Краткие сообщения по физике № 12 1977

СТРАТЫ В СИЛЬНОТОЧНОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ

К. Н. Пазин

УДК 537.533

Рассматриваются стационарные состояния сильноточных электронных пучков с периодическим распределением плотности заряда – неподвижные страты. Описаны свойства нелинейных страт. Обсуждается механизм возбуждения таких состояний. Рассмотрено возбуждение страт покоящимся точечным зарядом и вычислена действующая на этот заряд сила.

Возможность модулированных стационарных состояний сильноточного электронного пучка (СЭП), аналогичных рассмотренным в работе /1/ неподвижным стратам, непосредственно следует из дисперсионного уравнения электростатических колебаний пучка (см., например, /2/) при стремлении к нулю их частоты. Неподвижные страты в замагниченном внешним магнитным полем СЭП могут быть возбуждены покоящимся объектом, создающим возмущение потенциала в пучке, например, ионным сгустком. Механизм возбуждения становится понятным, если перейти в систему координат, связанную с электронным потоком. Возбужденные страты выглядят в этой системе, как волновой "хвост" поляризационного излучения ионного сгустка, пролетающего через покоящиеся электроны и теряющего при этом энергию.

В работе /3/ рассмотрено возбуждение страт перпендикулярной потоку заряженной плоскостью. Для иллюстрации свойств этих страт на рис. 1 приведена картина распределения плотности заряда $e\,n(z)$ при заданных значениях полной энергии электронов γ_0 и плотности электронного тока j и различных величинах плотности заряда плоскости $|Q|$. При малом $|Q|$ распределение плотности заряда близко к гармоническому с периодом $L_0 = 2\pi/k_0$, где $k_0 = \left[4\pi e j/mc^3\beta_0^3\gamma_0^3\right]^{1/2}$, $\beta_0 = (1 - \gamma_0^{-2})^{1/2}$. Увеличение $|Q|$ приводит к росту глубины модуляции, увеличению периода и искажению формы кривой. Когда $|Q|$ достигает своего максимального значения $|Q|_{max} = \sqrt{\gamma_0 - 1}$, в точках максимума плотности происходит электростатическое запирание пучка (образование виртуального катода) и

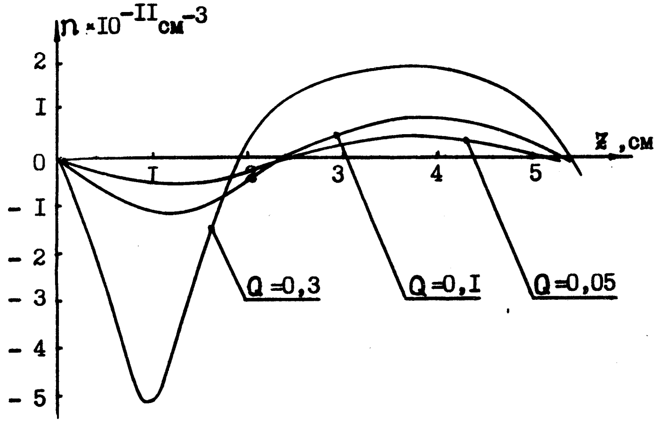


Рис. 1. Распределение плотности заряда в стратах различной амплитуды

срыв страт. Отметим, что в данной модели характеристики страт (за исключением фазы) не зависят от знака заряда.

В настоящей статье рассматривается вопрос о возбуждении страт точечным зарядом.

Рассмотрим стационарный, монохроматический поток электронов, распространяющийся вдоль оси z цилиндрической системы координат r, θ, z. Внешнее однородное магнитное поле B_z замораживает поперечное движение электронов, так что их траектории прямолинейны. Для устранения возникающих в силу неограниченности потока электростатических расходимостей потенциала и поля будем предполагать наличие создаваемого неподвижными ионами компенсирующего фона с плотностью заряда ρ_i, равной плотности заряда в электронном пучке с плотностью тока j и полной энергией частиц γ_0. Расположенный в начале координат точечный заряд q создает плотность заряда:

$$\rho_q = \frac{q}{2\pi r}\,\delta(r)\delta(z). \qquad (1)$$

Гидродинамика с нулевой температурой дает для описанной системы следующие уравнения:

$$\Delta\Phi = -4\pi(\rho_e + \rho_i + \rho_q) \tag{2}$$

$$\rho_e \cdot v = -j \tag{3}$$

$$\gamma_0 = \gamma - e\Phi/mc^2, \tag{4}$$

где $\Phi(r,\theta,z)$ – электростатический потенциал, j – плотность тока электронного пучка, γ_0 – не зависящая от координат полная энергия электрона, v – скорость электрона, $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$.

Исключая из (2) – (4) все неизвестные, кроме γ, получим следующее уравнение

$$\Delta\gamma = \gamma_0^3\beta_0^3 \left[\frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2 - 1}} - \frac{\gamma_0}{\sqrt{\gamma_0^2 - 1}} + \frac{Q}{\beta_0^3\gamma_0^3}\,\frac{\delta(x)}{x}\,\delta(\xi)\right], \tag{5}$$

где $\xi = k_0 z$, $x = k_0 r$, $Q = -cq(\beta_0\gamma_0 k_0)^3/2\pi j$.

Нелинейность уравнения (5) не позволяет рассмотреть задачу для произвольной глубины модуляции. Поэтому ограничимся случаем страт малой амплитуды, когда отклонение γ от γ_0 мало, то есть выполняется условие:

$$w = \gamma - \gamma_0 \ll \gamma_0 - 1. \tag{6}$$

Линеаризуя уравнение (5), получим для $w(x,\xi)$ уравнение:

$$\Delta w + w = Q\,\frac{\delta(x)}{x}\,\delta(\xi). \tag{7}$$

В отсутствие заряда ($Q = 0$), уравнение (7) имеет вид однородного волнового уравнения и описывает собственные колебательные свойства потока.

Решение уравнения (7) будем искать в виде:

$$w(x,\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} w_k(x)e^{ik\xi}dk, \tag{8}$$

который при определенных условиях может дать периодическое вдоль направления распространения пучка решение.

Подставляя представление (8) в уравнение (7) получим уравнение для $w_k(x)$:

$$\frac{d^2 w_k}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dw_k}{dx} - (k^2 - 1)w_k = 0, \qquad (9)$$

общее решение которого имеет вид:

$$w_k(x) = C_1 I_0(x\sqrt{k^2 - 1}) + C_2 K_0(x\sqrt{k^2 - 1}), \qquad (10)$$

где $I_0(t)$ и $K_0(t)$ – модифицированные функции Бесселя комплексного аргумента t.

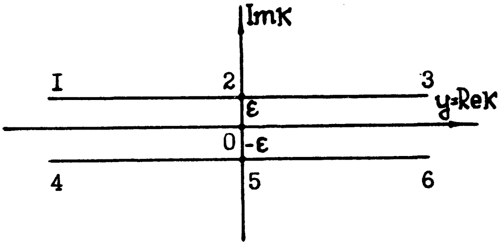
Решение (10) должно спадать при удалении от источника, а при $x \to 0$ удовлетворять условию: $\lim\limits_{\alpha\to 0} \alpha \cdot \left.\frac{dw_k}{dx}\right|_{x=\alpha} = Q$, что и определяет постоянные интегрирования: $C_1 = 0$, $C_2 = -Q$. Подставляя их в (10), а полученное выражение в (8), получим $w_k(x)$ и $w(x,\xi)$ в следующем виде:

$$w_k(x) = -QK_0(x\sqrt{k^2 - 1}) \qquad (11)$$

$$w(x,\xi) = -Q\int_{-\infty}^{+\infty} K_0(x\sqrt{k^2 - 1})e^{ik\xi}dk. \qquad (12)$$

Интегральная запись (12) содержит все линейно-независимые решения уравнения (7). Выбирая в соответствии с теми или иными физическими условиями путь интегрирования, можно получить удовлетворяющее этим условиям решение этого уравнения. Существует несколько способов выделить физическое решение /4/. Воспользуемся методом бесконечно малого затухания, согласно которому путь интегрирования смещается с действительной оси на бесконечно малую величину вверх или вниз: $k = y \pm i\varepsilon$ (рис. 2). Можно показать, что интегрирование по I – 2 – 3 или 4 – 5 – 6 дает несимметричное относительно начала координат решение, описывающее стратовое состояние пучка, а по I – 2, 5 – 6 или 4 – 5, 2 – 3 – симметричное, соответствующее дебаевскому экранированию поля точечного заряда. Если инжектор электронов расположен на $-\infty$, то поток там будет невозмущен, а потенциал и поле равны нулю. Это условие и требование асимметрии решения однозначно определяют путь интегрирования, а вместе с ним и решение, которое запишется следующим образом:

$$w(x,\xi) = -Q\cdot\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-\infty-i\varepsilon}^{+\infty-i\varepsilon} K_0(x\sqrt{k^2-1})e^{ik\xi}dk. \quad (13)$$



Р и с. 2. К выбору пути интегрирования

Преобразуя входящий в (13) интеграл и переходя к пределу при $\varepsilon \to 0$ получим $w(x,\xi)$ в следующем виде:

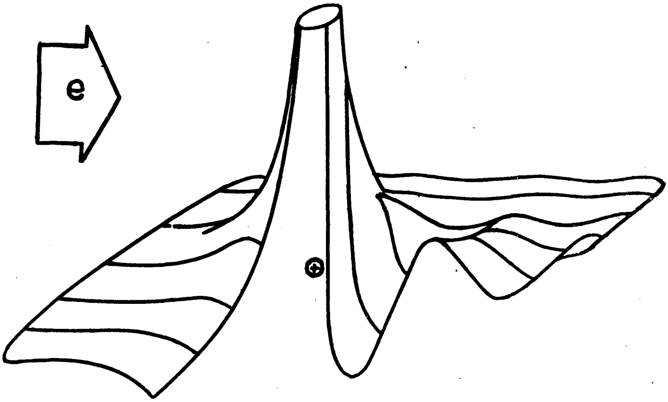
$$w(x,\xi) = \frac{cq}{2J}(\beta_0\gamma_0 k_0)^3\left|\frac{2}{\pi}I_1 - I_2 - I_3\right|, \quad (14)$$

где $I_1 = \int_1^\infty K_0(x\sqrt{y^2-1})\mathrm{Cos}(\xi y)dy$, $I_2 = \int_0^1 N_0(x\sqrt{1-y^2})\mathrm{Cos}(\xi, y)dy$,

$I_3 = \int_0^1 J_0(x\sqrt{1-y^2})\mathrm{Sin}(\xi y)dy$, $J_0(t)$ и $N_0(t)$ – функция Бесселя I-го и 2-го рода.

Из этого выражения видно, что поле, создаваемое помещенным в электронный поток точечным зарядом, состоит из симметричного относительно заряда кулоновского поля, заэкранированного электронным потоком, и несимметричной составляющей, обусловленной возбуждаемой зарядом модуляцией плотности заряда пучка. Наглядно это показано на рис. 3, где представлены результаты расчетов по формуле (14).

В движущейся системе координат на заряд действует эквивалентная потерям энергии тормозящая сила. В лабораторной системе эта сила будет ускоряющей и для нее с помощью формулы (I4) нетрудно



Р и с. 3. Потенциал точечного заряда, помещенного в электронный поток

получить следующее выражение:

$$F_z = \pi q^2 k^2, \qquad (I5)$$

из которого видна ее когерентность ($\sim q^2$).

В заключение автор выражает благодарность А. Н. Лебедеву и Б. М. Болотовскому за внимание к работе и полезные обсуждения.

Поступила в редакцию I5 августа I977 г.,
После доработки I4 октября I977 г.

Литература

I. А. А. Власов, Теория многих частиц, ГИТТЛ, М.-Л., I950 г.
2. Л. С. Богданкевич, А. А. Рухадзе, УФН, I03, 609 (I97I).
3. А. Н. Лебедев, К. Н. Пазин, Доклад на I0-й Международной конференции по ускорителям заряженных частиц высоких энергий, г. Серпухов, II-I7 июля I977 г.
4. Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров, УФН, II4, 569 (I974).