Краткие сообщения по физике № 1 1976

К АНАЛИЗУ АВТОГЕНЕРАТОРА ПО ИСКАЖЕННОМУ СИГНАЛУ

Л. И. Гудзенко, А. Е. Соркина

УДК 621.396

Обсуждается методика анализа динамической структуры автогенератора по сигналу, распространяющемуся вдоль включенной на его выход длинной линии.

Диагностика сердца по электрокимограммам аорты и легочной артерии /I/ связана с заметным рентгеновским облучением. Кратко рассмотрим методику более косвенного, но практически безвредного анализа, отправляющегося от пульсаций наружных участков артерий, непосредственно доступных регистрации. Для простоты будем полагать артерию длинной линией, включенной на выходе автогенератора (сердца), который аппроксимируется динамической системой второго порядка, флуктуирующей вблизи предельного цикла. Для сигнала генератора напишем

$$\frac{d^2u_0}{dt^2}(t) = f\left[u_0(t), \frac{du_0}{dt}(t)\right] + F(t),$$

$$\langle F(t)\rangle \equiv 0 \quad \langle F(t)F(t+\tau)\rangle = 0 \quad \text{при} \quad |\tau| > \tau_0, \qquad (\mathrm{I})$$

$\tau_0 < \tau_{(\lambda)}$, $\tau_{(\lambda)}$ – характерные динамические времена уравнения (I). Сигнал $u(x,t)$ $(u(0,t) \equiv u_0(t))$, искаженный длинной линией

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = a\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2b\frac{\partial u}{\partial t} + cu; \; a,b,c > 0 \qquad (2)$$

наблюдается в нескольких точках $x = x_1, x_2, \dots, x_N$. Цель заметки – схема обработки функций $u(x_n,t) \equiv u^{(n)}(t)$, $(n = \overline{1,N})$ для оценки параметров динамической характеристики $f(V,W)$. Линеаризуя (I) по малым флуктуациям и пренебрегая медленной диффузией фазы колебаний, напишем

$$u_o(t) = \langle u_o(t)\rangle + \xi_o(t), \quad \langle u_o(t)\rangle = \sum_{k=-M}^{M} q_{ok}\exp(ik\omega_c t),$$

$$\xi_o(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g_o(\omega)\exp(i\omega t)d\omega,$$

$$u(x,t) = \langle u(x,t)\rangle + \xi(x,t), \quad \langle u(x,t)\rangle = \sum_k q_k(x)\exp(ik\omega_o t),$$

$$\xi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x,\omega)\exp(i\omega t)d\omega, \quad q_k(0) = q_{ok}, \ g(0,\omega) = g_o(\omega),$$

$$\frac{d^2\xi}{dt^2}(t) = f_o(t)\xi_o(t) + f_1(t)\frac{d\xi_o}{dt}(t) + F(t),$$

$$f_o(t) \equiv \frac{\partial f}{\partial v}\left[v' = u_o(t), \ w = \frac{du_o}{dt}(t)\right] = \sum_k f_{ok}\exp(ik\omega_o t),$$

$$f_1(t) \equiv \frac{\partial f}{\partial w}\left[v = u_o(t), \ w = \frac{du_o}{dt}(t)\right] = \sum_k f_{1k}\exp(ik\omega_o t). \qquad (\mathrm{Ia})$$

Нас интересует здесь совокупность 3 (2M+I) комплексных чисел $\{q_{ok}, f_{ok}, f_{1k}, (k = \overline{-M,M})\}$.

Считая линию (2) достаточно длинной, пренебрежем отражениями сигнала от ее конца. Согласно (2) $\frac{d^2 q_k}{dx^2}(x) = L(k\omega_o)q_k(x)$, $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(x,\omega) = L(\omega)g(x,\omega)$, $L(\omega) \equiv c - a\omega^2 + 2bi\omega$. Отсюда $q_k(x) = q_k'\exp[-K(k\omega_o)x] + q_k''\exp[K(k\omega_o)x]$, $g(x,\omega) = g'(\omega)\times$ $\times\exp[-K(\omega)x] + g''(\omega)\exp[K(\omega)x]$, $K(\omega) \equiv \sqrt{L(\omega)} \equiv R(\omega) + iJ(\omega)$.

Пульсации $u(x,t)$ по условию затухают с x, поэтому (аналогично /2/)

$$q_k(x) = q_{ok}\exp\left\{-\left[|R(k\omega_o)| + iJ(k\omega_o)\mathrm{sgn}R(k\omega_o)\right]x\right\}, \qquad (3)$$

$$g(x,\omega) = g_o(\omega)\exp\left\{-\left[|R(\omega)| + iJ(\omega)\mathrm{sgn}R(\omega)\right]x\right\}. \qquad (4)$$

Из (3) следует, что уже по двум пульсациям, регистрируемых в точках с данными координатами x_1 и x_2 можно в принципе оценить параметры q_{ok} предельного цикла.

Обозначим $G_o(\omega,t)$ и $G(x,\omega,t)$ спектральные интенсивности неискаженного сигнала и пульсаций.

$$G(x,\omega,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle g(x,\omega+\nu)g^*(x,\omega)\rangle \exp(i\nu t)d\nu =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \langle g_o(\omega+\nu)g_o^*(\omega)\rangle \exp[-L(\omega,\nu)+i\nu t]d\nu,$$

$$L(\omega,\nu) = |R(\omega)|+|R(\omega+\nu)| + iJ(\omega)\mathrm{sgn}R(\omega) + iJ(\omega+\nu)\mathrm{sgn}R(\omega-\nu).$$

Если $F(t)$ – стационарный шум, то сигнал $u_o(t)$ периодически нестационарен, и значит

$$B(t,\tau) \equiv \langle \xi_o(t)\xi_o(t+\tau)\rangle = \sum_k \psi_{ok}(\tau)\exp(ik\omega_o t),$$

$$\langle g_o(\omega+\nu)g_o^*(\omega)\rangle = \sum_k G_{ok}(\omega)\delta(k\omega_o-\nu),$$

$$G_{ok}(\omega) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \psi_{ok}(\tau)\exp(-i\omega\tau)d\tau.$$

Следовательно

$$G(x,\omega,t) = \sum_k G_k(x,\omega)\exp(ik\omega_o t), \quad G_k(x,\omega) = G_{ok}(\omega)\exp[-L(\omega,k\omega_o)x]. \tag{5}$$

Таким образом по компонентам $G_k(x,\omega)$ спектральной интенсивности пульсаций, регистрируемых в двух точках, можно оценить Фурье-компоненты $G_{ok}(\omega)$, а затем спектральную интенсивность $G_o(\omega,t)$ и корреляционную функцию $B(t,\tau)$ неискаженного сигнала $u_o(t)$. По компонентам корреляционной функции оценим параметры $\{f_{0k},f_{1k}\}$. Для этого, домножив уравнение (Iа) на $\xi_o(t-\tau)$ при $\tau>\tau_o$, получим после усреднения

$$\frac{\partial^2 B}{\partial\tau^2}(t,\tau) = f_0(t)B(t,\tau) + f_1(t)\frac{\partial B}{\partial\tau}(t,\tau),$$

откуда

$$\frac{d^2\psi_k}{d\tau^2}(\tau) = \sum_{l=-M}^{M}\left[f_{0l}\psi_{kl}(\tau) + f_{1l}\frac{d\psi_{k-l}}{d\tau}(\tau)\right]. \tag{6}$$

По значениям $\psi_k(\tau)$ при нескольких сдвигах τ получим искомую совокупность параметров из системы (6) алгебраических линейных относительно f_{01}, f_{11} уравнений, например, методом наименьших квадратов.

Определяя динамическую характеристику (сердца) по пульсациям, целесообразно одновременно с функциями $u^{(n)}(t)$ регистрировать и моменты наступления фиксированной фазы сердечных колебаний (например, совпадающие с R-импульсами электрокардиограммы). Пусть это моменты $t_0, t_1, \ldots, t_S$, тогда $T_o \equiv 2\pi/\omega_o \simeq (t_S - t_0)/S$ - средний период, $T_s \equiv t_s - t_{s-1}$ - "текущие периоды" сердечного цикла. От дискретной последовательности $\{T_s, (s = \overline{1,S})\}$ перейдем к гладкой функции $T(t)$, для которой $T(t_s) = T_s$. Замена аргумента - времени t на фазу $\theta(t) = t_{s-1} + \frac{T_o}{T(t)}(t - t_{s-1})$ - позволяет вести анализ без учета диффузии фазы. При этом в выписанных выше формулах надо заменить и производные по t (и по τ), пользуясь приближенным равенством $\frac{d}{d\theta} \simeq \frac{T(t)}{T_o}\frac{d}{dt}$.

Поступила в редакцию
23 сентября 1975 г.

Литература

1. Л. И. Гудзенко, В. Н. Орлов. Сборник "Вопросы клинической биофизики". ЦИУ врачей. 1966 г., стр. 33.
2. Л. И. Гудзенко, А. Е. Соркина. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 8, 19 (1975).