Краткие сообщения по физике № 10 1979

К ТЕОРИИ ЛЕНГМЮРОВСКОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

В. П. Силин, А. Н. Стародуб, М. В. Филиппов

УДК 533.95

Показано, что неодномерность нелинейного взаимодействия ленгмюровских волн приводит к изменению закономерностей насыщения ленгмюровской турбулентности, а именно, к возможности отсутствия сателлитной перекачки в случае узкого спектра турбулентности.

Изучение процессов нелинейного насыщения параметрических неустойчивостей привлекает большое внимание в связи с проблемой аномального поглощения мощного электромагнитного излучения (волны накачки) плазмой. В неизотермической плазме согласно имеющимся представлениям /I-4/ насыщение ленгмюровской турбулентности, инициируемой параметрическими неустойчивостями, происходит вследствие распадов ленгмюровских волн на вторичные ленгмюровские и ионно-звуковые волны. Однако следует подчеркнуть, что в указанных работах был детально изучен лишь случай одномерной турбулентности, когда волновые векторы взаимодействующих волн параллельны либо антипараллельны друг другу.

Целью нашей заметки является выявление эффектов, обусловленных зависимостью взаимодействия волн от неодномерной взаимной ориентации их волновых векторов.

Как будет показано ниже, учет такой неодномерности взаимодействия плазменных волн приводит к определенному изменению полученных в /I-4/ для случая узкого спектра ленгмюровской турбулентности спектральных закономерностей ее насыщения, а именно, к возможности отсутствия сателлитной перекачки.

Для выявления интересующих нас эффектов используем следующее стационарное уравнение для спектральной плотности $W_1(\vec{k})$ энергии ленгмюровского турбулентного поля:

$$2\gamma = \frac{\pi\omega_{Le}}{4n_eT_e}\int \frac{d\vec{k}'}{(2\pi)^3} W_1(\vec{k}')\omega_s(\vec{k}-\vec{k}')(\vec{\varkappa}\vec{\varkappa}')^2\times$$

$$\times\left\{\delta\left[\omega_1(\vec{k}) - \omega_1(\vec{k}') - \omega_s(\vec{k}-\vec{k}')\right] - \delta\left[\omega_1(\vec{k}') - \omega_1(\vec{k}) - \omega_s(\vec{k}-\vec{k}')\right]\right\}. \quad (I)$$

Здесь γ – инкремент параметрической неустойчивости, $\omega_s = \omega_{Li}kr_D$ – ионно-звуковая частота, ω_{Li} и ω_{Le} – ленгмюровская ионная и электронная частоты, соответственно, r_D и n_e – дебаевский радиус и плотность электронов, $\vec{\varkappa} = \vec{k}/k$, $\omega_1(\vec{k}) = \omega_{Le}\left[1 + 3\vec{k}^2r_D^2/2\right]$ – частота ленгмюровских волн. В уравнении (I) мы учли, что, как и в одномерной теории /3,5/ в случае $2\gamma_s > \tilde{\gamma}$, где γ_s и $\tilde{\gamma}$ – декременты затухания ионно-звуковой и ленгмюровской волн, величина спектральной плотности ионно-звуковых волн не влияет на уровень насыщения ленгмюровского турбулентного поля.

В условиях значительного превышения порога неустойчивости, когда возможно возбуждение широкого спектра турбулентности, естественно предположить, что спектральная плотность энергии ленгмюровских волн зависит только от модуля их волнового вектора. В таком предположении уравнение (I) примет следующий вид:

$$2\gamma = -\frac{\pi\omega_{Le}}{4n_eT_e}\int_0^{\pi} \frac{d\theta}{(2\pi)^2}\sin\theta\cos^2\theta\,\Delta\sqrt{1-\cos\theta}\left\{(k+\Delta\sqrt{1-\cos\theta})^2\times\right.$$

$$\left.\times W_1(k+\Delta\sqrt{1-\cos\theta}) - (k-\Delta\sqrt{1-\cos\theta})^2 W_1(k-\Delta\sqrt{1-\cos\theta})\right\}, \quad (2)$$

где $\Delta = (\sqrt{2}\omega_{Li}/3\omega_{Le}r_D)$, θ – угол между векторами $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ взаимодействующих волн.

Из уравнения (2) видно, что учет неодномерности взаимодействия волн приводит к зависимости шага спектральной перекачки Δk от непрерывной переменной – угла θ – согласно формуле $\Delta k = \Delta\sqrt{1-\cos\theta}$.

Изучим сначала, как такое изменение шага спектральной перекачки проявляется в условиях широкой области турбулентности, когда ширина области раскачки δk превосходит величину Δ. Принимая простую модель, в которой $\gamma > 0$ и постоянно внутри области раскачки и $\gamma = -\tilde{\gamma}$ вне этой области, уравнение (2) перепишем в виде такой системы уравнений:

$$\frac{\partial(k^2 W_i^1(k))}{\partial k} = -24\frac{\gamma}{\omega_{Le}}\frac{\pi n_e T_e}{\Delta^2}, \qquad (3)$$

$$\frac{\partial(k^2 W_e^1(k))}{\partial k} = 24\frac{\tilde{\gamma}}{\omega_{Le}}\frac{\pi n_e T_e}{\Delta^2}, \qquad (4)$$

где W_i^1 и W_e^1 - спектральная плотность энергии ленгмюровских волн внутри и вне области раскачки. Систему уравнений (3) и (4) дополним граничным условием отсутствия турбулентного шума при $k \geqslant k_+$, где k_+ - правая граница области раскачки, т.е.

$$W_i^1(k \geqslant k_+) = 0, \qquad (5)$$

и условием непрерывности функции W_1 на левой границе $(k = k_-)$ области раскачки:

$$W_i^1(k_-) = W_e^1(k_-). \qquad (6)$$

С учетом таких граничных условий решение системы (3), (4) имеет вид:

$$W_i^1(k) = \frac{\gamma}{\omega_{Le}}\frac{24\pi n_e T_e}{\Delta^2}\frac{k_+ - k}{k^2}; \quad W_e^1(k) = \frac{\tilde{\gamma}}{\omega_{Le}}\frac{24\pi n_e T_e}{\Delta^2}\frac{k - k_m}{k^2}, \qquad (7)$$

где $k_m = k_- - (\gamma/\tilde{\gamma})\delta k$, $\delta k = k_+ - k_-$. Зависимость функции W_1 от волнового вектора $\vec{k}$ отличается от полученной в работе /5/ наличием множителя k^{-2}, что обусловлено учетом трехмерной геометрии взаимодействия ленгмюровских волн.

Уравнение (I) не учитывает возможности возникновения в условиях интенсивного турбулентного шума обратной спектральной перекачки. Поэтому это уравнение справедливо тогда, когда нелинейная добавка к спектру ленгмюровской волны мала по сравнению с обычным дисперсионным слагаемым, т.е. при

$$k^2 r_D^2 \gg \int \frac{d\vec{k}_1}{(2\pi)^3}\frac{W_1(\vec{k}_1)}{n_e T_e}. \qquad (8)$$

Из этого неравенства следует, что решение (7) справедливо при $k > k_{min} = (4r_D)^{-1}\gamma^2\omega_{Li}^{-1}(\tilde{\gamma}\omega_{Le})^{-1/2}(k_d r_D)^{-1}$, где k_d - распадное волновое число. Поэтому решение (7) для распределения спектральной плотности энергии справедливо при $k_{min} < k_m < k < k_+$.

Согласно (7) величина мощности, вкачиваемой в плазму, равна в случае широкой области турбулентности

$$Q = (6/\pi)n_e T_e(\gamma^2/\omega_{Le})(\delta k/\Delta)^2. \qquad (9)$$

Формула (9) только численным множителем отличается от результата работы /5/, в которой не учитывались эффекты неодномерности взаимодействия волн.

Обратимся теперь к исследованию случая узкой зоны раскачки, когда $\delta k < \Delta$. В этом случае при написании уравнения, которому удовлетворяет спектральная плотность энергии внутри области раскачки, необходимо учесть, что взаимодействие волн, угол между которыми $\theta < \theta_{max}$, где $\theta_{max} = \delta k/\sqrt{2}\Delta$, приводит к перекачке внутри области раскачки, тогда как при взаимодействии волн с $\theta > \theta_{max}$ происходит вынос энергии волн из области раскачки в область поглощения. Поэтому аналог уравнения (3) в случае узкой области раскачки в предположении, что величина W_i^1 слабо зависит от волнового вектора в этой области, имеет следующий вид:

$$2\gamma = -\frac{\pi\omega_{Le}}{12n_eT_e}\,\theta^3_{max}\,\frac{\Delta^2}{(2\pi)^2}\,\frac{\partial(k^2W_i^1(k))}{\partial k} + \frac{11\sqrt{2}\pi\omega_{Le}}{105n_eT_e}\,\frac{\Delta k_-^2}{(2\pi)^2}\,W_e^1(k_-). \qquad (10)$$

Что касается уравнения для спектральной плотности энергии в области поглощения, то с точностью $\delta k/\Delta < 1$ это уравнение не отличается от уравнения (4). Поэтому решая систему (10) и (4) с граничными условиями (5) и (6) получим, что

$$W_i^1(k) = \frac{840}{11\sqrt{2}}\pi n_e T_e\,\frac{\gamma}{\omega_{Le}}\,\frac{k_+ - k}{\delta k k^2\Delta}; \quad W_e^1(k) = 24\pi n_e T_e\,\frac{\tilde{\gamma}}{\omega_{Le}}\,\frac{k - k_m'}{\Delta^2 k^2}, \qquad (11)$$

где $k_m' = k_- - (105\gamma/32\sqrt{2}\tilde{\gamma})\Delta$. Решение (11) справедливо в области волновых чисел $k > (\pi r_D)^{-1}\gamma(2\tilde{\gamma}\omega_{Li})^{-1/2}$. Последнее неравенство следует из условия отсутствия обратной перекачки (8).

Согласно (11) в плазму в случае узкого турбулентного спектра вкачивается мощность, равная

$$Q = \frac{352\sqrt{2}}{105\pi}\,n_e T_e\,\frac{\gamma^2}{\omega_{Le}}\,\frac{\delta k}{\Delta}. \qquad (12)$$

Выражение (12) численным множителем отличается от результата работы /4/. Вместе с тем, необходимо подчеркнуть, что зависимость шага Δk спектральной перекачки от непрерывной переменной θ

существенно сказывается на виде функции $W_l(k)$. Именно, вместо дискретной сателлитной структуры, полученной в /I-4/, благодаря этой зависимости от угла θ спектральная плотность энергии ленгмюровского поля в области поглощения является непрерывной функцией модуля волнового вектора.

Поступила в редакцию
5 июля I979 г.

Литература

I. А. А. Галеев, Д. Г. Ломинадзе, Г. З. Мачабели, ЖТФ, 45, I358 (I975).

2. S. Y. Yuen, Phys. Fluids, 18, 1308 (1975).

3. В. Ю. Быченков, В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Письма в ЖЭТФ, 26, 309 (I977).

4. В. П. Силин, В. Т. Тихончук, Краткие сообщения по физике ФИАН № I2, 39 (I978).

5. С. Л. Мушер, И. Я. Рыбак, Б. И. Стурман, Препринт № 65, ИАиЭ СО АН СССР, Новосибирск, I977 г.; Физика плазмы, 5, № I, 58 (I979):