Краткие сообщения по физике № 3 1979

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ БЫСТРЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В ЛАЗЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

Е. Г. Гамалий, И. Д. Маш, В. Б. Розанов, С. В. Старцев

УДК 533.92

Для быстрых электронов, распространяющихся в плотной плазме, найдена зависимость числа и потока частиц от энергии и расстояния. Получена аналитическая зависимость энергии, передаваемой в единицу времени электронами плазме, от расстояния.

Одной из задач, возникающих при создании самосогласованной модели для описания процессов нагрева и сжатия лазерной мишени, является задача о пространственном распределении энергии, оставленной в плотных слоях мишени быстрыми электронами, идущими из зоны поглощения лазерного света. Для решения этой задачи будем исходить из стационарного кинетического уравнения, полученного Ландау /I/, которое может быть представлено в виде

$$\mu \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{8\pi e^4 LnZ}{m_e^2} \left[\frac{\partial f}{\partial E} + \frac{1 + Z}{8E} \frac{\partial}{\partial \mu} \left((1 - \mu^2) \frac{\partial f}{\partial \mu} \right) \right], \qquad (I)$$

где f – функция распределения быстрых электронов, v – скорость, $E = v^4$, eZ – заряд иона, n – концентрация ионов, L – кулоновский логарифм, μ – косинус угла между направлением движения и нормалью к поверхности. Здесь предполагается, что $m_e v^2/2 \gg kT_e \gg kT_i$, где T_e и T_i – электронная и ионная температуры.

Очевидно, что изотропизация функции распределения происходит гораздо быстрее, чем потеря энергии. Количественное изучение этого вопроса в указанном выше приближении показало /2/, что длина изотропизации во всех интересных случаях много меньше длины замедления, и стадию потери энергии можно рассматривать для почти изотропной функции распределения

$$f = a_0/2 + (3/2)a_1\mu. \qquad (2)$$

Здесь $a_0 = \int_{-1}^{1} f(\mu)d\mu$ число, а $a_1 = \int_{-1}^{1} f(\mu)\mu d\mu$ – поток частиц.

Введем безразмерные переменные $\xi = x/l_0$, $\varepsilon = E/E_0 = (v/v_0)^4$ и обозначим $\alpha = (1+Z)/8$, где $l_0 = m_e^2 v_0^4/8\pi e^4 LnZ$. Вычисляя при помощи (I) нулевой и первый моменты по μ для функции (2), придем к следующей системе уравнений:

$$\frac{\partial a_1}{\partial \xi} = \frac{\partial a_0}{\partial \varepsilon}, \tag{3}$$

$$\frac{1}{3}\frac{\partial a_0}{\partial \xi} = \frac{\partial a_1}{\partial \varepsilon} - \frac{2\alpha}{\varepsilon} a_1. \tag{4}$$

Из уравнений (3) и (4) следует, что

$$\frac{1}{3}\frac{\partial^2 a_1}{\partial \xi^2} = \frac{\partial}{\partial \varepsilon}\left(\frac{\partial a_1}{\partial \varepsilon} - \frac{2\alpha}{\varepsilon} a_1\right); \quad a_0 = \int \frac{\partial a_1}{\partial \xi} d\varepsilon. \tag{5}$$

Общее решение уравнения (5) (уравнения Ламмеля) есть

$$a_1 = \varepsilon^{(1+2\alpha)/2} \int dk \left[A(k)Z_{(2\alpha-1)/2}(k\varepsilon) - B(k)Z_{(1-2\alpha)/2}(k\varepsilon)\right]\exp(ik\xi\sqrt{3}), \tag{6}$$

$$a_0 = i\sqrt{3}\,\varepsilon^{(1+2\alpha)/2} \int dk \left[A(k)Z_{(2\alpha+1)/2}(k\varepsilon) + B(k)Z_{(-2\alpha-1)/2}(k\varepsilon)\right]\exp(ik\xi\sqrt{3}), \tag{7}$$

где $Z_\beta(k\varepsilon)$ – функция Бесселя, $A(k)$ и $B(k)$ определяются граничными условиями.

Для целых α уравнения (6), (7) легко можно проинтегрировать по k. Например, для $\alpha = 1$ имеем

$$a_1 = \varepsilon\left[\frac{\partial \Phi_1(u_1)}{\partial u_1} + \frac{\partial \Phi_2(u_2)}{\partial u_2}\right]; \quad u_1 = \varepsilon + \xi\sqrt{3}, \quad u_2 = \varepsilon - \xi\sqrt{3}, \tag{8}$$

$$a_0 = \varepsilon\sqrt{3}\left[\frac{\partial \Phi_1(u_1)}{\partial u_1} - \frac{\partial \Phi_2(u_2)}{\partial u_2}\right] - \sqrt{3}\Phi_1(u_1) + \sqrt{3}\Phi_2(u_2). \tag{9}$$

Аналогичный результат можно получить и для $\alpha = 2,3,4$. Заметим, что решения вида (8) и (9) могут быть получены непосредственно из (5) и без обращения к функциям Бесселя. Проиллюстрируем полученное общее решение некоторыми частными случаями.

Рассмотрим поглощение энергии моноэнергетического электронного пучка, падающего на границу полупространства. В этом случае можно положить $\Phi_2(u_2) = 0$.

Уравнение для определения Φ_1 можно получить из граничного условия при $\xi = 0$, определяющего односторонний поток влетающих в плазму электронов:

$$\overset{\circ}{J}_+ = \int_0^1 f(\mu)\mu d\mu = (1/2)(a_0/2 + a_1)\Big|_{\xi=0} = \delta(\varepsilon - 1). \qquad (10)$$

Используя (8), (9), (10), получим ($y = \varepsilon - 1$):

$$(\sqrt{3}/2 + 1)(y + 1)\Phi_2'(y) - (\sqrt{3}/2)\Phi_1(y) = \delta(y).$$

Отсюда

$$\Phi_1(y) = (y + 1)^{\beta-1}\int_0^y \delta(y)(y + 1)^{-(\beta+1)}dy + C(y + 1)^{\beta}, \qquad (11)$$

где $\beta = (\sqrt{3}/2)/(\sqrt{3}/2 + 1)$, C подбирается таким образом, чтобы a_0 и a_1 обращались в нуль при $\xi = 1/\sqrt{3}$. Отсюда

$$a_1 = \varepsilon(\varepsilon + \sqrt{3}\xi)^{-1}\delta(\varepsilon - 1 + \sqrt{3}\xi) + \beta\varepsilon(\varepsilon + \sqrt{3}\xi)^{\beta-1} \times$$

$$\times \left[\int_0^{1-\varepsilon+\sqrt{3}\xi} \delta(1 - \varepsilon + \sqrt{3}\xi)(\varepsilon + \sqrt{3}\xi)^{-(\beta+1)}d\varepsilon - 1\right]. \qquad (12)$$

Из соотношения (12) легко получаем, что энергия, передаваемая плазме в единицу времени, $\partial E/\partial t$, зависит от расстояния

$$\partial E/\partial t = (3\sqrt{3}/8)(2 + \sqrt{3})(1 - \sqrt{3}\xi)^{1/2} - (\sqrt{3}/4)(1 - \sqrt{3}\xi)^{3/2}. \qquad (13)$$

Здесь $\partial E/\partial t$ измеряется в единицах $(mv_0^3 n_0/l_0(\sqrt{3} + 2)$, где n_0 – концентрация быстрых электронов.

Заметим, что аналогичный результат может быть получен при следующих граничных условиях ($\varepsilon = 1$):

$$f = \delta(x), \quad \mu > 0,$$
$$f = 0, \quad \mu < 0,$$

что соответствует источнику в бесконечном пространстве. Для этого случая легко могут быть получены коэффициенты $A(k)$ и $B(k)$ в соотношении (6), (7) для произвольного значения α.

$$A(k) = \frac{\sqrt{3}\pi k}{2\sin((2\alpha+1)\pi/2)}\left[\frac{1}{2} Z_{(-2\alpha-1)/2}(k) - \frac{i}{\sqrt{3}} Z_{(-2\alpha+1)/2}(k)\right],$$

$$B(k) = \frac{\sqrt{3}\pi k}{2\sin((2\alpha+1)\pi/2)}\left[-\frac{i}{\sqrt{3}} Z_{(2\alpha-1)/2}(k) - \frac{1}{2} Z_{(2\alpha+1)/2}(k)\right]. \tag{I4}$$

Здесь учтено, что

$$Z_{(2\alpha-1)/2}(k) Z_{(-2\alpha-1)/2}(k) + Z_{(2\alpha+1)/2}(k) Z_{(-2\alpha+1)/2}(k) =$$

$$= 2(\pi k)^{-1} \sin((2\alpha+1)\pi/2).$$

Для $\alpha = 2$

$$a_1 = \varepsilon^2\left(\frac{\partial^2\Phi_1(u_1)}{\partial u_1^2} + \frac{\partial^2\Phi_2(u_2)}{\partial u_2^2}\right) - \varepsilon\left(\frac{\partial\Phi_1(u_1)}{\partial u_1} + \frac{\partial\Phi_2(u_2)}{\partial u_2}\right);$$

$$a_0 = \varepsilon^2\left(\frac{\partial^2\Phi_1(u_1)}{\partial u_1^2} - \frac{\partial^2\Phi_2(u_2)}{\partial u_2^2}\right) - 3\varepsilon\left(\frac{\partial\Phi_1(u_1)}{\partial u_1} - \frac{\partial\Phi_2(u_2)}{\partial u_2}\right) + \tag{I5}$$

$$+ 3\Phi_1(u_1) - 3\Phi_2(u_2);$$

$$\Phi_1^{\circ}(y) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{2}\right)\Theta(y) + \left(\frac{1}{2} + \sqrt{3}\right)y + \frac{\beta_1}{2} y + \frac{\sqrt{3}}{2} y^{2(\beta_1+1)} + \gamma_1;$$

$$\Phi_2^{\circ}(y) = \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{2}\right)\Theta(y) + \left(\frac{1}{2} - \sqrt{3}\right)y - \frac{\beta_1}{2} y - \frac{\sqrt{3}}{2} y^{2(\beta_1+1)} + \gamma_2. \tag{I6}$$

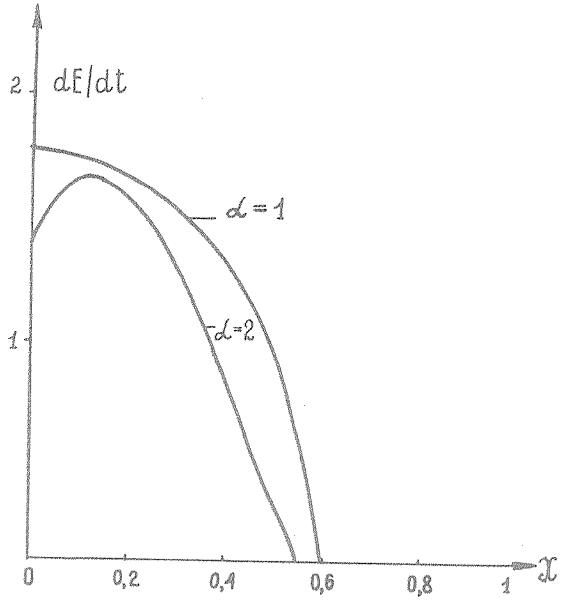
Отсюда легко получаем, что

$$\partial E/\partial t = (7\sqrt{3}/8)(2+\sqrt{3})(1-\sqrt{3}\xi)^{3/2} - (7\sqrt{3}/10)(2+3\sqrt{3})(1-\sqrt{3}\xi)^{5/2}. \tag{I7}$$

Зависимость $\partial E/\partial t$ от расстояния для $\alpha = 1$ и $\alpha = 2$ представлена на рис. I.

Из рис. I видно, что при $\alpha = 1$ величина $\partial E/\partial t$ монотонно убывает с расстоянием, а при $\alpha = 2$ имеется слабый максимум при $\xi = 0{,}12$. По абсолютной величине $\partial E/\partial t$ слабо зависит от ξ при α, изменяющемся в пределах от I до 2.

Отметим, что вычисления справедливы для почти изотропной



Р и с. I. Зависимость $\partial E/\partial t$ от расстояния для $\alpha = 1$ и $\alpha = 2$

функции распределения. Поскольку изотропизация для $\alpha \geqslant 1$ происходит на расстояниях меньших 0,I от полного пробега /2/, практически полученная зависимость $\partial E/\partial t$ справедлива для произвольной начальной функции распределения электронов по углу. Предложенный простой метод расчета приводит к аналитическому решению, согласующемуся с результатами работ /3,4/, где было получено численное решение.

Поступила в редакцию
I5 ноября I978 г.

Л и т е р а т у р а

I. Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, 7, 203 (I937).

2. Е. Г. Гамалий, И. Д. Маш, В. Б. Розанов, Краткие сообщения по физике ФИАН № 3, I2 (I977).

3. Н. В. Афанасьев, Е. Г. Гамалий, Р. Драгилла, В. Б. Розанов, Препринт ФИАН № 89, I977 г.

4. L. V. Spencer, Phys. Rev., 98, 1597 (1955).