Краткие сообщения по физике № 1 1978

АСИМПТОТИЧЕСКАЯ СВОБОДА И СИМПЛЕКТИЧЕСКАЯ ГРУППА

Ю. Н. Колмаков, Н. Ф. Нелипа, М. Чайчиан [ж)]

УДК 539.12 (075)

Показано, что в рамках групп Sp(4) и Sp(6) не удается построить асимптотически свободных моделей с массивными полями Янга-Миллса.

В последнее время интенсивно исследуется вопрос о возможности построения таких моделей квантовой теории поля, которые были бы одновременно асимптотически свободными и содержали только массивные поля Янга-Миллса. Анализировались модели, инвариантные относительно неабелевых групп SU(N) и O(N). Было установлено, что в случае стабильных точек указанные модели построить не удается /1/, в случае нестабильных точек такие модели можно построить лишь иногда и только для фиксированных значений констант связи и масс /2/. В такой ситуации представляет интерес рассмотрение других типов симметрии.

Цель настоящей работы - выяснить возможность построения асимптотически свободных моделей с массивными полями Янга-Миллса в рамках неабелевых групп Sp(4) и Sp(6).

1. Группа Sp(4). Алгебра Ли группы Sp(4) содержит /3/ десять четырехрядных матриц λ_α. Размерности фундаментального и регулярного представлений равны соответственно 4 и 10.

Рассмотрим модель, включающую декуплет полей Янга-Миллса B_μ^a, m квартетов спиноров $\psi^a_{(k)}$, спинорный синглет ξ и один квартет заряженных скаляров φ^a. Лагранжиан такой модели, инвариантный относительно группы Sp(4), выглядит так:

ж) Московский Государственный Университет, Институт ядерной физики.

$$L = L_{JM} + \sum_{k=1}^{m} i\bar{\psi}^a_{(k)}\gamma^\mu \nabla^{ab}_\mu \psi^b_{(k)} + i\bar{\xi}\gamma^\mu \partial_\mu \xi +$$

$$+ |\nabla^{ab}_\mu \varphi^b|^2 - h\bar{\psi}^a_{(1)}\xi\varphi^{(a)} - h\bar{\xi}\psi^a_{(1)}\varphi^{+a} + L_\varphi + L_M, \qquad (I)$$

Здесь $L_{JM} = -(1/4)(\partial_\mu B^a_\nu - \partial_\nu B^a_\mu - gf_{abc}B^b_\mu B^c_\nu)^2$ – лагранжиан поля Янга-Миллса, $\nabla^{ab}_\mu = \partial_\mu \delta^{ab} + ig(\lambda_c)^{ab}B^c_\mu$ – обобщенная производная, $(\lambda_c)^{ab}$ – генераторы заданного представления группы $Sp(4)$, g – константа взаимодействия полей Янга-Миллса (самодействие и взаимодействие со спинорным и скалярным полями), h – константа взаимодействия спинорного и скалярного полей, f – константа взаимодействия скалярного поля, $L_M = -\sum_{k=1}^{m} M_k \bar{\psi}^a_{(k)}\psi^a_{(k)} + \mu^2(\varphi^{+a}\varphi^a)$ – массовый лагранжиан, $L_\varphi = -(1/4)f(\varphi^+\varphi)^2$.

Система уравнений для эффективных зарядов $G(t)$, $H(t)$, $F(t)$ запишется следующим образом:

$$16\pi^2 dG^2/dt = -s_o G^4, \quad G^2(0) = g^2,$$

$$16\pi^2 d\bar{H}^2/dx = \bar{H}^2\left[6\bar{H}^2 - (30 - s_o)\right], \quad \bar{H}^2(0) = h^2/g^2, \qquad (2)$$

$$16\pi^2 d\bar{F}/dx = 8\bar{F}^2 - (60 - s_o)\bar{F} + 96 + 8\bar{H}^2\bar{F} - 16\bar{H}^4, \quad \bar{F}(0) = f/g^2,$$

где $$s_o = (260 - 16m)/3, \quad x = (16\pi^2/s_o)\ln\left(1 + \frac{s_o}{16\pi^2}g^2 t\right),$$

$H = \bar{H}G$, $F = \bar{F}G^2$.

Рассмотрим случай стабильных точек. Первое уравнение имеет асимптотически свободное решение относительно константы G, если $1 \leqslant m \leqslant 16$. Решением второго уравнения будет $H = 0$. Тогда существует асимптотически свободное решение третьего уравнения по константе F, если $m \geqslant 16$. Таким образом, рассматриваемая модель будет асимптотически свободной в случае стабильных точек, если $m = 16$.

Однако при наличии только одного квартета скаляров с помощью механизма Хиггса удается обеспечить массивность лишь семи компонент полей Янга-Миллса. Чтобы сделать все десять компонент полей Янга-Миллса массивными, необходимо ввести в модель два квартета скаляров φ^a. В этом случае лагранжиан (I) будет содержать два квартета скаляров и

$$L_\varphi = -\frac{1}{4} f(\varphi^+_{(1)}\varphi_{(1)})^2 - \frac{1}{4} f(\varphi^+_{(2)}\varphi_{(2)})^2 - \tilde{f}_{12}(\varphi^+_{(1)}\varphi_{(1)})(\varphi^+_{(2)}\varphi_{(2)}) -$$

$$- f_{12}(\varphi^+_{(1)}\varphi_{(2)})(\varphi^+_{(2)}\varphi_{(1)}) - f_{12}R_{abcd}\varphi^{+a}_{(1)}\varphi^{+b}_{(2)}\varphi^{c}_{(1)}\varphi^{d}_{(2)},$$

где $R_{abcd} = (\delta_{1a}\delta_{4b} - \delta_{4a}\delta_{1b} + \delta_{3a}\delta_{2b} - \delta_{2a}\delta_{3b})(\delta_{1c}\delta_{4d} - \delta_{4c}\delta_{1d} + \delta_{3c}\delta_{2d} - \delta_{2c}\delta_{3d})$. Последний член в L_φ введен потому, что антикоммутатор матриц λ_c не выражается через линейную комбинацию исходных матриц.

Система уравнений для эффективных зарядов G, H, F, $\tilde{F}_{12}$, F_{12} для модели с двумя квартетами φ^a выглядит так:

$$16\pi^2 dG^2/dt = - s_o G^4, \quad G^2(0) = g^2,$$

$$16\pi^2 d\bar{H}^2/dx = 6\bar{H}^4 - \left(\frac{16m - 166}{3}\right)\bar{H}^2, \quad \bar{H}^2(0) = h^2/g^2,$$

$$16\pi^2 d\bar{F}/dx = 8\bar{F}^2 + 16\bar{\tilde{F}}^2_{12} + 8\bar{F}^2_{12} + 16\bar{\tilde{F}}_{12}\bar{F}_{12} - (60 - s_o)\bar{F} + 96 +$$

$$+ 8\bar{H}^2\bar{F} - 16\bar{H}^4, \quad \bar{F}(0) = f/g^2,$$

$$16\pi^2 d\bar{\tilde{F}}_{12}/dx = 10\overline{F\tilde{F}}_{12} + 4\overline{FF}_{12} + 4\bar{\tilde{F}}^2_{12} + 4\bar{F}^2_{12} - (60 - s_o)\bar{\tilde{F}}_{12} +$$

$$+ 12 + 8\bar{H}^2\bar{\tilde{F}}_{12}, \quad \bar{\tilde{F}}_{12}(0) = \tilde{f}_{12}/g^2,$$

$$16\pi^2 d\bar{F}_{12}/dx = 2\overline{FF}_{12} + 4\bar{F}^2_{12} + 8\bar{\tilde{F}}_{12}\bar{F}_{12} - (60 - s_o)\bar{F}_{12} + 36 + 8\bar{H}^2\bar{F}_{12},$$

$$\bar{F}_{12}(0) = f_{12}/g^2,$$

где $s_o = \frac{256 - 16m}{3}$, $H = \bar{H}G$, $F = \bar{F}G^2$, $\tilde{F}_{12} = \bar{\tilde{F}}_{12}G^2$, $F_{12} = \bar{F}_{12}G^2$.

Эта система не имеет асимптотически свободных решений для одной из скалярных констант связи, как в случае стабильных, так и в случае нестабильных точек.

2. Группа Sp(6). Для этой группы имеет место ситуация, аналогичная группе Sp(4). Модель с одним секстетом скаляров φ^a асимптотически свободна в случае стабильных точек, но при этом массивными будут только II компонент полей Янга-Миллса. Чтобы обеспечить массивность 2I компоненты полей Янга-Миллса, надо ввести в модель три скалярных секстета, но тогда модель перестает быть асимптотически свободной.

Поступила в редакцию
I6 сентября I977 г.

Литература

1. D. J. Gross, F. Wilezek, Phys. Rev., D8, 3633 (1973); T. P. Cheng, E. Eichten, Ling-Fong-Li, Phys. Rev., D9, 2259 (1974); P. S. Collecott, Nuovo Cimento, 24A, 183 (1974).
2. Chang Ngee-Pong, Phys. Rev., D10, 2706 (1974); M. Suzuki, Nucl. Phys., B83, 269 (1974); В. В. Белокуров, А. А. Владимиров, Д. И. Казаков, А. А. Славнов, Д. В. Ширков, ТМФ, I9, I49 (1974); E. S. Fradkin, O. K. Kalashnikov, Phys. Lett., 59B, 159 (1975); J. Phys. A., Math. Gen., 8, 1814 (1975); Б. Л. Воронов, И. В. Тютин, Письма ЖЭТФ, 2I, 369 (I975); Ядерная физика, 23, I3I6 (I976); Вопросы физики элементарных частиц, стр. 352, 1976 г., Ереван; N. F. Nelipa, High energy particle interaction, vol. 2, Bratislava, 1976, p. 373.
3. R. E. Behrends, J. Dreitlein, C. Fronsdal, W. Lee, Rev. Mod. Phys., 34, 5 (1962).