Краткие сообщения по физике № 7 1976

КОГЕРЕНТНОЕ НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ НА СТЕНКАХ ЛОВУШКИ

Б. И. Горячев, Н. В. Линькова

УДК 539.125.5

Когерентное неупругое рассеяние ультрахолодных нейтронов (УХН) на стенках ловушки рассматривается в связи с аномальной утечкой УХН из ловушки.

В экспериментах по накоплению УХН /1,2/ обнаружена аномально большая вероятность утечки нейтронов при однократном соударении со стенкой ловушки. Так, для графитовой ловушки эта вероятность $w \sim 10^{-3}$, вместо величины 10^{-5}, следующей из малости сечения поглощения σ_a и амплитуды некогерентного рассеяния b_{inc}. Аналогичная ситуация наблюдается в случае стеклянных ловушек. В связи с этим интересно исследовать "нагрев" УХН в результате когерентного неупругого взаимодействия с тепловыми колебаниями стенки ловушки. Рассмотрим когерентное неупругое рассеяние УХН на стенках ловушки, полагая $\sigma_a = 0$. Будем также считать, что вещество ловушки имеет постоянную плотность и состоит из ядер бесспинового изотопа ($b_{inc} = 0$). Для простоты представим стенку в виде бесконечно протяженной пластины толщиной z_0 (ось z перпендикулярна ее плоскости). Энергия УХН E меньше граничной энергии v_0 вещества стенки. Пусть состояния падающих и рассеянных УХН описываются плоскими волнами с волновыми векторами $\vec{k}$ и $\vec{k}'$ соответственно, а состояния рассеивателя - произведениями волновых функций гармонического осциллятора $\eta(\alpha)$. Вероятность когерентного процесса нагрева УХН в однофононном приближении W_h можно выразить через элементы S-матрицы

$$W_h = \sum_\alpha W(\alpha\alpha_0) \sim \sum_\alpha \int |\langle \exp(i\vec{k}'\vec{r})\eta(\alpha)|\hat{S}|\exp(i\vec{k}\vec{r})\eta(\alpha_0)\rangle|^2 d^3k' \sim$$

$$\sim \frac{m}{\hbar^2 k_z} \sum_\alpha P(\alpha\vec{k}_\alpha, \alpha_0\vec{k}), \qquad (1)$$

где

$$P(\alpha\vec{k}_\alpha, \alpha_0\vec{k}) = \int |M(\alpha\vec{k}', \alpha_0\vec{k})|^2 \delta(k_x - k_x' + q_x)\delta(k_y - k_y' + q_y)\delta(E - E' + \hbar\omega) d^3k'. \tag{2}$$

Здесь m – масса нейтрона, $\hbar\omega$ и $\vec{q}$ – энергия и волновой вектор поглощенного фонона, $E = \hbar^2k^2/2m$, $E' = \hbar^2k'^2/2m$. Состояния с индексом α содержат на один фонон меньше, чем исходное состояние α_0. При вычислении матричного элемента $M(\alpha\vec{k}', \alpha_0\vec{k})$ необходимо учесть как поглощение фонона, так и упругий процесс – многократное рассеяние нейтронной волны, т.е. рефракцию. В приближении искаженных волн

$$M(\alpha\vec{k}_\alpha, \alpha_0\vec{k}) \sim \langle \varphi^{(-)}(k_{\alpha z}) | \hat{V}(z)\exp(iq_z z) | \varphi^{(+)}(k_z) \rangle.$$

Здесь $\hat{V}(z)$ отвечает потенциалу $V_{inel}(\vec{r})$, обусловливающему неупругое рассеяние.

Для пластины, симметрично расположенной относительно начала координат,

$$V_{inel}(\vec{r}) = V_0\rho^{-1}\sum_{1}^{N}\left[\Theta\left(z_1 + \frac{z_0}{2}\right) - \Theta\left(z_1 - \frac{z_0}{2}\right)\right]\left[\delta(\vec{r} - \vec{r}_1 - \vec{\xi}_1) - \delta(\vec{r} - \vec{r}_1)\right], \tag{3}$$

где ρ – число ядер рассеивателя в см^3, $\vec{r}_1$ – координата положения равновесия 1-го ядра, $\vec{\xi}_1$ – смещение этого ядра за счет тепловых колебаний. Суммирование ведется по всем N ядрам рассеивателя. При $k_z > 0$ искаженная рефракцией нейтронная волна описывается функцией $\varphi^{(+)}(k_z) = C_+\exp(i\beta z) + C_-\exp(-i\beta z)$ где

$$C_\pm = 0{,}5\left\{1 \pm \frac{k_z}{\beta} + \left(1 \mp \frac{k_z}{\beta}\right)\frac{(k_z^2 - \beta^2)\left[1 - \exp(2i\beta z_0)\right]}{(k_z + \beta)^2 - (k_z - \beta)^2\exp(2i\beta z_0)}\right\} \times$$

$$\times \exp\left(-ik_z\frac{z_0}{2} \pm i\beta\frac{z_0}{2}\right),$$

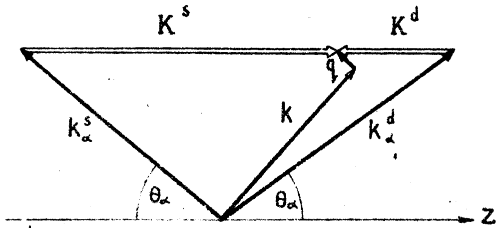
$$\beta = k_z\left(1 - \frac{V_0}{E_z}\right)^{1/2} \quad \text{при} \quad E_z = \hbar^2k_z^2/2m > V_0,$$

$$\beta = ik_z\left(\frac{V_0}{E_z} - 1\right)^{1/2} \quad \text{при} \quad E_z < V_0.$$

При $k_z < 0$ $\varphi^{(+)}(-k_z) = C_+ \exp(-i\beta z) + C_- \exp(+i\beta z)$. Функции $\varphi^{(-)}(\pm k_z)$ получаются путем комплексного сопряжения функций $\varphi^{(+)}(\mp k_z)$. Из (2) следует, что

$$W(\alpha\alpha_o) = W^d(\alpha\alpha_o) + W^s(\alpha\alpha_o), \qquad (4)$$

где $W^d(\alpha\alpha_o)$ есть вероятность "прямого" рассеяния на угол $\theta_\alpha (0 < \theta_\alpha < \pi/2)$, а $W^s(\alpha\alpha_o)$ – "зеркального" на угол $\pi - \theta_\alpha$. Закон



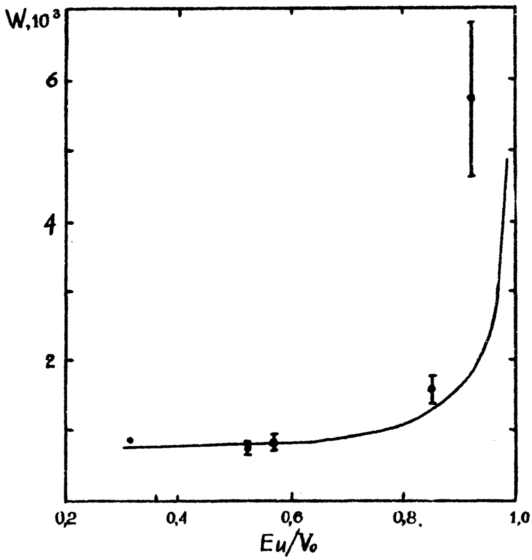
Р и с. I. Закон сохранения импульса при неупругом когерентном рассеянии УХН на пластине. Индекс d соответствует "прямому" рассеянию, s – "зеркальному"

сохранения импульса в обоих случаях иллюстрируется рис. I. Для простоты выбран случай, когда вектор $\vec{q}$ расположен в плоскости, содержащей вектор $\vec{k}$ и нормаль к пластине-рассеивателю. Волновой вектор $K = k_z + q_z \mp k_\alpha \cos\theta_\alpha$ (знак "минус" соответствует прямому, а "плюс" зеркальному рассеянию) всегда направлен нормально к пластине и отвечает импульсу, который получает вся пластина как целое. Из-за различия законов дисперсии нейтронов и акустических фононов при когерентном неупругом рассеянии УХН существенную роль в импульсном обмене играет рассеиватель. Двухчастичное взаимодействие типа "нейтрон-фонон" /3/, по существу, запрещено для УХН, так как оно возможно лишь при нереально больших импульсах акустических фононов /4/. Как следует из (4), $W_h = W_h^d + W_h^s$. Полная вероятность утечки УХН из ловушки $W = \sum_{i=1}^{3} W_i$, где $W_1 \equiv W_h^d$ и $W_2 \equiv W_h^s$ для переходов, в которых $E'_z > v_o$. Вероятность W_3 отвечает переходам, когда нейтрон испытывает рассеяние в заднюю полусферу, причем $E'_z < v_o$, но $E' > v_o$. При переходах, соответствующих W_2 и W_3, нейтроны рассеиваются внутрь ловушки. Поскольку энергия этих нейтронов $E' > v_o$ и не удовлетворяет условию удержания УХН в ловушке, то они покидают ловушку, испытав после поглощения фонона, вообще говоря, ν упругих соударений со стенками. Однако $\nu \ll w^{-1}$ и w может аппроксимировать вероятность утечки УХН при однократном соударении со стенкой ловушки.

Расчет дает следующее выражение для w:

$$w = \sum_{i=1}^{3} w_i = \sum_{i=1}^{3} \frac{m}{M} \frac{v_o}{\hbar N} \int_{\omega_{min}^{(i)}}^{\omega_{max}^{(i)}} \frac{g(\omega) R_i(\omega, E_z) d\omega}{\omega(1+\hbar\omega/E_z)^{1/2}[\exp(\hbar\omega/T)-1]} \qquad (5)$$

Здесь M – масса ядра рассеивателя, T – температура рассеивателя, $g(\omega)$ – частотный спектр акустических фононов, $\omega_{min}^{(1)} = \omega_{min}^{(2)} = (v_o - E_z)/\hbar$, $\omega_{min}^{(3)} = (v_o - E)/\hbar$, $\omega_{max}^{(1)} = \omega_{max}^{(2)} \simeq T/\hbar$, $\omega_{max}^{(3)} = (v_o - E_z)/\hbar$. Функции $R_i(\omega, E_z)$ учитывают рефракцию вылетающего нейтрона. Так, $R_3(\omega, E_z) = 4 \frac{E_z}{v_o}(1 + \hbar\omega/E_z)$. Не приводя громоздких выражений для $R_1(E_z')$ и $R_2(E_z')$, отметим, что при $E_z' \gg v_o$ функции $R_1(E_z')$ и $R_2(E_z')$ стремятся к единице, т.е. роль рефракции несущественна, и $w_h^d \approx w_h^s$. При $E_z' \to v_o$ функция $R_2(E_z')$ стремится к максимальному значению, равному 4, а $R_1(E_z')$ убывает до величины $\sim(2m\hbar^{-2}v_o z_o^2)^{-1}$, что позволяет пренебречь вероятностью w_h^d при $E_z' \leqslant v_o$. Величина w существенно зависит от вида функции $g(\omega)$. В случае дебаевского спектра $g(\omega) = 3N\omega^2/\omega_D^3$ (ω_D – дебаевская граничная частота), и основной вклад в w дают переходы, связанные с поглощением энергичных фононов ($\hbar\omega \gg v_o$). При этом величина w составляет $10^{-7} \div 10^{-8}$. Таким образом, используя дебаевский спектр, нельзя объяснить наблюдаемую аномальную утечку УХН и следует обратиться к более реалистическим спектрам /3/. Для ряда стеклообразных и некоторых кристаллических веществ обнаружены низкотемпературные аномалии теплоемкости, которые можно связать /5,6/ с существованием спектра $g_\gamma(\omega) = 3N\omega^2/\omega_D^3 + \gamma N/\omega_D$. Для стекол $\gamma \leqslant 5 \cdot 10^{-4}$. Можно ожидать, что спектр $g_\gamma(\omega)$ характерен для всех мозаичных (в том числе поликристаллических) тел. При этом $\gamma = \varkappa/n^2$, где $\varkappa$ – доля вещества, входящего в состав кристаллитов, а n – средний линейный размер кристаллита, выраженный числом межатомных промежутков. Для $g_\gamma(\omega)$ вероятность утечки может быть аппроксимирована выражением



Р и с.2. Сравнение теоретической зависимости $W(E_u)$ для графита с данными эксперимента /2/

$$W(E) \simeq 4\gamma \frac{m}{M}\frac{T}{E_D}\frac{[(v_0 - E + E_z)E_z]^{1/2}}{v_0 - E},$$

справедливым при $E < v_0 - E_{min}$, где E_{min} имеет смысл минимальной эффективной энергии фононов в спектре $g_\gamma(\omega)$. При $v_0 > E > v_0 - E_{min}$ выполняется $W(E) = W(v_0 - E_{min})$. Для сравнения с экспериментом значения $W(E)$, рассчитанные согласно (5), усреднялись по углам падения и энергетическому спектру УХН в ловушке. Усредненные значения W зависят от двух параметров: γ и E_{min}. Для стеклянной ловушки ($\gamma = 5 \cdot 10^{-4}$) экспериментальное значение $W \simeq 4 \cdot 10^{-4}$ /1/ может быть получено при $E_{min} = 2 \cdot 10^{-2} v_0$. Длина волны фонона λ_{max}, соответствующая этому значению E_{min}, составляет ~5 мм, т.е. примерно равна толщине стенок ловушки. Для графита величина γ неизвестна, но существующим экспериментальным данным не противоречит значение $\gamma \leqslant 5\cdot10^{-5}$. На рис.2 теоретическая зависимость $W(E_u)$ сравнивается с экспериментальными данными. /2/. E_u – нижняя граница интервалов E_z, в которых проводились измерения. При расчете использовались величины $\gamma = 5\cdot10^{-5}$ и $E_{min} = 0,001 v_o$ (λ_{max} при этом на порядок превышает λ_{max} для стекла). Как видно из рисунка, расчет передает основную особенность хода экспериментальных точек – резкое нарастание W при $E_u \simeq v_o$ и слабое изменение W при $E_u \ll v_o$.

Эксперименты по удержанию УХН в ловушках, по-видимому, могут дать информацию о частотном спектре акустических фононов в области предельно низких частот.

Авторы благодарны профессору Л. В. Келдышу за полезное обсуждение и критические замечания.

Поступила в редакцию 28 ноября 1975 г.

После переработки 10 марта 1976 г.

Литература

1. Ф. Л. Шапиро. Препринт ОИЯИ, Р3-8135, Дубна, 1974 г.
2. A. Steyerl, W. D. Trüstedt. Z. Physik, 267, 379 (1974).
3. В. К. Игнатович. Препринт ОИЯИ, Р4-6681, Дубна, 1974 г.; Р4-8687, Дубна, 1975 г.
4. А. Ахиезер, И. Померанчук. Некоторые вопросы теории ядра. Гостехиздат, 1950 г.
5. M. P. Baltes. Solid State Commun., 13, 225 (1974).
6. Usha, L. S. Kothari. Solid State Commun., 15, 579 (1974).