

## МОДЕЛЬ РЕНТГЕНОВСКОЙ ПОЛИКАПИЛЛЯРНОЙ ЛИНЗЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

С. Р. Углов<sup>1</sup>, Н. А. Филатов<sup>1</sup>, С. Г. Чистяков<sup>1</sup>, А. С. Гоголев<sup>1</sup>,  
М. А. Казарян<sup>2</sup>, А. В. Обходский<sup>1</sup>

*Работа связана с расчетами оптических свойств фокусирующей полной поликапиллярной рентгеновской линзы. Компьютерная модель вычислений построена в приближении геометрической оптики с использованием метода Монте-Карло для генерации размеров фокусного пятна источника рентгеновского излучения. Проводится сравнение результатов расчета транспортных характеристик линзы для точечного источника и источника с конечным размером фокуса.*

**Ключевые слова:** поликапиллярная линза, рентгеновское излучение, математическая модель линзы, полином четвертой степени, коэффициент усиления.

*Введение.* Применение поликапиллярной линзы для создания острофокусного источника излучения является альтернативой пинхолу – отверстию микронного размера. Использование пинхола оправдано, когда высокая интенсивность излучения может быть достигнута простым перемещением образца ближе к источнику, но обычно существуют геометрические ограничения, которые ограничивают минимальное расстояние до источника [1]. Поликапиллярная линза, собирая и фокусируя первичное излучение от рентгеновской трубки, позволяет создать интенсивный источник излучения с виртуальным фокусным пятном микронных размеров. Оптическое устройство может включать в себя один или несколько моно- или поликапилляров, которые специальным образом расположены и изогнуты в соответствии с условиями формирования рентгеновского пучка.

В большинстве моделей расчет распространения излучения в поликапиллярной линзе основан на построении по законам геометрической оптики серии прямолинейных траекторий рентгеновского луча, многократно отраженного внутренней поверхностью

---

<sup>1</sup> Национальный исследовательский Томский политехнический университет, 634034 Россия, Томск, пр-т Ленина, 30; e-mail: art707@tpu.ru.

<sup>2</sup> ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53.

одиноким капилляра [2]. Фактически, эффективность распространения рентгеновских лучей в капиллярах определяется кратным отражением от оболочки и зависит от показателя преломления, коэффициента поглощения капиллярного материала и от конкретной геометрии оптики, такой как диаметр и кривизна капиллярного канала, топология укладки каждого капилляра в тело линзы [3]. Таким образом, для модельных расчетов распространения излучения в поликапиллярной линзе необходимо задать аналитическое описание поверхности каждого капилляра в линзе.

Обычно в литературе не приводят подробных данных о топологии капилляров в линзе. В настоящей работе представлена модель линзы, параметры которой рассчитываются исходя из общих геометрических размеров линзы, таких как длина линзы, ее диаметры в центре и на концах, а также данные о фокусных расстояниях для обоих концов линзы. Строя математическую модель линзы, мы основывались на том, что при изготовлении линзы, методом вытягивания из сборки однородных монолитных поликапилляров, выполняется принцип подобия, который обеспечивает сохранение формы поперечного сечения (кольцо) капилляра и сохранение пропорций между диаметром трубки и толщиной ее стенки, т.е. диаметр всех капилляров в линзе изменяется синхронно по всей ее длине.

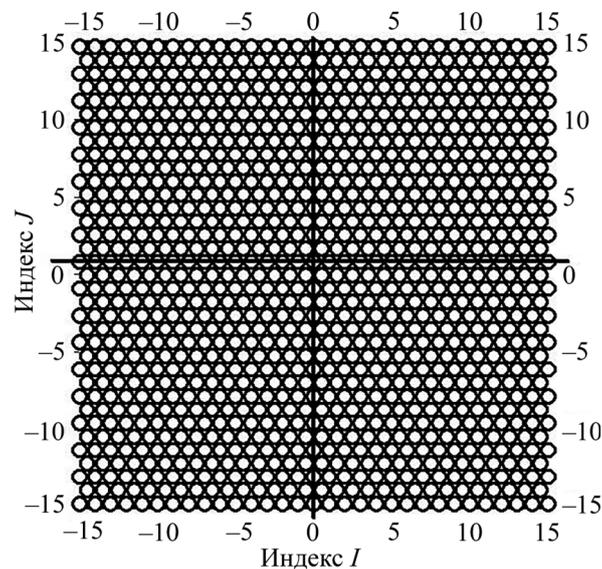


Рис. 1: Упаковка капилляров в линзе.

*Модель линзы.* Очевидно, что в целом топология линзы задается формой капилляров, имеющих переменный радиус по длине капилляра, и способом их укладки в тело линзы. Рис. 1 демонстрирует способ укладки капилляров в линзе (вид с торца линзы).

Здесь каждому капилляру присвоен индекс из двух целых чисел  $i$  и  $j$ , соответствующих номеру столбца  $i$  и номеру ряда  $j$ , в которых находится капилляр, относительно центра линзы. В использованном нами подходе массив капилляров линзы задается семейством полиномов (1), которые описывают внутреннюю поверхность каждого капилляра в линзе в зависимости от  $z$  и двойного индекса капилляра –  $i, j$ .

$$(x - X_0^i(z, R_0))^2 + (y - Y_0^j(z, R_0))^2 - r_{00}^2(z, R_{00}) = 0. \quad (1)$$

Здесь  $x, y, z$  – текущие координаты внутренней поверхности капилляра,  $r_{00}$  – текущий внутренний радиус капилляра,  $X_0^i, Y_0^j$  – координаты оси капилляра,  $R_0$  и  $R_{00}$  – внешний и внутренний радиусы капилляра в центре линзы при  $z = 0$ , соответственно. Для описания текущих радиусов капилляра  $r_0$  и  $r_{00}$  использовался полином четвертой степени (2):

$$f(z) = U(z^2 - a^2)(z^2 - b^2). \quad (2)$$

Соответственно, уравнения для радиуса капилляра и координат осевой линии каждого капилляра в зависимости от  $z$  будут иметь вид:

$$r_0(z, R_0) = \frac{R_0(z^4 - z^2(a^2 + b^2) + a^2b^2)}{a^2b^2}, \quad (3)$$

$$r_{00}(z, R_{00}) = \frac{R_{00}(z^4 - z^2(a^2 + b^2) + a^2b^2)}{a^2b^2}, \quad (3')$$

$$X_0^i(z) = \frac{C^i R_0(z^4 - z^2(a^2 + b^2) + a^2b^2)}{a^2b^2}, \quad (4)$$

$$Y_0^j(z) = \frac{C^j R_0(z^4 - z^2(a^2 + b^2) + a^2b^2)}{a^2b^2}, \quad (4')$$

где  $i, j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $C^i = 2i - 1$  для  $j = 2k$ ,  $C^i = 2i$  для  $j = 2k - 1$ ,  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ,  $C^j = \sqrt{3}j$ .

Чтобы найти коэффициенты  $(a^2 + b^2)$  и  $a^2b^2$ , составим систему уравнений, используя основные геометрические и оптические параметры линзы, представленные в табл. 1 [5]. Будем исходить из предположения, что касательная к поверхности самого внешнего капилляра линзы, построенная для ее крайней точки ( $z = L/2$ ), пересекает ось линзы на ожидаемом фокусном расстоянии  $f_1(f_2)$  от ее края, т.е. угол наклона касательной  $\alpha_1(\alpha_2)$ , равен половине угла захвата, построенного из точки фокуса, как показано на рис. 2. Отметим, что уравнения (2) и (3) описывают форму образующей центрального капилляра, кроме того, при большом числе капилляров  $N \gg 1000$  форма всей линзы в поперечном направлении подобна форме центрального капилляра с точностью до масштабирующего множителя  $\sim N^{0.5}$ .

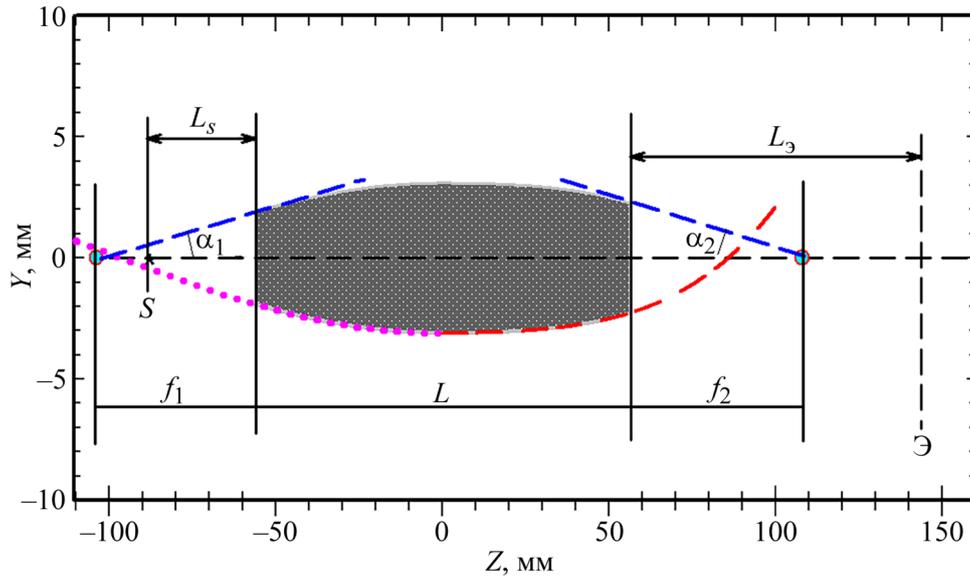


Рис. 2: Схема линзы. Точками и штрихом показаны рассчитанные образующие, задающие общую форму левой и правой части линзы, соответственно. Наклонные штриховые прямые линии соответствуют касательным к поверхности на концах линзы.

Т а б л и ц а 1

Параметры линзы

Фокусное расстояние $f_1$	мм	47.5
Фокусное расстояние $f_2$	мм	51.5
Длина $L$	мм	113
Диаметр на входе $D_1$	мм	3.8
Диаметр на выходе $D_2$	мм	4.5
Диаметр в центре $D_0$	мм	6.2
Диаметры капилляра в центре линзы	$2R_0$	$\mu\text{м}$ 5
	$2R_{00}$	$\mu\text{м}$ 4

Используя уравнение (2), запишем общее уравнение касательной к внешней поверхности всей линзы:

$$f' = 2Uz(2z^2 - (a^2 + b^2)). \tag{5}$$

Тогда для  $z = -L/2$ , принимая, что угол наклона касательной к оси линзы  $\alpha_1 = D_1/2f_1$  при условии, что  $f_1 \gg D_1$ , можем записать

$$-UL(L^2/2 - (a^2 + b^2)) = D_1/2/f_1. \tag{5'}$$

Кроме того, используя (2), запишем для радиуса линзы в середине ее длины ( $z = 0$ )

$$R_{z=0} = Ua^2b^2 = D_0/2, \tag{6}$$

и для радиуса на левом краю линзы ( $z = -L/2$ )

$$R_{z=-L/2} = U(L^2/4 - a^2)(L^2/4 - b^2) = D_1/2, \tag{7}$$

здесь  $D_0$  и  $D_1$  – диаметры линзы в центре и на краю, соответственно. Из решения системы уравнений, составленной из (5'), (6) и (7), не сложно найти  $U$ ,  $(a^2 + b^2)$  и  $a^2b^2$ .

$$U = \frac{16\Delta r - 4a_1L}{L^4}, \quad a^2b^2 = D_0/(2U), \quad (a^2 + b^2) = \frac{4}{L^2} \left( \frac{L^4}{16} + \frac{\Delta r}{U} \right),$$

$$(a^2 + b^2) = \frac{L^2}{4} \left( 1 + \frac{4\Delta r}{4\Delta r - a_1L} \right), \quad a^2b^2 = \frac{L^4D_0}{8(4\Delta r - a_1L)}. \tag{8}$$

Здесь  $\Delta r = (D_0 - D_1)/2$ . Используя  $D_2$  и  $f_2$ , найдем параметры для правой части линзы.

Т а б л и ц а 2

*Транспортные параметры линзы,  
рассчитанные для точечного и распределенного источника излучения  
в зависимости от энергии*

Точечный источник						
$\hbar\omega$ , кэВ	10	20	30	40	50	60
$T$ , %	47.1	41.5	23.2	12.8	7.25	4.5
$t(f_1)$ , %	10.6	10.5	8.15	6.7	3.95	2.58
$\sigma$ , мкм	41.4	37	29.8	25.6	22.2	19.5
$G$	8460	8346	6527	4596	3188	2067
Распределённый источник ( $0.4 \times 0.8$ мм <sup>2</sup> )						
$T$ , %	4.975	0.82	0.18	0.06	0.02	0.014
$t(f_1)$ , %	0.2	0.1	0.042	0.021	0.013	0.0076
$\sigma$ , мкм	84	50	35	30	25	25
$G$	160	80	34	17	10.5	6

*Результаты.* В табл. 2 представлены значения коэффициента прохождения  $T$ , коэффициента усиления  $G$  (см. ниже) и  $\sigma$  (среднеквадратичное отклонение) для размера

фокусного пятна в фокусе  $f_2$ , рассчитанные для точечного источника и для распределенного источника с размерами  $0.4 \times 0.8$  мм<sup>2</sup>, расположенными в фокусе  $f_1$ . Расчеты были проведены для капилляров из боросиликатного стекла с использованием базы данных [6] для вычисления коэффициентов отражения. В табл. 2 приведены два значения коэффициента прохождения:  $T$  – полный коэффициент прохождения излучения через линзу и  $t$  – коэффициент прохождения излучения через площадку размером  $50 \times 50$  мкм<sup>2</sup>, расположенную в фокусе линзы. Обычно при энергии излучения 17.4 кэВ, коэффициент прохождения составляет  $T = 37\%$ . Это значение хорошо согласуется со значением  $T = 41.5\%$ , которое получено из модельных расчетов для точечного источника. Кроме того, результаты расчетов, в общем, хорошо согласуются с типичными экспериментальными значениями  $T$ , представленными в работе [4]. Коэффициент усиления  $G$  рассчитывался, используя (9) для пинхола диаметром  $d$  с площадью отверстия, эквивалентной площади  $S = 50 \times 50$  мкм<sup>2</sup>.

$$G = t \left( \frac{D_1 L + f_1 + f_2}{f_1 d} \right)^2. \quad (9)$$

*Заключение.* Сравнение результатов расчетов, представленных в табл. 2 для точечного и распределенного источника излучения, показывает значительную потерю эффективности прохождения излучения через линзу для источника с конечными размерами. С одной стороны, это указывает на особые требования к размеру источника, с другой – указывает на то, что излучение, незахваченное капиллярами линзы, будет создавать дополнительный фон в рабочей области за линзой, особенно в диапазоне высоких энергий излучения. Поэтому целесообразно для понижения уровня фона использовать дополнительный пинхол, расположенный в выходном фокусе линзы с диаметром отверстия, соответствующим размерам фокусного пятна.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, уникальный идентификатор работ (проекта) RFMEFI57816X0198.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] Yiming Yan, in *Advances in X-ray Analysis: Proceedings of the Denver X-ray Conference*, Denver, USA, 1996, vol. 40, p. 200; <http://www.icdd.com/index.php/advances-in-x-ray-analysis/>.

- [2] C. A. MacDonald and W. M. Gibson, *Polycapillary and Multichannel Plate X-Ray Optics, Chapter 30, in Handbook of Optics, Vol. III, ed. M. Bass* (McGraw Hill, New York, 2000).
- [3] C. Baozhen and Y. Yiming, *Chinese Physics Letters* **16**(9), 630 (1999).
- [4] J. Xie, Y. Yan, X. Ding, et al., *X-Ray Spectrometry* **29**, 305 (2000).
- [5] A. S. Gogolev, N. A. Filatov, S. R. Uglov, et al., *Journal of Instrumentation* **13**(4), C04020 (2018).
- [6] [ftp://ftp.esrf.fr/pub/scisoft/DabaxFiles/f1f2\\_Henke.dat](ftp://ftp.esrf.fr/pub/scisoft/DabaxFiles/f1f2_Henke.dat).

Поступила в редакцию 10 августа 2018 г.

После доработки 19 ноября 2018 г.

Принята к публикации 19 ноября 2018 г.