

**ФУНКЦИИ ГРИНА ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ  
И ЕГО КОМБИНАЦИИ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ И ПОЛЕМ  
ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ**

С. Д. Гаврилов, Л. М. Гитман, Ш. М. Шварцман

УДК 539.12:530.145

Найден явный вид функций Грина, введенных в работе /1/, в постоянном электрическом поле и его комбинации с магнитным полем и полем плоской волны. Представления даны в виде контурных интегралов по собственному времени.

В работе /1/ предложен подход к рассмотрению квантовой электродинамики с интенсивным электромагнитным полем. Так же, как и в обычном подходе, основанном на концепции внешнего поля, точный учет взаимодействия с интенсивным полем достигается введением в теорию функций Грина в некотором классическом поле. Для случаев, когда вакуум оказывается нестабильным относительно рождения электрон-позитронных пар, необходим целый ряд различных функций Грина во внешнем поле (аналогичная ситуация возникает и в квантовой электродинамике с внешним полем, рождающим пары /2/). Эти функции Грина для случая скалярной электродинамики определяются следующим образом:

$$\tilde{D}^c(x, x') = i_{out} \langle \delta | T \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x') | 0 \rangle_{in} c_0^{-1}, \quad (1)$$

$$\tilde{D}^c(x, x') = i_{in} \langle 0 | T \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x') | 0 \rangle_{in}, \quad (2)$$

$$\tilde{D}_{out}^c(x, x') = i_{out} \langle \delta | T \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x') | \delta \rangle_{out},$$

$$\tilde{D}^{\bar{c}}(x, x') = i_{in} \langle 0 | \bar{T} \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x') | 0 \rangle_{in}, \quad (3)$$

$$\tilde{D}_{out}^{\bar{c}}(x, x') = i_{out} \langle \delta | \bar{T} \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x') | \delta \rangle_{out},$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}^-(x, x') &= i_{out} \langle \tilde{0} | \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x') | \tilde{0} \rangle_{in} C_0^{-1}, \\ \tilde{D}^+(x, x') &= -i_{out} \langle \tilde{0} | \tilde{\psi}^+(x') \tilde{\psi}(x) | \tilde{0} \rangle_{in} C_0^{-1}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}^-(x, x') &= i_{in} \langle 0 | \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x') | 0 \rangle_{in}, \\ \tilde{D}^+(x, x') &= -i_{in} \langle 0 | \tilde{\psi}^+(x') \tilde{\psi}(x) | 0 \rangle_{in}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{out}^-(x, x') &= i_{out} \langle \tilde{0} | \tilde{\psi}(x) \tilde{\psi}^+(x') | \tilde{0} \rangle_{out}, \\ \tilde{D}_{out}^+(x, x') &= -i_{out} \langle 0 | \tilde{\psi}^+(x') \tilde{\psi}(x) | \tilde{0} \rangle_{out}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\tilde{D}(x, x') = i [\psi(x), \psi^+(x')]. \quad (7)$$

Здесь  $\tilde{\psi}(x)$  – оператор скалярного поля, удовлетворяющий уравнению Клейна–Гордона во внешнем поле  $A_\mu(x)$ ,  $|\tilde{0}\rangle_{out} = \tilde{U}|0\rangle_{out}$ ,  $\tilde{U}$  – оператор эволюции скалярного поля, взаимодействующего с внешним полем,  $|0\rangle_{out}$  и  $|0\rangle_{in}$  – вакуумные векторы out- и in-частиц,  $C_0 = \langle \tilde{0} | 0 \rangle_{in}$  – амплитуда вероятности перехода вакуум–вакуум.

Функция  $\tilde{D}^c(x, x')$  фигурирует в диаграммной технике для матричных элементов процессов перехода, а функции  $\tilde{D}^c(x, x')$  и  $\tilde{D}^c(x, x')$  являются составляющими диаграммной техники для вычисления средних значений гейзенберговских операторов по in-состояниям.

Функции Грина (I) – (7) можно выразить через решения уравнения Клейна–Гордона во внешнем поле  $A_\mu(x)/I$ . Используя решения в постоянном электрическом поле, найденные в работе /3/, получим:

$$\tilde{D}^c(x, x') = \int_{\Gamma^c} f(x, x', s) ds, \quad (8)$$

$$\tilde{D}_{in}^c(x, x') = \int_{\Gamma_{in}} f(x, x', s) ds - \theta(y_3) \int_{\Gamma^a} f(x, x', s) ds, \quad (9)$$

$$\tilde{D}_{out}^c(x, x') = \int_{\Gamma_{in}} f(x, x', s) ds - \theta(-y_3) \int_{\Gamma^a} f(x, x', s) ds, \quad (10)$$

$$\tilde{D}^{\bar{c}}(x, x') = \int_{\Gamma_{in}} f(x, x', s) ds - \theta(y_3) \int_{\Gamma^a} f(x, x', s) ds - \int_{\Gamma} f(x, x', s) ds, \quad (II)$$

$$\tilde{D}^{\bar{c}}_{out}(x, x') = \int_{\Gamma_{in}} f(x, x', s) ds - \theta(-y_3) \int_{\Gamma^a} f(x, x', s) ds - \int_{\Gamma} f(x, x', s) ds, \quad (I2)$$

$$\tilde{D}^{\bar{+}}(x, x') = \pm \left[ \int_{\Gamma_c} f(x, x', s) ds - \theta(\mp y_0) \int_{\Gamma} f(x, x', s) ds \right], \quad (I3)$$

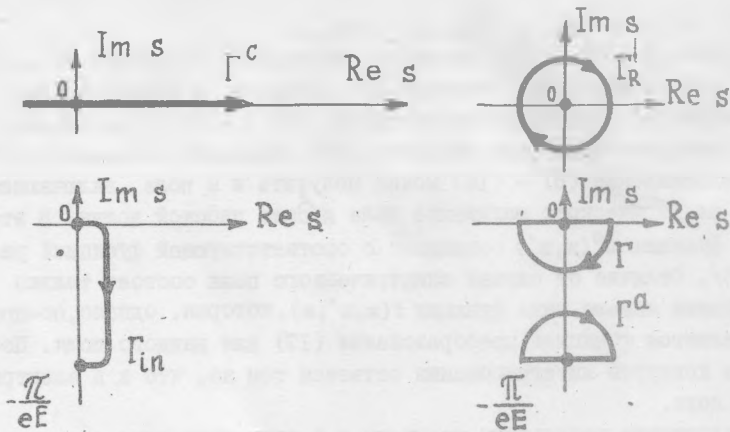
$$\begin{aligned} \tilde{D}^{\bar{+}}(x, x') = \pm & \left[ \int_{\Gamma_{in}} f(x, x', s) ds - \theta(\mp y_0) \int_{\Gamma} f(x, x', s) ds - \theta(y_3) \times \right. \\ & \left. \times \int_{\Gamma^a} f(x, x', s) ds \right], \quad (I4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}^{\bar{+}}_{out}(x, x') = \pm & \left[ \int_{\Gamma_{in}} f(x, x', s) ds - \theta(\mp y_0) \int_{\Gamma} f(x, x', s) ds - \theta(-y_3) \times \right. \\ & \left. \times \int_{\Gamma^a} f(x, x', s) ds \right], \quad (I5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{D}(x, x') = \epsilon(y_0) \int_{\Gamma} f(x, x', s) ds = \epsilon(y_0) \left[ \theta(y^2) \int_{\Gamma_H} f(x, x', s) ds + \right. \\ \left. + (2\pi)^{-1} \exp(i\epsilon\chi) \delta(y^2) \right], \quad (I6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x, x', s) = \frac{eE}{4\eta^2} \frac{\exp(i\epsilon\chi)}{s} (sheEs)^{-1} \exp \left\{ -im^2s - i \frac{y_1^2}{4s} - i \frac{eE}{4} \times \right. \\ \left. \times (y_0^2 - y_3^2) ctheEs \right\}, \end{aligned}$$

где  $\chi = - \int_{x'}^x A_\mu(x) dx^\mu$ ,  $A_\mu(x)$  - потенциал постоянного электрического поля, а интеграл берется по прямой,  $y_\mu = x_\mu - x'_\mu$ ,  $y_1^2 = -y_1^2 - y_2^2$  и контуры интегралов (8) - (I6) указаны на рисунке.



Р и с. 1. Контуры, по которым берутся интегралы в формулах (8) - (16)

Функции Грина  $\check{D}^c(x, x')$  и  $\check{D}(x, x')$  совпадают с результатами, соответственно, Швингера /4/ и Фока /5/.

Поскольку  $f(x, x', s)$  является матричным элементом оператора  $\exp i(P^2 - m^2)s$  /4/:

$$f(x, x', s) = i \langle x | \exp i(P^2 - m^2)s | x' \rangle, \quad (17)$$

то функции (8) - (16) можно записать в виде матричных элементов, соответствующих операторов. Например:

$$\check{D}^c = i \int_{\Gamma^c} \exp i(P^2 - m^2)s ds, \quad (18)$$

$$\check{D}^c = i \int_{\Gamma^in} \exp i(P^2 - m^2)s ds - \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma^a} ds \times \quad (19)$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\tau}{\tau - i\epsilon} e^{i\tau X_3} \exp i(P^2 - m^2)s \cdot e^{-i\tau X_3},$$

$$\check{D} = \frac{1}{\pi} \int_{\Gamma} ds \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\tau}{\tau} e^{i\tau X_0} \exp i(P^2 - m^2)s \cdot e^{-i\tau X_0}, \quad (20)$$

где  $[P_\mu, P_\nu] = -ieF_{\mu\nu}$ ,  $[P_\mu, X_\nu] = ig_{\mu\nu}$ .

Операторы (18) - (19) являются обратными к оператору  $P^2 - m^2$ , а (20) ортогонален ему. Оператор  $\tilde{D}^0$  совпадает с швингеровским представлением /4/ обратного оператора  $(P^2 - m^2)^{-1}$ . При выключении электрического поля оператор (19) переходит в оператор (18).

Представления (8) - (16) можно получить и в поле, включающем помимо электрического магнитное поле и поле плоской волны. В этом случае функция  $\tilde{D}^0(x, x')$  совпадает с соответствующей функцией работы /6/. Отличие от случая электрического поля состоит только в изменении явного вида функции  $f(x, x', \nu)$ , которая, однако, по-прежнему является функцией преобразования (17) для данного поля. Положение контуров интегрирования остается тем же, что и в электрическом поле.

Аналогичные результаты получены и в спинорном случае.

В заключение авторы выражают благодарность Е. С. Фрадкину за обсуждения, стимулировавшие появление этой работы.

Поступила в редакцию  
29 июня 1978 г.

#### Л и т е р а т у р а

1. Е. С. Fradkin, D. M. Gitman, Preprint MIT, HUTMP 77 V 58 (1978).
2. D. M. Gitman, J. Phys., A10, 2007 (1977).
3. Н. Б. Нарожный, А. И. Никишов, ТМФ, 26, 16 (1976).
4. J. Schwinger, Phys. Rev., 82, 664 (1951).
5. В. А. Фок, Работы по квантовой теории поля, изд-во ЛГУ, 1957 г., стр. 141.
6. И. А. Баталин, Е. С. Фрадкин, ТМФ, 5, 190 (1970).