Краткие сообщения по физике № 3 1979

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ РЕНТГЕНОВСКОГО ПУЧКА НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖЕНИЯ

К. В. Киселева, А. Г. Турьянский

УДК 535.394:537.531

Исследованы ошибки измерения коэффициента зеркального отражения рентгеновских лучей, обусловленные угловой расходимостью и немонохроматичностью падающего излучения. Указаны экспериментальные условия, при которых ошибка определения коэффициента отражения минимальна.

При измерениях угловой зависимости коэффициента зеркального отражения рентгеновских лучей большое внимание уделяют жесткости коллимации и монохроматизации падающего пучка. Необходимость таких ограничений обусловлена возможностью размытия формы кривой отражения, имеющей характерные резко нелинейные участки.

Однако жесткие ограничения спектрального интервала и угловой расходимости приводят к снижению интенсивности падающего пучка, что затрудняет измерения коэффициента отражения при углах скольжения, больших φ_k (φ_k – критический угол полного внешнего отражения), и исследование диаграмм рассеяния. Таким образом для выбора оптимальных условий эксперимента, очевидно, необходимы количественные оценки суммарной ошибки измерения и соотношения вкладов в суммарную ошибку за счет немонохроматичности и угловой расходимости рентгеновского пучка.

Данный вопрос в литературе подробно анализировался лишь для частного случая пучка прямоугольного углового профиля /I/, который весьма далек от реальных условий эксперимента. В настоящей работе обсуждается возможность решения указанной задачи в общем случае и приводятся результаты численного расчета для некоторых типичных условий.

Пусть на плоскую однородную поверхность падает расходящийся рентгеновский пучок интенсивностью I_o так, что углы скольжения относительно отражающей поверхности меняются от φ_1 до φ_2, а спектральный интервал ограничен значениями λ_1 и λ_2. Положим далее, что $I(\lambda,\varphi)$ – функция, характеризующая распределение интенсивности в падающем пучке, а $r(\lambda,\varphi)$ – коэффициент отражения.

В качестве опорных или заданных выберем, как обычно и принимается, λ_c и φ_c, соответствующие центрам тяжести спектрального и углового распределений. Тогда, очевидно, что разница между коэффициентом отражения $r(\lambda_c,\varphi_c)$ и регистрируемым суммарным значением может быть записана в виде:

$$\Delta r = r(\lambda_c,\varphi_c) - \frac{1}{I_o}\int\limits_{\lambda_1}^{\lambda_2}\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} I(\lambda,\varphi)r(\lambda,\varphi)d\varphi d\lambda. \qquad (I)$$

При фиксированных λ и φ коэффициент отражения определяется двумя параметрами отражающей среды δ и $i\beta$ – соответственно действительной и мнимой частями декремента преломления. Следовательно, если определены функции, связывающие изменение δ и β в зависимости от λ, то формально нахождение суммарной ошибки измерения сведется к решению системы уравнений типа (I) относительно δ и β. Однако практически, ввиду громоздкости подинтегральных функций и сложности задания дисперсионных зависимостей $\delta(\lambda)$ и $\beta(\lambda)$, прямое решение задачи представляет большие математические трудности. Поэтому целесообразно предварительно выбрать условия съемки такими, чтобы обеспечить справедливость упрощающих решение предположений.

Проанализируем изменение $r(\lambda,\varphi)$ относительно $r(\lambda_c,\varphi_c)$. Для удобства воспользуемся записью по нормализованной шкале абсцисс, заменяя в выражениях для коэффициента отражения φ на $\varphi/\varphi_k = \varphi_n$

$$r(\lambda_c,\varphi_{nc}) = \frac{2h_c(h_c - \varphi_{nc}) + 1}{2h_c(h_c + \varphi_{nc}) + 1}, \qquad (2)$$

где φ_{nc}, δ_c, β_c – значения φ_n, δ, β при λ_c,

$$h_c^2 = (1/2)\left[\sqrt{(\varphi_{nc}^2 - 1)^2 + (\beta_c/\delta_c)^2} + \varphi_{nc}^2 - 1\right]. \qquad (3)$$

Выберем спектральный интервал так, что длины волн в падающем пучке значительно меньше длины волны К – края поглощения в материале. При этом условии, согласно /3/, для δ, β, φ_k имеем следующую связь с λ:

$$\lambda \backsim \sqrt{\delta} \backsim \beta^{1/4} \backsim \varphi_k. \tag{4}$$

Тогда при любых λ и φ выражение для коэффициента отражения относительно $r(\lambda_c, \varphi_{nc})$ можем записать в виде:

$$r(\lambda, \varphi_n) = \frac{2h(h - \varphi_n k/l) + 1}{2h(h + \varphi_n k/l) + 1}, \tag{5}$$

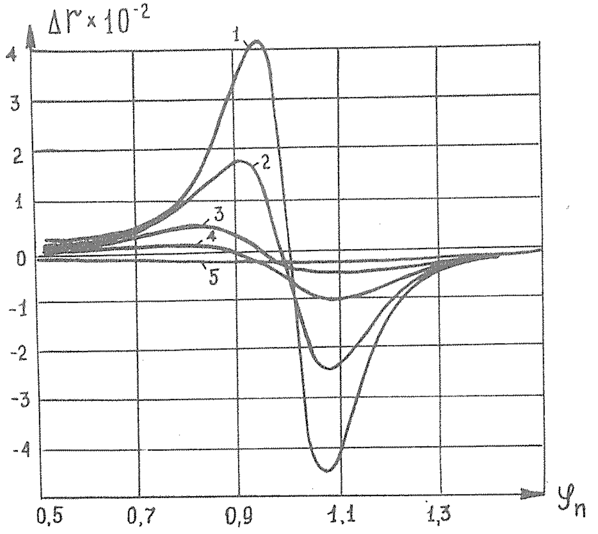
где

$$h^2 = (1/2)\left[\sqrt{\left[(\varphi_n k/l)^2 - 1\right]^2 + \gamma^2 l^4} + (\varphi_n k/l)^2 - 1\right],$$
$$k = \varphi/\varphi_c; \; l = \lambda/\lambda_c; \; \gamma = \beta_c/\delta_c. \tag{6}$$

Сравнение (2), (3) и (5), (6) позволяет сделать некоторые практически важные выводы. Во-первых, при $(\varphi_n k/l)^2 - 1 \gg \gamma^2 l^4$ влияние относительного изменения длины волны эквивалентно такому же изменение угла, но в обратной пропорции. Это означает, что при выполнении указанного условия соотношение между ошибками измерения за счет немонохроматичности и угловой расходимости может быть оценено, например, путем сравнения отношений $\Delta\lambda/\lambda_c$ и $\Delta\varphi/\varphi_c$, где $\Delta\lambda$ и $\Delta\varphi$ соответственно полуширины спектрального и углового интервалов. Во-вторых, если с изменением угла скольжения длина волны также непрерывно меняется, то всегда можно выбрать условия съемки такими, что указанные ошибки будут складываться с противоположным знаком, т.е. по крайней мере частично будут взаимно скомпенсированы. Для этого необходимо расположить образец относительно пучка таким образом, чтобы длина волны излучения и угол скольжения менялись в одну и ту же сторону.

Несмотря на перечисленные упрощения численная оценка ошибки измерения в общем случае остается весьма трудоемкой задачей, решение которой целесообразно проводить с помощью ЭВМ. При этом практический интерес представляет также решение для двух частных случаев: монохроматического расходящегося пучка и параллельного пучка со спектральным распределением. Действительно, как следует из анализа выражений (5), (6), привязка к конкретным значениям ошибки, полученным в предположении монохроматичности либо параллельности падающего пучка, и сопоставление полуширин спектрального и углового интервалов также достаточно для приближенной оценки суммарной ошибки измерения.

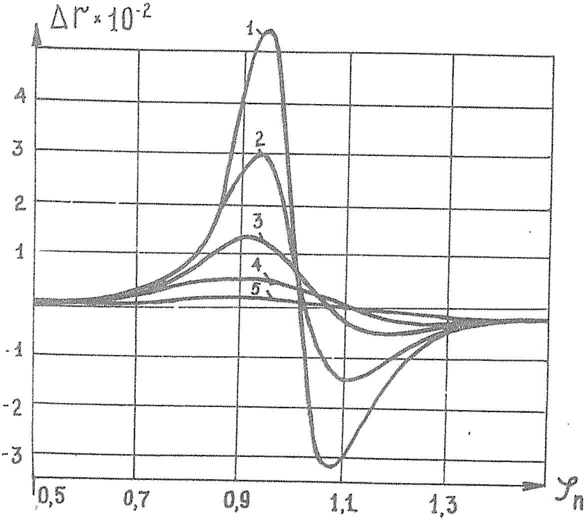
Результаты численного расчета ошибки измерения Δr в интервале нормованных значений угла от 0,5 до I,5 для общего и двух указанных частных случаев представлены на рис. I,2,3. Профили углового и спектрального распределений были заданы функцией Гаусса $(a/\sqrt{\pi})\exp\left[-(ax)^2\right]$ при $a = 10$, $x = \varphi_n$ либо $x = \lambda/\lambda_c$. Расчеты выполнены с помощью ЭВМ "WANG 2200". Как видно из приведенных



Р и с. I. Угловая зависимость ошибки измерения коэффициента отражения расходящегося ($a = 10$) монохроматического пучка при γ: 0,0I (I); 0,03 (2); 0,I (3); 0,3 (4); I,0 (5)

данных, абсолютная величина ошибки $\Delta r(\varphi_n)$ в обоих частных случаях имеет два максимума, причем вблизи $\varphi_n = 1$ значение ошибки меняет свой знак. Величина ошибки находится также в сильной зависимости от параметра $\gamma = \beta/\delta$, характеризующего отражающую среду. Приведенные на рис. 3 кривые иллюстрируют влияние на величину суммарной ошибки $\Delta r(\varphi_n)$ ориентации образца. Соответствующие кривым I, 2 условия съемки схематически изображены в правом углу рис. 3.

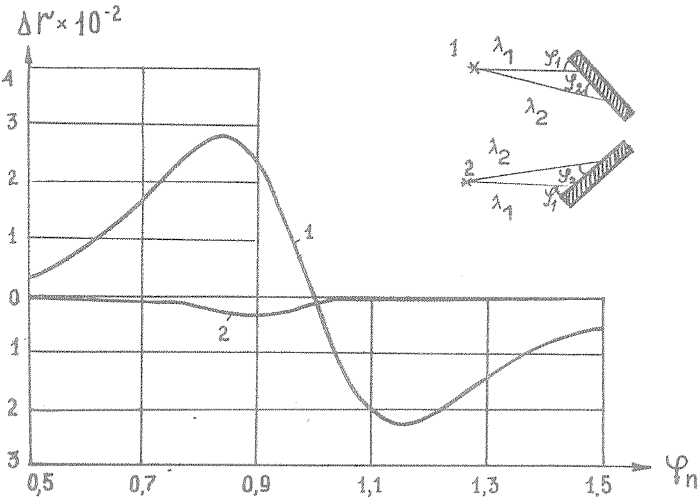
Очевидно, что для нахождения оптимальных условий эксперимента удобно иметь набор кривых $\Delta r(\varphi_n)$ для разных а и γ. Затем, варьируя ширину спектрального и углового интервалов, следует выбрать



Р и с. 2. Угловая зависимость ошибки измерения коэффициента отражения параллельного немонохроматического (а = 10) пучка при γ: 0,01 (1); 0,03 (2); 0,1 (3); 0,3 (4); 1,0 (5)

такие значения, которые обеспечивают максимальную интенсивность пучка в пределах заданной ошибки измерения.

В заключение необходимо отметить, что приведенные результаты могут быть использованы в том случае, когда имеется достаточно резкий скачок плотности на эффективной границе раздела, а разность фаз $\Delta\psi$ для волн, отраженных от передней и задней границ переходного слоя, такова, что $\Delta\psi \ll 2\pi$. Указанное условие явля-



Р и с. 3. Угловая зависимость суммарной ошибки измерения коэффициента отражения расходящегося (a = IO) немонохроматического (a = IO) пучка при $\gamma = 0,1$. Кривые I и 2 соответствуют условиям съемки, схематически изображенным в верхнем правом углу: 1) $\varphi_1 > \varphi_2$, $\lambda_1 < \lambda_2$; 2) $\varphi_1 > \varphi_2$, $\lambda_1 > \lambda_2$

ется критерием справедливости формулы (2). При его невыполнении задача требует специального рассмотрения.

Поступила в редакцию
2I ноября I978 г.

Л и т е р а т у р а

1. J. Hrdý, Czech. Journ. Phys., 18 B, 525 (1968).
2. L. G. Parratt, Phys. Rev., 95, 359 (1954).
3. М. А. Блохин, Физика рентгеновских лучей, ГИТТЛ, М., I957 г., стр. I54, I68, I95.