Краткие сообщения по физике № 10 1978

РАЗВИТИЕ ДИССИПАТИВНОЙ ПУЧКОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПРИ ИНЖЕКЦИИ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ПЛАЗМУ

А. А. Рухадзе, В. Г. Рухлин, В. В. Северьянов

УДК 533.95

В линейном приближении рассмотрена динамика индуцированных полей при инжекции релятивистского электронного пучка в холодную столкновительную плазму. Показано, что в случае достаточно частых столкновений в плазме развивается диссипативная пучковая неустойчивость. В системе координат, движущейся с групповой скоростью определенной цилиндрической гармоники, амплитуда поля этой гармоники экспоненциально нарастает во времени с максимальным инкрементом диссипативной пучковой неустойчивости.

Первая попытка учесть обратное влияние индуцируемых при инжекции пучка в плотную плазму полей на пучок и тем самым самосогласованно рассмотреть динамику индуцированных полей была предпринята в работе /I/. В настоящем кратком сообщении мы исследуем влияние столкновений электронов в плазме на динамику индуцированных полей и уточним некоторые из полученных ранее /I/ формул. Обозначения те же, что в работе /I/.

Итак, пусть в момент $t = 0$ начинается инжекция электронного пучка с торца полуограниченного полностью заполненного замагниченной плазмой волновода радиуса r_0 в направлении $z > 0$. В плоскости инжекции $z = 0$ заданы плотность $n_0(t)$ и скорость $u_0 = \mathrm{const}$ пучка. В начальный момент $t = 0$ возмущения в системе отсутствуют. В области волновода $z > 0$, $r \leq r_0$ при $t > 0$ параметры пучка и плазмы возмущаются вносимым пучком зарядом и током. Систему уравнений Максвелла, а также уравнений движения и непрерывности холодных электронов пучка и плазмы можно свести к одному уравнению для z-компоненты Фурье-Бесселя электрического поля

$$\left[\frac{d^2}{d\tau^2} + 2b_s\frac{d}{d\tau} + \alpha_s^2\left(1 - \frac{n_o(\tau)}{q^2n_b}\right)\right]E_{zq}^{(s)}(\tau) = \frac{2E_o}{q\mu_sJ_1(\mu_s)}\frac{d}{d\tau}\frac{n_o(\tau)}{n_b}, \qquad (I)$$

где $E_o = 4\pi|e|n_bu_o/\omega_p$, $\gamma = (1 - u_o^2/c^2)^{-1/2}$, $\alpha_s = (1 - \mu_s^2/k_o^2)^{1/2}$, $k_o = \omega_pr_o/\gamma u_o$, $\omega_p = (4\pi N_oe^2/m)^{1/2}$, $\omega_b = (4\pi n_be^2/m\gamma^3)^{1/2}$,

$$b_s = (q\omega_b\gamma^2\mu_s^2/\omega_p\alpha_s^2k_o^2) + (\nu/2\omega_p\alpha_s^2),$$

ν – частота столкновений электронов плазмы, μ_s – корни функции Бесселя $J_o(\mu_s) = 0$, причем $s \ll s_o$ в соответствии с условием $\mu_s < k_o$. Уравнение (I) описывает поле на расстояниях $z \gg \gamma^2u_o/\omega_p$ (при этом в уравнениях Максвелла, записанных в переменных $\tau = \omega_p(t - z/u_o)$, $\zeta = \omega_bz/u_o$, $\rho = r/r_o$, слагаемые с производными по ζ малы) и за времена $t \gg \omega_p^{-1}$ (точнее $\varkappa_s \gg 1$, в этом случае основной вклад в интеграле по q в преобразовании Фурье-Лапласа дает область $q \gg 1$). Именно на таких расстояниях и за такие времена только и возможен экспоненциальный рост поля, свидетельствующий о развитии пучково-плазменной неустойчивости. Отметим также, что при выводе уравнения (I) в малом слагаемом $\sim b_s$, дающем вклад в инкремент неустойчивости, мы воспользовались приближенным соотношением

$$(d^2/d\tau^2)E_{zq}^{(s)}(\tau) \approx -\alpha_s^2E_{zq}^{(s)}(\tau), \qquad (2)$$

пренебрегая вкладом пучка [x)].

Уравнение (I) можно приближенно решить при произвольной зависимости $n_o(\tau)$, если время T выхода пучкового тока на постоянное значение en_bu_o мало по сравнению с обратным инкрементом пучковой неустойчивости, вычисленным по плотности n_b. В этом случае можно в левой части уравнения (I) положить $n_o(\tau) \approx n_b$ и решить полученное неоднородное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами. Подставив найденное решение в формулу обратного преобразования Фурье-Бесселя и проинтегрировав по q методом перевала при $\varkappa_s \gg 1$ придем к следующему выражению для электрического поля ($\tau > 0$):

[x)] Соответствующее слагаемое опущено в работе /I/.

$$E_z(\rho,\zeta,\tau) = \sum_{s=1}^{s_0} \frac{2E_0 J_0(\mu_s\rho)\exp(\sqrt{3}\varkappa_s - \nu\tau/2\omega_p)}{\alpha_s\mu_s J_1(\mu_s)\sqrt{8\pi\varkappa_s}} \int_0^\tau d\zeta \sin\left[\alpha_s(\tau - \zeta) - \right.$$

$$\left. - \varkappa_s + \frac{\pi}{12}\right] \frac{dn_0(\zeta)}{d\zeta n_b}, \qquad (3)$$

где $\varkappa_s = (3/4)\left[\tau\alpha_s(\zeta - \tau\omega_b\gamma^2\mu_s^2/\omega_p k_0^2\alpha_s^2)^2\right]^{1/3}$.

Из формулы (3) следует, что экспоненциальное нарастание поля имеет место только при условии $\varkappa_s > \nu\tau/2\sqrt{3}\omega_p$, причем цилиндрические гармоники с разными s растут по-разному и достигают в каждый фиксированный момент времени своих максимальных значений на разных расстояниях от торца волновода. Наибольшими инкрементом обладает низшая мода с $\mu_1 = 2,4$. Так, например, в плазме со слабыми столкновениями

$$\nu \ll \nu^* = \omega_p\left[\frac{\omega_b}{\omega_p}\left(1 + \mu_s^2\frac{u_0^2\gamma^2}{k_0^2c^2}\right)\right]^{2/3}$$

максимальная амплитуда s-той гармоники поля достигается в точке $z_s = v_{g1}^{(s)}t$, движущейся с групповой скоростью волны

$$v_{g1}^{(s)} = \frac{2}{3}u_0 + \frac{u_0}{3}\frac{\gamma^2\mu_s^2c^2}{k_0^2c^2 + \mu_s^2\gamma^2u_0^2}. \qquad (4)$$

В указанной точке амплитуда индуцированного поля экспоненциально растет $\sim\exp(\Gamma_1^{(s)}t)$ с инкрементом, равным инкременту нарастания малых флуктуаций в бесстолкновительной пучково-плазменной системе при стационарной инжекции пучка *):

$$\Gamma_1^{(s)} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\omega_p}{\gamma}\left(\frac{n_b}{2N_0}\frac{k_0^2c^2\alpha_s^3}{k_0^2c^2 + \mu_s^2\gamma^2u_0^2}\right)^{1/3}. \qquad (5)$$

В случае частых столкновений электронов плазмы, когда $\nu \gg \nu^*$, развивается диссипативная пучковая неустойчивость. Соответствую-

---

*) В работе /I/ этот инкремент выписан неточно.

щие выражения для групповой скорости и максимального инкремента нарастающей волны при этом имеют вид

$$v_{g2}^{(s)} = u_o - u_o\alpha_s^2 \frac{\omega_b}{\omega_p}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\omega_p}{\nu}\alpha_s\right)^{3/2} \qquad (6)$$

$$\Gamma_2^{(s)} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\omega_p}{\gamma}\left(\frac{\sqrt{3}}{2\gamma}\frac{n_b}{N_o}\frac{\omega_p}{\nu}\alpha_s^3\right)^{1/2}. \qquad (7)$$

Итак, инжектируемый в плазму пучок возбуждает плазменную волну, которая, воздействуя на пучок, модулирует его на ленгмюровской частоте. Модулированный пучок взаимодействует с индуцированным волновым полем таким образом, что происходит изменение фазы волны и рост ее амплитуды, т.е. развиваются пучковые неустойчивости. Как отмечалось в работе /I/, максимальные значения нарастающих индуцированных полей могут значительно превосходить поля нарастающих при неустойчивости тепловых флуктуаций в плазме.

Поступила в редакцию
7 июля I978 г.

Литература

I. А. А. Рухадзе, В. Г. Рухлин, В. В. Северьянов, Физика плазмы, 4, № 2, 463 (I978).