

УДК 537.872.32

## ПОЛУЧЕНИЕ ВОЛН С ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ ПРИ ПОМОЩИ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Б. М. Болотовский, А. В. Серов

*Рассматривается переходное излучение, возникающее при последовательном пересечении зарядом двух решеток. Решетки сделаны из параллельных металлических проволочек. Плоскости решеток параллельны друг другу и перпендикулярны направлению движения заряда. Проводники одной из решеток перпендикулярны проводникам другой решетки. Показано, что возникающее при этом переходное излучение имеет эллиптическую поляризацию, причем степень эллиптичности и направление вращения зависят от расстояния между решетками и от скорости заряда.*

Известно, что переходное излучение имеет линейную поляризацию. Этот факт был установлен в первой работе В. Л. Гинзбурга и И. М. Франка [1]. В большинстве последующих работ [2, 3], где рассматривались разные варианты переходного излучения, также оказывалось, что переходное излучение имеет линейную поляризацию (исключения составляют задачи о переходном излучении при наличии гиротропной среды, см., например, [4]). В настоящей работе рассматривается возможность получить излучение, поляризованное по кругу в результате двух последовательных актов переходного излучения, в каждом из которых излучаются линейно поляризованные волны.

Рассмотрим плоскую дифракционную решетку, расположенную в плоскости  $xy$  (рис. 1). Решетка состоит из металлических проволочек, параллельных оси  $x$ . Расстояние между проволочками будем считать малым по сравнению с длиной излучаемой волны. Такую решетку можно считать проводящей плоскостью, у которой

проводимость в направлении оси  $x$  равна бесконечности, а проводимость в направлении оси  $y$  равна нулю. Заряженная частица, двигаясь по нормали к плоскости решетки (по оси  $z$ ), пересекает решетку. При этом возникает переходное излучение. Это излучение можно рассматривать как излучение токов, наведенных на решетке пролетающим зарядом. Поскольку все проводники решетки параллельны оси  $x$ , то и возбужденные токи также направлены параллельно оси  $x$ . Следовательно и векторный потенциал, описывающий излучение наведенных токов, параллелен оси  $x$ . Отметим, что задача о переходном излучении на такой решетке была рассмотрена в работе К. А. Барсукова и Л. Г. Нарышкиной [5]. Из полученных ими результатов, в частности, следует, что переходное излучение вперед под малыми углами линейно поляризовано и вектор поляризации действительно параллелен проволочкам, т.е. в нашем случае направлен по оси  $x$ .

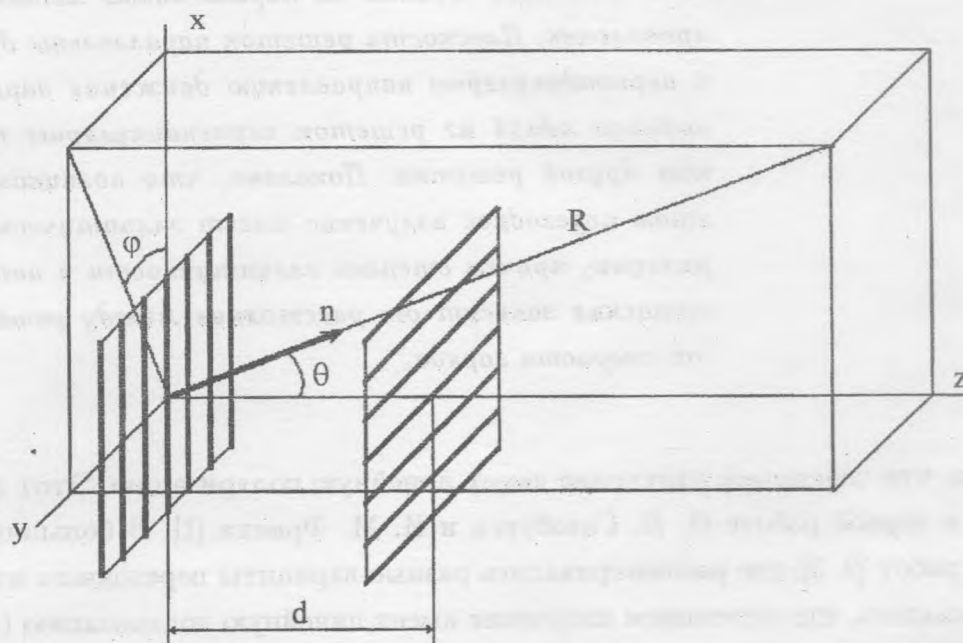


Рис. 1. Геометрия задачи. Заряженная частица движется по оси  $z$ .

Поместим вторую дифракционную решетку на расстоянии  $d$  от первой. Плоскости обеих решеток параллельны, а проволочки второй решетки перпендикулярны проволочкам первой, т.е. направлены по оси  $y$ . На вторую решетку падает как поле заряда, так и поле излучения токов, наведенных в первой решетке. Поскольку электрическое поле излучения от первой решетки перпендикулярно проводникам второй решетки, оно не

наводит никаких токов во второй решетке и свободно проходит через нее. Поле пролетающего заряда наводит во второй решетке токи, параллельные оси  $y$  и эти токи дают излучение, в котором электрический вектор поляризован по оси  $y$ . Таким образом, после прохождения заряда через две решетки излучаются две волны, у которых электрические вектора взаимно перпендикулярны, и фазы этих волн различаются на величину, зависящую от расстояния между решетками и времени пролета. Сумма двух таких волн представляет собой эллиптически поляризованную волну. Ниже будут определены параметры этой волны.

После прохождения первой решетки потенциал поля излучения в волновой зоне имеет вид [5]

$$A_{x\omega} = \frac{iqv}{\omega c} \frac{\sin \theta |\cos \theta| \cos \varphi}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)(1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi)} \frac{\exp(-i\frac{\omega}{c}R)}{R}, \quad (1)$$

где  $q, v$  – заряд частицы и его скорость,  $\omega$  – частота излучения,  $\beta = v/c$  – приведенная скорость частицы,  $R$  – расстояние от начала координат до точки наблюдения,  $x = R \cos \varphi \sin \theta$ ,  $y = R \sin \varphi \sin \theta$ ,  $z = R \cos \theta$ ,  $\theta$  – угол между волновым вектором и осью  $z$ ,  $\varphi$  – азимутальный угол.

Пусть поле переходного излучения после пролета частицей первой решетки имеет вид

$$E_x = E_0 \exp(ikz - i\omega t). \quad (2)$$

Мы здесь ограничиваемся излучением вперед, имея в виду, что для релятивистской частицы, когда приведенная энергия частицы  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  много больше единицы, излучение сосредоточено в узкой области углов  $\theta$  порядка  $1/\gamma$ . После пролета через вторую решетку излучается волна, поляризованная по оси  $y$

$$E_y = E_0 \exp \left[ ik(z - d) - i\omega \left( t - \frac{d}{v} \right) \right]. \quad (3)$$

Введем единичные вектора  $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ , направленные соответственно по осям координат  $x, y, z$ . Тогда результирующее поле можно записать в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{e}_x E_0 \exp i(kz - \omega t) + \mathbf{e}_y E_0 \exp i(kz - \omega t + \alpha) = \\ &= \mathbf{e}_x E_0 \exp i(kz - \omega t) + \mathbf{e}_y E_0 (\cos \alpha + i \sin \alpha) \exp i(kz - \omega t), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\alpha = \frac{\omega}{v}d(1 - \beta)$  – сдвиг фазы волны  $E_y$  относительно волны  $E_x$ . Поле (4) можно представить в виде

$$\mathbf{E} = (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) \exp i(kz - \omega t), \quad (5)$$

где

$$\mathbf{A} = E_0(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y \cos \alpha) \quad \mathbf{B} = E_0\mathbf{e}_y \sin \alpha. \quad (6)$$

Перепишем это выражение следующим тождественным образом

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) \exp i(kz - \omega t) = (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) \exp i(kz - \omega t + \varphi) \exp(-i\varphi) = \\ &= (\mathbf{A} + i\mathbf{B}) \exp i(kz - \omega t + \varphi) (\cos \varphi - i \sin \varphi) = (\mathbf{C}' + i\mathbf{D}') \exp i(kz - \omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$\mathbf{C}' = (\mathbf{A} \cos \varphi + \mathbf{B} \sin \varphi), \quad \mathbf{D}' = (\mathbf{B} \cos \varphi - \mathbf{A} \sin \varphi),$$

а величина  $\varphi$  является некоторым подгоночным параметром, значение которого мы определим ниже. Выберем  $\varphi$  таким образом, чтобы скалярное произведение  $\mathbf{C}'\mathbf{D}'$  равнялось нулю

$$(\mathbf{A} \cos \varphi + \mathbf{B} \sin \varphi)(\mathbf{B} \cos \varphi - \mathbf{A} \sin \varphi) = 0.$$

После умножения получаем, что  $\varphi$  должно удовлетворять следующему уравнению

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\mathbf{A}\mathbf{B}}{\mathbf{A}^2 - \mathbf{B}^2}. \quad (8)$$

Подставляя (6) в выражение (8), получаем

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2E_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{E_0^2(1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)} = \operatorname{tg} \alpha. \quad (9)$$

Таким образом величина  $\varphi$  равна половине сдвига фаз между волнами  $E_x$  (2) и  $E_y$  (3):

$$\varphi = \frac{1}{2}\alpha = \frac{1}{2}\frac{\omega}{v}d(1 - \beta) = \frac{1}{2}\pi\frac{d}{l_f}, \quad (10)$$

где

$$l_f = \frac{\pi v}{\omega(1 - \beta)} \approx \lambda\gamma^2 \quad (11)$$



– есть так называемый путь формирования для излучения вперед. Если скорость  $v$  заряженной частицы близка к скорости света  $c$ , т.е. если параметр  $\beta = v/c$  близок к единице, для величины  $l_f$  с хорошей точностью справедливо выражение

$$l_f = \lambda \gamma^2,$$

где  $\lambda$  – длина волны излучения,  $\gamma$  – приведенная энергия частицы:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Величину  $l_f$  также называют когерентной длиной.

При выбранном значении  $\varphi$  поле излучения может быть записано в виде

$$\mathbf{E} = (\mathbf{E}_1 + i\mathbf{E}_2) \exp i(kz - \omega t), \quad (12)$$

где

$$\mathbf{E}_1 = E_0(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) \cos \frac{\pi d}{2l_f}, \quad \mathbf{E}_2 = E_0(-\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) \sin \frac{\pi d}{2l_f}. \quad (13)$$

Вектора  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  взаимно перпендикулярны. Их положение показано на рис. 2. Вектор  $\mathbf{E}_1$  направлен по биссектрисе угла между положительными направлениями осей  $x$  и  $y$ . Вектор  $\mathbf{E}_2$  направлен по биссектрисе угла, образованного отрицательным направлением оси  $x$  и положительным направлением оси  $y$ . Величина этих векторов зависит от отношения  $d/l_f$ . При этом абсолютные величины векторов  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  являются полуосями эллипса поляризации. Как видно из (13) при аргументе  $\varphi = \alpha/2 = (\pi/4) \pm n\pi$ , где  $n$  – целое число, поляризация волны будет круговой. Если  $\varphi = \alpha/2 = (3\pi/4) \pm n\pi$ , то поляризация также является круговой, но с противоположным направлением вращения. При  $\varphi = \alpha/2 = \pm n\pi$  излучение линейно поляризовано в направлении вектора  $(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$  (13). Если же  $\varphi = \alpha/2 = \pm(\pi/2) \pm n\pi$ , излучение также линейно поляризовано, но в направлении вектора  $(-\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y)$ . В остальных случаях имеет место эллиптическая поляризация излучения.

Оценим интенсивность излучения. Мощность излучения на частоте  $\omega$ , проходящего через элемент поверхности  $dS$ , перпендикулярный радиусу-вектору  $\mathbf{R}$  (см. рис. 1), определяется формулой

$$W_\omega = \frac{c}{2} \int |E_\omega|^2 dS. \quad (14)$$

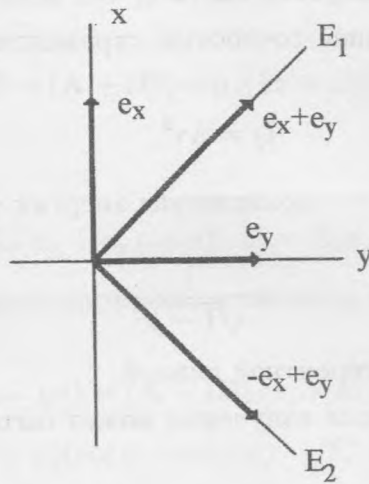


Рис. 2. Расположение полуосей эллипса поляризации.

Модуль  $|E_\omega|^2$  в данном случае равен  $2|E_0|^2$ . Максимальная энергия излучается под малыми углами порядка  $\theta \simeq 1/\gamma$  и поэтому мы можем в формуле (1) для  $A_{x\omega}$  положить  $\theta = 1/\gamma$ ,  $\sin \theta \simeq \theta = 1/\gamma$  и  $\cos \theta = 1$ . Такое приближение дает

$$A_{x\omega} = \frac{iqv}{\omega c} \gamma \cos \varphi \frac{\exp(-i\frac{\omega}{c}R)}{R}. \quad (15)$$

Отсюда

$$E_0 = \frac{qv}{c^2} \gamma \cos \varphi \frac{\exp(-i\frac{\omega}{c}R)}{R}. \quad (16)$$

Телесный угол, в который происходит излучение, по порядку величины равен

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\varphi \simeq \frac{1}{\gamma^2} d\varphi.$$

Оценка спектральной интенсивности по порядку величины дает

$$W_\omega = \frac{c}{2} \int |E_0|^2 d\Omega = \frac{q^2 v^2}{2c^3} \cos^2 \varphi \frac{1}{\gamma^2} \gamma^2 d\varphi \simeq \frac{\pi q^2 v^2}{2c^3}. \quad (17)$$

Из (17) следует, что спектральная интенсивность не зависит от частоты. Очевидно также, что формула (17) для спектральной интенсивности справедлива вплоть до некоторой частоты, на которой длина волны становится сравнимой с расстояниями между проводочками.

Из приведенного рассмотрения видно, что для получения излучения с выраженной круговой или эллиптической поляризацией поля расстояние между решетками следует выбирать равным по порядку величины длине формирования  $l_f$  (11). В данном случае длина формирования пропорциональна длине излучаемой волны и квадрату энергии частицы. Размеры установки не могут быть слишком велики. Это обстоятельство накладывает определенные ограничения на энергию частицы. С другой стороны, длина излучаемой волны ограничена снизу расстоянием между проволочками решетки. По-видимому, можно надеяться получить волны с эллиптической и круговой поляризацией в миллиметровом и субмиллиметровом диапазоне длин волн. Как видно из (17) спектральная интенсивность циркулярно поляризованного излучения сравнима по порядку величины с интенсивностью переходного излучения, возникающего при пересечении зарядом границы идеально проводящего металла.

Авторы выражают благодарность доктору Ю. Шибате, обсуждения с которым во многом способствовали появлению настоящей работы.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гинзбург В. Л., Франк И. М. ЖЭТФ, **16**, 15 (1946).
- [2] Гинзбург В. Л., Цытович В. Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. М., Наука, 1984.
- [3] Библиография работ по переходному излучению заряженных частиц (1945 – 1982). Ереван, Ереванский физический институт, 1983.
- [4] Болотовский Б. М., Мергелян О. С. Оптика и спектроскопия, **18**, 1 (1965).
- [5] Барсуков К. А., Нарышкина Л. Г. Изв. вузов: Сер. Радиофизика, **8**, в.5, 936 (1965).

Поступила в редакцию 7 июля 2003 г.