

ОГРАНИЧЕНИЕ НА ФУНКЦИИ АНОМАЛЬНЫХ РАЗМЕРНОСТЕЙ
В КВАНТОВОЙ ХРОМОДИНАМИКЕ

Н. В. Красников, И. Фер *

УДК 539.12.01

На основе использования представления Челлена-Лемана показано, что в квантовой хромодинамике для аномальной размерности $\gamma_0(\alpha_s)$ составного калибровочно-инвариантного оператора $O(x)$ справедливо неравенство $\gamma_0(\alpha_s) < 1/2$. Обсуждаются следствия неравенства для глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния.

Как хорошо известно, аномальные размерности составных калибровочно-инвариантных операторов в квантовой хромодинамике дают информацию об отклонении от скейлинга в процессах с большими передачами импульса $/1/$. В настоящей работе на основе использования представления Челлена-Лемана мы покажем, что в квантовой хромодинамике (впрочем, это относится и к любой ренормируемой теории поля) для аномальной размерности $\gamma_0(\alpha_s)$ составного калибровочно-инвариантного оператора $O(x)$ справедливо неравенство $\gamma_0(\alpha_s) < 1/2$, и обсудим следствия этого неравенства для глубоконеупругого лептон-адронного рассеяния.

Представление Челлена-Лемана $/2/$ для двухточечной функции от составных операторов имеет вид

$$\begin{aligned} F(p^2) &= 1 \int e^{ipx} \langle 0 | T(O(x)O^*(0)) | 0 \rangle d^4x = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} c_k (p^2 + p_0^2)^k + (p^2 + p_0^2)^N \int_0^\infty \frac{\rho(t) dt}{(t + p_0^2)^N (t - p^2 - i\epsilon)}, \quad (I) \\ \rho(t) &\geq 0. \end{aligned}$$

*) Институт ядерной физики Академии Наук ЧССР, г. Ржев.

Здесь мы выписали представление Челлена-Лемана с N вычитаниями ^{ж)}.

Из общей теории составных операторов /3/ следует, что при ренормализационных преобразованиях величина

$$\Phi(x) = -x \frac{d^N F(x)}{dx^N} (-1)^N \frac{1}{N!} = x \int_0^\infty \frac{\rho(t)}{(t-x)^N} dt \quad (2)$$

преобразуется мультипликативно ^{жж)}

$$\Phi(x) \rightarrow Z\Phi(x).$$

(Следует отметить, что строгое доказательство мультипликативной перенормируемости калибровочно-инвариантных операторов в настоящее время отсутствует). Для $\Phi(x)$ справедливо уравнение Каллана-Симанзика /3/ ^{жжж)}

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial \mu} + \beta(\alpha_S) \frac{\partial}{\partial \alpha_S} + 2\gamma_0(\alpha_S) \right] \Phi = 0. \quad (3)$$

Оператор $O(x)$ будем нормировать условием

$$\Phi(x = -\mu^2) = \mu^2 \int_0^\infty \frac{\rho(t)}{(t + \mu^2)^N} dt = 1. \quad (4)$$

Из уравнения (3) и условия нормировки (4) следует, что аномальная размерность составного оператора $O(x)$

$$\gamma_0(\alpha_S) = \frac{1}{2} x \frac{\partial}{\partial x} \Phi(x) \Big|_{x=-\mu^2}. \quad (5)$$

^{ж)} Для простоты мы рассматриваем скалярные операторы $O(x)$. Доказательство на случай тензорных операторов обобщается тривиально.

^{жж)} В случае нескольких операторов $O_i(x)$ с одной и той же размерностью путем ортонормированных преобразований $O_i(x) \rightarrow \Lambda_{ij} O_j(x) = O_i'(x)$ можно всегда добиться того, чтобы при ренормализационных преобразованиях $\Phi_{ii}'(x) \rightarrow Z_{ii} \Phi_{ii}(x)$.

^{жжж)} Поскольку мы в дальнейшем будем интересоваться ультрафиолетовой асимптотикой, все зависимости от масс мы опускаем.

Из неотрицательности спектральной плотности $\rho(t)$ и из условия нормировки (4) получаем неравенство

$$\gamma_0(\alpha_B) \leq 1/2. \quad (6)$$

Обсудим теперь применение неравенства (6) к глубоконеупругому лептон-адронному рассеянию.

Аномальная размерность октетного оператора

$$O_{\alpha}^{\mu_1 \dots \mu_n} = \frac{1^{N-1}}{N!} \left(\bar{q} \frac{\lambda_{\alpha}}{2} \gamma^{\mu_1} D^{\mu_2} \dots D^{\mu_n} q \right)$$

в однопетлевом приближении /1/

$$\gamma_{0_N}(\alpha_B) = \frac{\alpha_B}{4\pi} \gamma_0^N; \quad \gamma_0^N = \frac{8}{3} \left[1 - \frac{2}{N(N+1)} + 4 \sum_{s=2}^N \frac{1}{s} \right]. \quad (7)$$

При современных энергиях /4/

$$\alpha_B = 0,2 - 0,3.$$

Неравенство (6) перестает выполняться для $\alpha_B = 0,3$ при $N \geq 9$. Поэтому однопетлевое приближение для $N \geq 9$ при современных энергиях нельзя использовать, и сравнение моментов структурных функций, рассчитанных на основе использования однопетлевого приближения, с экспериментальными данными при $N \geq 9$ некорректно.

Поступила в редакцию
20 июня 1980 г.

Л и т е р а т у р а

1. W. Marciano and H. Pagels, Phys. Rep., 36C, 137 (1978).
2. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков, Введение в теорию квантованных полей, М., "Наука", 1976 г.
3. См. например: В. L. Crewther, CERN preprint TH 2119 (1976).
4. A. Peterman, Phys. Rep., 53C, 157 (1979).