

УДК 577.31

## О РЕЗОНАНСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ МЕЖДУ ВОЗВРАТАМИ ФЕРМИ-ПАСТА-УЛАМА

А. А. Березин

*В результате численного моделирования процесса взаимодействия между возвратами Ферми-Паста-Улама определены основные его свойства. Установлено, что необходимым условием такого взаимодействия является наличие среды с высокочастотными и низкочастотными флуктуациями.*

В результате экспериментального исследования возврата ФПУ в динамике волн на глубокой воде, проведенного Юэном и Лейком [1], была впервые описана динамика изменения спектра колебаний в исследуемой системе во времени. При этом Фурье спектр изменяется следующим образом. За период возврата энергия колебаний в системе вначале сосредотачивается в низкочастотных гармониках, затем перекачивается в высокочастотные гармоника, после чего вновь перекачивается в низкочастотные. Таким образом, возврат ФПУ может быть представлен последовательностью периодически меняющихся Фурье спектров. Очевидно, что для анализа этой последовательности необходимо осуществлять быстрое Фурье преобразование за время  $\Delta t \ll 1/\omega_B$ , где  $\omega_B$  – наивысшая частота колебаний в последовательности Фурье спектров. Будем называть спектром ФПУ возврата полный последовательный набор таких Фурье спектров, которые периодически повторяются во времени через периоды полного возврата ФПУ. Такой спектр может быть также получен путем усреднения последовательности Фурье спектров по нескольким возвратам ФПУ.

Если говорить о резонансном взаимодействии между спектрами возврата ФПУ, то необходимо указать на следующие особенности этого процесса. Прежде всего, полный резонанс между спектрами ФПУ может наблюдаться только для абсолютно идентичных цепочек ФПУ, имеющих идентичные начальные условия. В реальных условиях речь

может идти только о частичном резонансе, при котором могут частично совпадать такие параметры спектров ФПУ как скорость обратимой перегруппировки энергии между эквидистантными и неэквидистантными частотами внутри обоих спектров и скорость обратимого взаимодействия между непрерывной и дискретной частями спектра внутри спектров ФПУ обеих цепочек. Рассмотрим простейшую модель такого резонансного взаимодействия и различные варианты спектров ФПУ, возникающих в решениях этой модели.

В целях анализа основных свойств резонанса между спектрами ФПУ было проведено следующее численное моделирование. Была исследована динамика взаимодействия между простейшими спектрами ФПУ, формируемыми в двух параметрически связанных вертикально-горизонтальных маятниках, описываемых в рамках двух параметрически связанных дифференциальных уравнений второго порядка. Система состояла из двух пар таких уравнений. Взаимодействие между парами уравнений носило аддитивный характер. Наличие среды со случайными флуктуациями записывалось в виде случайных функций в правых частях уравнений обеих пар:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \epsilon_1 \frac{dx}{dt} + (1+y)\omega_0^2 x &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + b_1 r, \\ \frac{d^2y}{dt^2} + \epsilon_2 \frac{dy}{dt} + (1+x)4\omega_0^2 y &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + b_1 p, \\ \frac{d^2r}{dt^2} + q_1 \frac{dr}{dt} + \omega_0^2(1+p)r &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + b_1 x, \\ \frac{d^2p}{dt^2} + q_2 \frac{dp}{dt} + 4\omega_0^2(1+r)p &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + b_1 y, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $x, y, r, p$  – смещения масс маятников; функция  $F_1$  описывает низкочастотный гауссовский случайный процесс, моделирующий низкочастотные случайные вариации среды; функция  $F_2$  описывает высокочастотный гауссовский случайный процесс, моделирующий низкочастотные случайные вариации среды; переменные  $x, y, r, p$  имеют одинаковые начальные условия;  $\epsilon_{1,2}$  и  $q_{1,2}$  – коэффициенты трения,  $\omega_0 = 1/2\pi T$  – собственная частота маятников.

Численное исследование системы (1) показало, что взаимодействие возвратов ФПУ в решениях первой и второй пары уравнений приводит к нескольким результирующим возвратам. На рис. 1 и 2 показана зависимость смещений от времени в первой и во второй паре уравнений системы (1). Периодический возврат смещения к начальным величинам означает наличие ФПУ возврата как для первой ( $x, y$ ), так и для второй ( $r, p$ )

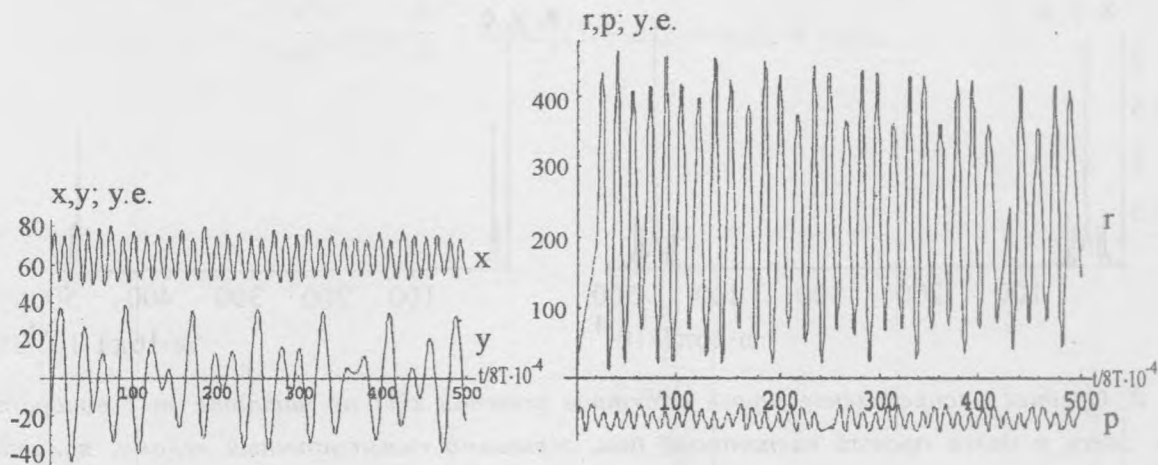


Рис. 1. Простой возврат ФПУ в решении первой пары уравнений системы (1):  $x(t)$ ,  $y(t)$ .

Рис. 2. Простой возврат ФПУ в решении второй пары уравнений системы (1):  $r(t)$ ,  $p(t)$ .

пары маятников. На рис. 3 – 6 показаны усредненные Фурье спектры, соответствующие возвратам ФПУ в решениях четырех уравнений системы (1) (по переменным  $x$ ,  $y$ ,  $r$ ,  $p$ ). Спектры определялись как среднее распределение смещений за время, равное  $T/50$ . При численном решении такая возможность обеспечивалась тем, что временной шаг был равен  $8T \cdot 10^{-4}$  и, таким образом, каждый спектр определялся как среднее из 7, 14 или 38 возвратов ФПУ.

Результаты численного исследования системы (1) показывают, что характер резонансного взаимодействия спектров ФПУ очень сложен. В связи с наличием стохастических возмущающих членов в правых частях уравнений системы (1), при каждом запуске программы решения представляют собой различный возврат ФПУ. Это связано с тем, что при одинаковых детерминированных начальных условиях шум всегда оказывается различным при  $t = 0$ . Каждый такой возврат будем называть сценарием. Существует большое, но конечное число сценариев, по которым происходит взаимодействие возвратов ФПУ. На рис. 1 – 12 приведены решения системы (1) и их Фурье спектры при различных запусках программы счета. Анализ спектров показывает, что во всех случаях решения системы (1) представляют собой сложный возврат ФПУ. Необходимым условием для существования устойчивых решений системы (1) является наличие высокочастотного и низкочастотного шумов, т.е. неравенство нулю коэффициентов  $a_1$ ,  $a_2$  в правых частях обеих пар уравнений системы (1). Особенностью резонансного взаи-

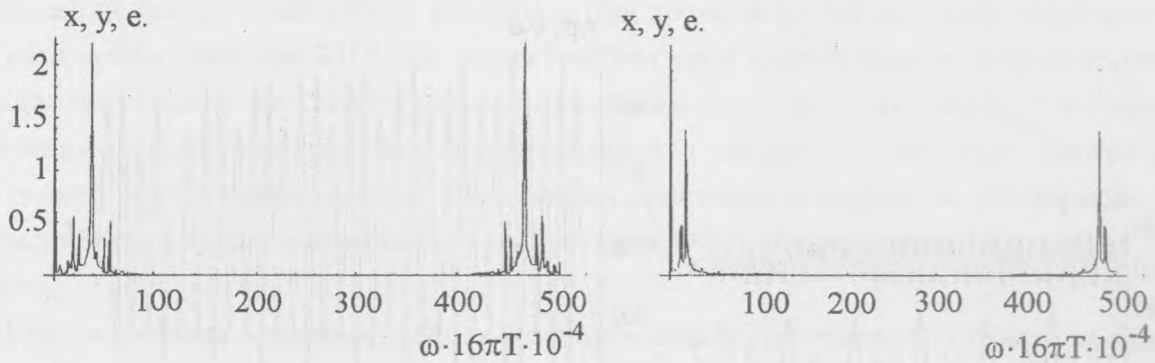


Рис. 3. Среднее распределение Фурье спектров решения  $x(t)$  по частоте за 7 возвратов ФПУ. Здесь и далее правый частотный пик, зеркально симметричный левому, является следствием применения пакета "математика".

Рис. 4. Среднее распределение Фурье спектров решения  $y(t)$  по частоте за 7 возвратов ФПУ.

моделью спектров ФПУ является крайне высокая чувствительность одной системы возврата к другой. В частности, резонансное взаимодействие происходит при значении коэффициента  $b_1 = 10^{-12}$ . Вторым свойством резонансного взаимодействия возвратов является образование нового ФПУ возврата при взаимодействии даже идентичных возвратов. В целях приведения разнообразных возвратов при различных запусках программы к одному возврату с определенной спектральной динамикой в систему (1) был привнесён третий возврат (третья цепочка, описываемая третьей парой уравнений с переменными  $k, z$ ), играющий роль "дестохастизатора" в системе (1). Этот подход уже использовался ранее при моделировании процесса дифференцировки клеток крови [2]. Система с "дестохастизатором" выглядела следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 x}{dt^2} + \epsilon_1 \frac{dx}{dt} (1 + k) + (1 + y)\omega_0^2 x &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + b_1 r, \\
 \frac{d^2 y}{dt^2} + \epsilon_1 \frac{dy}{dt} (1 + z) + (1 + x)4\omega_0^2 y &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + b_1 p, \\
 \frac{d^2 r}{dt^2} + q_1 \frac{dr}{dt} + \omega_0^2 (1 + p)r &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + b_1 x, \\
 \frac{d^2 p}{dt^2} + q_2 \frac{dp}{dt} + 4\omega_0^2 (1 + r)p &= a_1 F_1 + a_2 F_2 + b_1 y, \\
 \frac{d^2 k}{dt^2} + q_1 \frac{dk}{dt} + 100\omega_0^2 (1 + z)k &= a_1 F_1 + a_2 F_2,
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + q_2 \frac{dz}{dt} + 400\omega_0^2(1+k)z = a_1 F_1 + a_2 F_2.$$

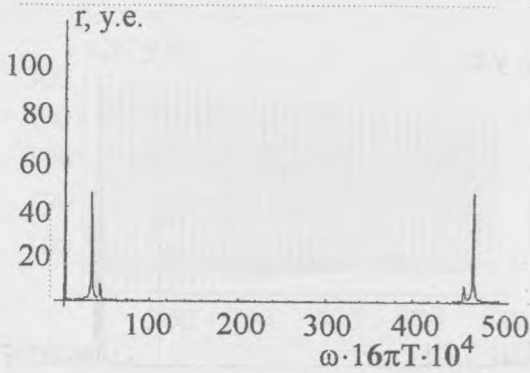


Рис. 5. Среднее распределение Фурье спектров решения  $r(t)$  по частоте за 14 возвратов ФПУ.

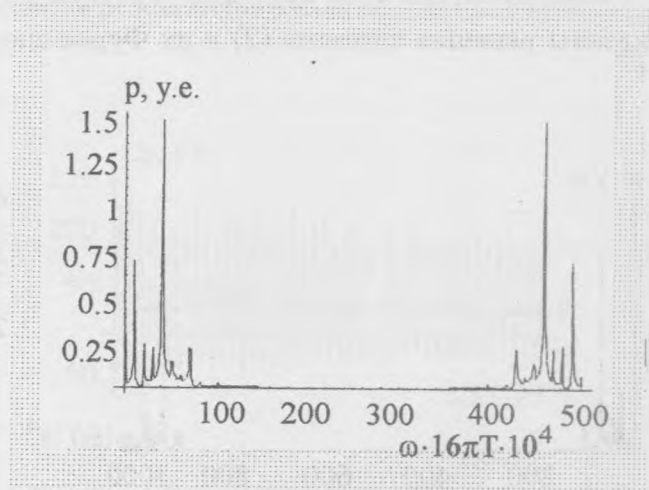


Рис. 6. Среднее распределение Фурье спектров решения  $p(t)$  по частоте за 14 возвратов ФПУ.

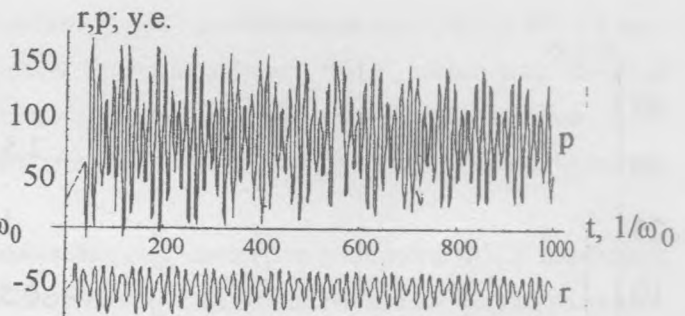


Рис. 7. Простой возврат ФПУ в решении 1-ой пары уравнений системы (1)  $(x(t), y(t))$ .

Рис. 8. Простой возврат ФПУ в решении 2-ой пары уравнений системы (1)  $(r(t), p(t))$ .

Численное исследование системы (2) показало, что она "дестохастизируется" введением в резонансное взаимодействие двух возвратов ФПУ третьего высокочастотного

возврата (последняя пара уравнений в системе 2, решения которой модулируют значения коэффициентов при диссипативных членах первой пары уравнений). "Дестохастизация" выражается в ограничении числа возможных возвратов в системе (1) и сведении их к возвратам, близким друг к другу по своей спектральной динамике. На рис. 13 – 18 показаны решения системы (2) и их Фурье спектры.

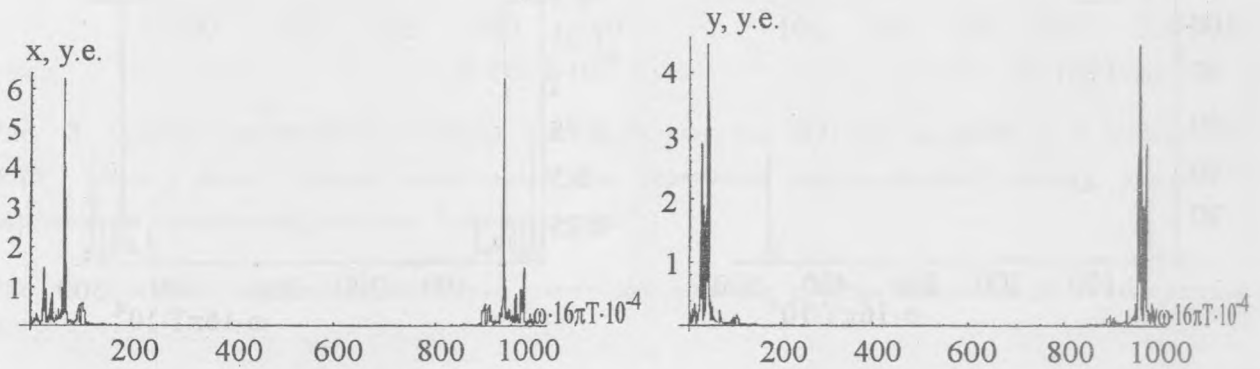


Рис. 9. Среднее распределение Фурье спектров решения  $x(t)$  по частоте за 38 возвратов ФПУ.

Рис. 10. Среднее распределение Фурье спектров решения  $y(t)$  по частоте за 38 возвратов ФПУ.

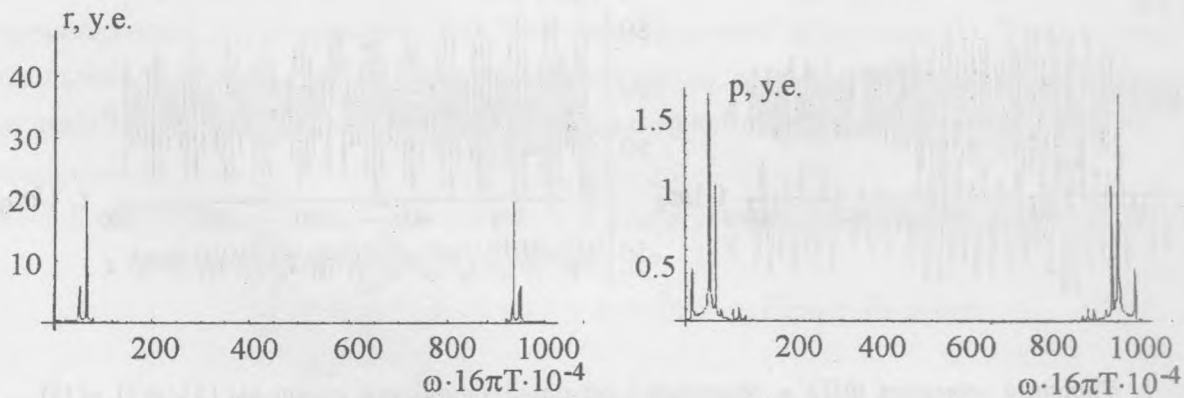


Рис. 11. Среднее распределение Фурье спектров решения  $r(t)$  по частоте за 14 возвратов ФПУ.

Рис. 12. Среднее распределение Фурье спектров решения  $p(t)$  по частоте за 14 возвратов ФПУ.

Как видно из графиков после "дестохастизации" в системе (2) возврат ФПУ стал близким по своей спектральной динамике с остальными возвратами, возникающими в системе (2) при каждом новом запуске программы счета. Полученные результаты позволяют сформулировать ряд основных свойств резонансного взаимодействия возвратов ФПУ.

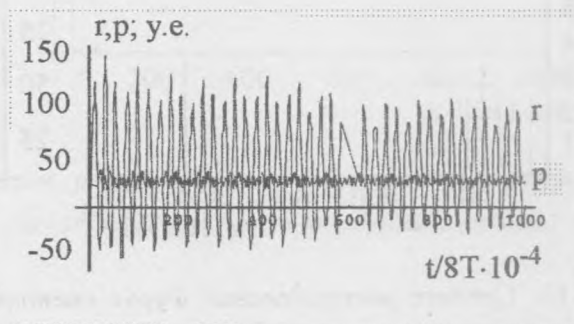
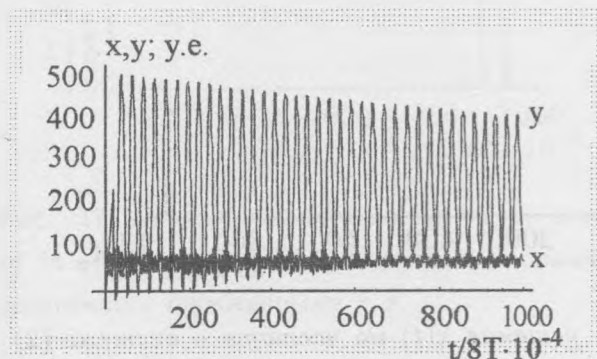


Рис. 13. Простой возврат ФПУ в решении 1 пары уравнений системы (2)  $x(t), y(t)$  при дестохастизации системы (2) за счет введения третьей пары уравнений с переменными  $k, z$ .

Рис. 14. Простой возврат ФПУ в решении 1 пары уравнений системы (2)  $r(t), p(t)$  при дестохастизации системы (2) за счет введения третьей пары уравнений с переменными  $k, z$ .

1. В результате резонансного взаимодействия двух идентичных возвратов ФПУ с различными начальными условиями образуется третий возврат ФПУ, динамика спектра которого содержит в себе динамику спектров двух взаимодействующих возвратов. Этот результат получается при анализе возвратов в разъединенных, а затем в объединенных парах уравнений в системе (1).

2. Для устойчивого резонансного взаимодействия спектров возврата ФПУ необходимо наличие среды, обладающей высокочастотными и низкочастотными флуктуациями. Обнуление коэффициентов  $a_1, a_2$  приводит к переполнению разрядной сетки и прекращению работы программы.

3. Время установления резонанса между спектрами возврата ФПУ на два-три порядка больше самого длительного периода в спектрах исходных возвратов ФПУ и зависит от амплитуд случайных флуктуаций среды.

4. Чувствительность при резонансном взаимодействии идентичных возвратов ФПУ теоретически является бесконечной в силу параметрической связи между уравнениями.

При численном исследовании системы (1) взаимодействие возвратов происходило при значении коэффициента  $b_1 = 10^{-12}$ .

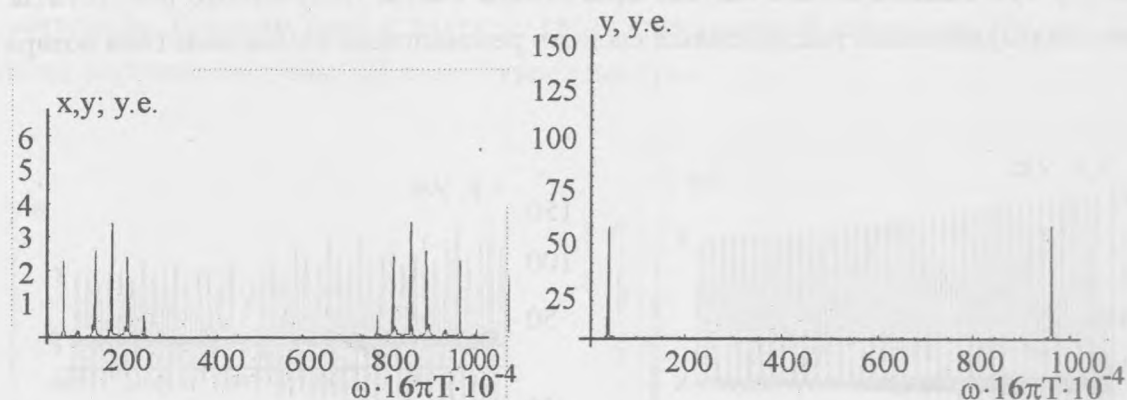


Рис. 15. Среднее распределение Фурье спектров решения  $x(t)$  по частоте в системе (2) за 38 возвратов ФПУ при дестохастизации системы (2) за счет введения третьей пары уравнений с переменными  $k, z$ .

Рис. 16. Среднее распределение Фурье спектров решения  $y(t)$  по частоте в системе (2) за 38 возвратов ФПУ при дестохастизации системы (2) за счет введения третьей пары уравнений с переменными  $k, z$ .

5. Динамика взаимодействия между различными возвратами ФПУ происходит по разному сценарию в течение переходного периода, длительность которого определяется разностью между периодами минимальных и максимальных частот в спектрах ФПУ, а также амплитудами случайных флуктуаций среды.

6. При внесении в динамику взаимодействия двух возвратов ФПУ спектра третьего, более высокочастотного возврата ФПУ (система (2), уравнения с переменными  $k, z$ ), взаимодействующего с первыми двумя парами уравнений (переменные  $x, y, r, p$ ) не аддитивно, а за счет параметрического воздействия на коэффициенты диссипации  $\epsilon_1$  в уравнениях первой пары, происходит уменьшение числа результирующих возвратов, их спектральная динамика становится более равномерной и более близкой друг к другу по частотным характеристикам.

В свете полученных результатов в прикладном плане средой, обладающей как высокочастотным, так и низкочастотным шумом и обеспечивающей резонансное взаимодействие, например, между сейсмическими и биологическими процессами, может являться вода. Морские акватории занимают более 70 процентов поверхности земного шара и



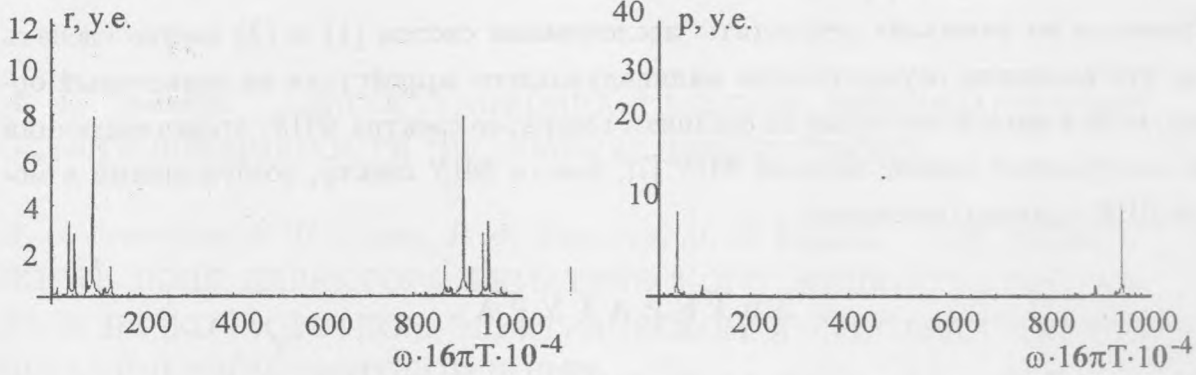


Рис. 17. Среднее распределение Фурье спектров решения  $r(t)$  по частоте в системе (2) за 14 возвратов ФПУ при дестохастизации системы (2) за счет введения третьей пары уравнений с переменными  $k, z$ .

Рис. 18. Среднее распределение Фурье спектров решения  $p(t)$  по частоте в системе (2) за 14 возвратов ФПУ при дестохастизации системы (2) за счет введения третьей пары уравнений с переменными  $k, z$ .

значительная часть геологической среды заполнена флюидами, содержащими как пресную, так и соленую воду. Кроме того, около 70% массы организма человека и животных состоит из внутриклеточной жидкости и плазмы, которая по своему ионному составу близка к морской воде. Обнаруженная высокая чувствительность взаимодействия спектров возврата ФПУ и возможность "дестохастизации" этого взаимодействия с помощью введения стороннего возврата ФПУ позволяет высказаться в пользу существования индивидуального сценария воздействия сейсмической активности на различные виды животных и людей различного этнического происхождения. В этой связи биологические предвестники землетрясений [3 – 5], ураганов и крупномасштабных изменений в структурах океанов, включая изменение поведенческих реакций человека и животных, могут быть смоделированы с позиций взаимодействия спектров ФПУ в геологических средах и в структурах океанов со спектрами ФПУ в биологических системах и их генетическом аппарате. При этом, если данный вид животных или этническая группа людей проживали в течение ряда поколений в сейсмически активных зонах, запуск инстинктивной тревожной реакции или проявления биологического предвестника землетрясения формируется в результате резонансного взаимодействия между спектром ФПУ геофизических полей в данной зоне с возвратом ФПУ, существующим в механических колебаниях нейрональной РНК как память об имевших место землетрясениях в

предыдущих поколениях [6].

Принимая во внимание результаты исследования систем (1) и (2) можно сделать вывод, что возможно осуществление индивидуального воздействия на конкретный организм, если в воздействующий на организм генератор спектра ФПУ, представляющий собой электронный аналог цепочки ФПУ [7], ввести ФПУ спектр, возбужденный в молекуле ДНК данного организма.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Y u e n H. C. and L a k e B. M. In: Solutions in Action. Eds. K. Lonngren and A. Scott. N. Y.: Academic, 1978, p. 89.
- [2] Б е р е з и н А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 8, 26 (2003).
- [3] M c C l e l l a n P. H. Geophys. Res. Lett., 7, no. 5, 333 (1980).
- [4] E v e r n d e n J. F. Abnormal animal behavioral prior to earthquakes. In: Conference 1 Menlo Park: USGS, September 23 – 24, 1976. Calif, 1977, p. 435.
- [5] R i k i t a k e T. Biosystem behavior as precursors. Technophysics, N 51, 1 (1978).
- [6] Б е р е з и н А. А. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 8, 15 (2001).
- [7] B e r e z i n A. and B e r e z i n K. Physics of Vibrations, 8, no. 3, 179 (2000).

Поступила в редакцию 24 февраля 2004 г.