2): $l_2 = p_2 = 0$. Этот процесс обслуживается вершинами $\Gamma^{(n)}_{\mu\ldots\nu}$, в которых все 4-импульса коллинеарны. Можно установить, что в таком случае в n-фотонной вершине участвует одновременно (не)четное, если n (не)четно, число фотонов, поляризованных (в покоящейся среде) продольно 3-импульсу $\vec{k}$, в то время как остальные фотоны поляризованы в плоскости, ортогональной к $\vec{k}$. Если p_1 четно, то волна A(3) продольна, независимо от поляризации волны A(I). Сюда относится частный случай удвоения частоты $p_1 = 2$: волна с удвоенной частотой всегда продольна. Если p_1 нечетно, то волны A(I) и A(3) обе продольны или обе поперечны. Сюда относится случай утроения частоты $p_1 = 3$. Продольная волна A(I) преобразуется в продольную же волну A(3) с утроенной частотой, а поперечная - в поперечную.

Описанные результаты чувствительны к отклонению от однородности и изотропности среды (в частности, за счет внешнего поля) и к нарушению в ней четности за счет слабых взаимодействий и могли бы служить для индикации этого нарушения.

Поступила в редакцию
24 июня 1981 г.

Литература

I. Е. С. Фрадкин, Труды ФИАН, 29, 7 (I965).
2. И. А. Баталин, А. Е. Шабад, ЖЭТФ, 60, вып. 3, 894 (I97I).