Краткие сообщения по физике № 11 1977

О ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ЭФФЕКТЕ В СВЕРХПРОВОДЯЩЕМ КОЛЬЦЕ

А. М. Гулян, Г. Ф. Жарков

УДК 536.48

Получено аналитическое решение для неравновесной разности химпотенциалов электронов в неравномерно нагретом сверхпроводящем биметаллическом кольце. С помощью найденного решения исследован вопрос о величине неравновесной добавки к магнитному потоку, возникающему в замкнутом термоэлектрическом контуре.

Вопрос о термоэлектрических эффектах в сверхпроводниках рассматривался в целом ряде работ (см. обзор /I/). В частности, при наличии градиента температуры в биметаллическом сверхпроводящем кольце возникает магнитный поток Φ_T и связанный с ним термоэлектрический ток, имеющие индукционное происхождение /I/. В работе /2/ было обращено внимание на то, что при наличии в цепи нормального тока, пропорционального градиенту температуры, возникает неравновесность, связанная с взаимным превращением сверхпроводящего и нормального токов, что приводит к дополнительному вкладу в магнитный поток. Настоящая работа посвящена более подробному обсуждению этого дополнительного эффекта.

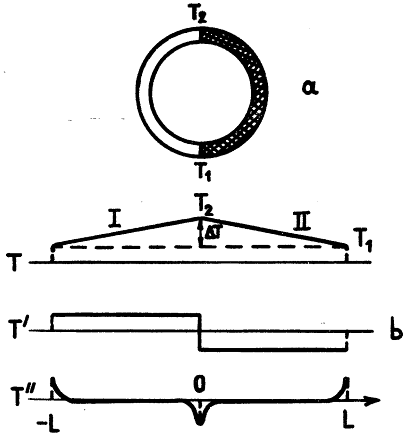
Рассмотрение удобно вести, исходя из введенного в /3/ представления о неравновесной разности химпотенциалов $\delta\mu$, возникающей в цепи при отличном от нуля значении $\mathrm{div}\,\vec{j}_s \neq 0$ (см. подробнее /I/):

$$-(\sigma_n/el_b^2)\delta\mu = \mathrm{div}\,\vec{j}_s, \quad \vec{j}_s = -\vec{A}/c\Lambda. \qquad (I)$$

Здесь σ_n - проводимость нормальных возбуждений в сверхпроводнике, l_b - характерная длина, связанная с релаксацией между ветвями квазичастичного спектра электроно-подобных и дырочно-подобных возбуждений /4,5/, $\vec{A}$ - векторный потенциал, $\Lambda = m/e^2n_s$.

В биметаллическом кольце при наличии градиента температуры (рис. Ia) имеется нормальный ток

$$\vec{j}_n = \sigma_n(\alpha_n \nabla T + \nabla \delta\mu/e), \tag{2}$$



Р и с. I. а) Биметаллическое кольцо. б) Распределение температуры в кольце (развернуто в отрезок $-L \leqslant x \leqslant L$)

где σ_n - нормальная проводимость, α_n - дифференциальная термо-эдс. Поскольку в стационарных условиях имеем

$$\mathrm{div}(\vec{j}_s + \vec{j}_n) = 0, \tag{3}$$

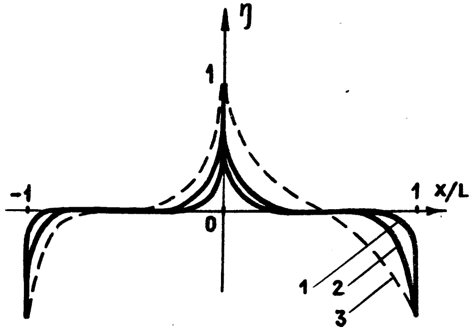
то из (I) - (3) при $\sigma_n = \mathrm{const}$ следует уравнение для неравновесной разности химпотенциалов $\delta\mu \equiv \eta(x)$ (см. /2/)

$$\eta'' - \frac{1}{l_b^2(x)}\eta = \beta T''(x), \tag{4}$$

где $l_b(x) = l_1\Theta(-x) + l_2\Theta(x)$, $\Theta(x) = 0$ при $x<0$, $\Theta(x) = 1$ при $x>0$, $\beta = -\alpha_n e$, $l_{1,2}$ - характерные длины для сверхпроводников I и 2. В работе /2/ на основе кинетического уравнения /6/ показано, что для сверхпроводников со щелью длина l_b вблизи

T_c может быть очень велика, достигая значений $l_b \sim 0{,}1$ см (сравните /3,5/). Принимая, что температура в кольце распределена по закону, изображенному на рис. 1б (мы развернули кольцо в отрезок $-L \leqslant x \leqslant L$), имеем

$$T''(x) = (\Delta T/L)\left[\delta(x + L) + \delta(x - L) - 2\delta(x)\right]. \qquad (5)$$



Р и с. 2. Графики решений (6)-(8) уравнений (4), (5) (Φ нормирована на величину $(\alpha_n e\Delta T/L)l_1 l_2/(l_1 + l_2)$; $l_1 = 0{,}1$, $l_2 = 0{,}2$); 1) $L = 10$; 2) $L = 3$; 3) $L = 1$

Аналитическое решение уравнений (4), (5), удовлетворяющее условиям непрерывности потенциала $\eta(x)$ в точках $x = 0$ и $x = \pm L$, имеет вид

$$\eta(x) = \alpha_n e \frac{\Delta T}{L}\left\{A(l_1,l_2)\Theta(-x) + A(l_2,l_1)\Theta(x)\right\} \operatorname{sh}\frac{L - 2|x|}{2l_b(x)}, \qquad (6)$$

$$A(l_1,l_2) = 8\operatorname{sh}\frac{L}{2l_2}\left[l_1 \operatorname{sh}\frac{L}{2l_2}\operatorname{ch}\frac{L}{2l_1} + l_2 \operatorname{sh}\frac{L}{2l_1}\operatorname{ch}\frac{L}{2l_2}\right] \times$$

$$\times\left[\left(\frac{l_1}{l_2} + \frac{l_2}{l_1}\right)\operatorname{sh}\frac{L}{l_1}\operatorname{sh}\frac{L}{l_2} + 2\left(\operatorname{ch}\frac{L}{l_1}\operatorname{ch}\frac{L}{l_2} - 1\right)\right]^{-1}. \qquad (7)$$

Если длины одинаковы $l_1 = l_2 = l_b$, то решение упрощается:

$$\eta(x) = \frac{\alpha_n e \Delta T}{L} l_b \left[\mathrm{ch}\,\frac{L-|x|}{l_b} - \mathrm{ch}\,\frac{x}{l_b} \right] \Big/ \mathrm{sh}\,\frac{L}{l_b}. \qquad (8)$$

На рис. 2 приведены графики решений (6), (8) при нескольких значениях l_1 и l_2. Видно, что неравновесная добавка $\delta\mu = \eta(x)$ возникает в тех точках, где тепло подводится или отводится от образца

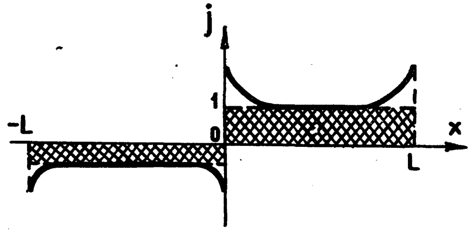


Рис. 3. Распределение нормальных токов в кольце с $L = 1$; $l_1 = 0,1$; $l_2 = 0,2$ (j нормирована на величину $c\Delta_2 j_{T2}$). Пунктирные линии - термоэлектрические токи j_T без учета неравновесной добавки, сплошные линии - полные токи $j_T + \delta j$

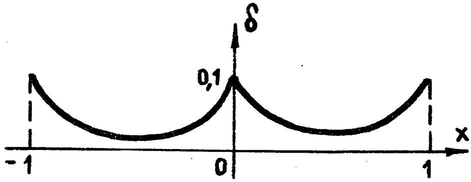
(точки смены градиента температуры). При удалении от этих точек функция $\eta(x)$ экспоненциально спадает вглубь образца, с характерной длиной спадания l_b.

Поскольку плотность полного тока $\vec{j}$ на контуре, проходящем в толще сверхпроводящего кольца, равна нулю (эффект Мейсснера), то интегрируя равенство $\vec{j} = \vec{j}_s + \vec{j}_n = 0$ по указанному контуру, получим с учетом (I), (2)

$$\Phi = \oint \vec{A} d\vec{l} = \Phi_T + \delta\Phi, \quad \Phi_T = \oint c\Delta\sigma_n \alpha_n \nabla T d\vec{l}, \quad \delta\Phi = \oint c\Delta\sigma_n \nabla \delta\mu d\vec{l}. \quad (9)$$

Здесь Φ_T - обычный термоэлектрический поток, возникающий в неоднородном сверхпроводящем кольце при наличии градиента температуры /I,7,8/, а $\delta\Phi$ - дополнительный поток, обязанный неравновесной добавке $\delta\mu$.

На рис. 3 изображены подинтегральные выражения (9), пропорциональные $\vec{j}_T = \sigma_n \alpha_n \nabla T$, и $\delta\vec{j} = \sigma_n \nabla \delta\mu$ (кривые нормированы на величину $c\Lambda_2 j_{T2}$). Разность заштрихованных площадей равна обычному термоэлектрическому потоку Φ_T, разность незаштрихованных площадей под сплошными кривыми равна дополнительному потоку $\delta\Phi$, обусловленному добавочным током $\delta\vec{j}$. Как видно из рис. 3 и формул



Р и с. 4. Поправка $\delta = (\eta - \eta^*)/\eta$, обусловленная температурной зависимостью $n_n(T)$; η - решение уравнения (4), η^* - решение уравнения (10); $L = 1$, $l_1 = l_2 = 0{,}1$; $\Delta T/T = 0{,}9$

(6)-(8), величина дополнительного потока, грубо говоря, в l_b/L раз меньше основного потока Φ_T /2/ и при $l_b \sim 0{,}1$ см, $L \sim 1$ см составляет $\delta\Phi/\Phi \sim 5$-10%. Поскольку, однако, потоки Φ_T и $\delta\Phi$ зависят от параметров сверхпроводника по-разному, имеется в принципе возможность выделить обе составляющие из наблюдаемых на эксперименте значений. В частности, если материалы кольца таковы, что $\sigma_n \alpha_n \Lambda = \mathrm{const}$, но $\sigma_n \Lambda \neq \mathrm{const}$, тогда $\Phi_T = 0$ (поскольку подинтегральное выражение Φ_T в (9) становится полным дифференциалом), в то время как $\delta\Phi \neq 0$ и стало быть весь термоэлектрический магнитный поток в кольце будет обусловлен неравновесной разностью химпотенциалов $\delta\mu$.

Если в формуле (2) учесть зависимость σ_n от температуры, то возникнут новые малые добавки к термоэлектрическому потоку. Действительно, поскольку $\sigma_n = \sigma_n(T) = e^2 \tau m^{-1} n_n(T)$, причем $T = T(x)$, то в левой части уравнения (4) появится дополнительный член и это уравнение примет вид

$$\frac{d^2\eta}{dx^2} + \frac{1}{n_n}\frac{dn_n}{dx}\frac{d\eta}{dx} - \frac{1}{l_b^2}\eta = \beta\,\frac{d^2T}{dx^2}. \qquad (10)$$

Чтобы оценить величину $1/l(x) = n_n^{-1}|dn_n/dx|$ воспользуемся известным эмпирическим выражением /9/ $n_s = n\left[1 - (T/T_c)^4\right]$ и условием $n = n_s + n_n$, тогда легко видеть, что $n_n = n(T/T_c)^4$. При этом имеем

$$1/l = (4/T)\,|dT/dx| = (4/T)(\Delta T/L).$$

Таким образом, при $\Delta T \ll T$ имеют место неравенства $l \gg L \gg l_b$ и следовательно учет члена $\sim l^{-1} d\eta/dx$ в (I0) приводит лишь к малым поправкам. Эти поправки, однако, возрастают при $\Delta T \sim T$. Можно получить аналитическое решение уравнения (I0), которое, однако, в виду его громоздкости мы не приводим. На рис. 4 приведена разность решений уравнений (4) и (I0) при $L = 1$, $l_1 = l_2 = 0{,}1$ см, $\Delta T/T = 0{,}9$. Видно, что эти поправки малы.

Поступила в редакцию
I8 июля I977 г.

Литература

I. В. Л. Гинзбург, Г. Ф. Жарков, УФН (в печати).
2. С. Н. Артемин, А. Ф. Волков, ЖЭТФ, 70, I05I (I976).
3. T. J. Rieger, D. J. Scalapino, J. E. Mercereau, Phis. Rev. Lett., 27, 1787 (1971).
4. M. Tinkham, J. Clarke, Phis. Rev. Lett., 28, 1366 (1972).
5. M. Tinkham. Phis. Rev., B6, 1747 (1972).
6. А. Г. Аронов, В. Л. Гуревич, ФТТ, I6, 2656 (I974).
7. Ю. М. Гальперин, В. Л. Гуревич, В. Н. Козуб, Письма в ЖЭТФ, I0, 687 (I973); ЖЭТФ 66, I387 (I974).
8. J. C. Garland, D. J. Van Harlingen, Phis. Lett., 47A, 423 (1974).
9. П. Де Жен, Сверхпроводимость металлов и сплавов. М., "Мир", I969 г.