Краткие сообщения по физике № 3 1974

НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ГЕНЕРАЦИИ ШУМОВ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПОТОКАМИ В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

Ю. В. Голиков, В. В. Пустовалов,
В. П. Силин, В. Т. Тихончук

УДК 533.951

Найдено спектральное распределение и уровень шума, генерируемого двумя встречными потоками электронов в магнитоактивной плазме. Приведены оценки плотности энергии колебаний на частоте нижнего гибридного резонанса в районе полярной магнитосферы Земли. Указано на важность измерения осцилляций уровня турбулентного шума.

Определение спектрального состава и уровня шума в плазме ионосферы представляет особой актуальную задачу теории. Одной из причин возникновения плазменных шумов ионосферы являются электронные потоки, запертые в ловушке, образованной магнитным полем Земли.

В этой заметке мы изложим основные положения и результаты нелинейной теории, определяющей в приближении слабой турбулентности спектральную плотность энергии $W(\vec{k}, t)$ высокочастотных потенциальных колебаний магнитоактивной плазмы с волновым вектором $\vec{k}$ на частоте нижнего гибридного резонанса, возбуждаемых с инкрементом $\gamma(\vec{k})$ двумя встречными электронными потоками плотности n, движущимися со скоростями $\pm\vec{u}$ вдоль постоянного и однородного магнитного поля $\vec{B}$ в плазме с плотностью электронов $n_e \gg n$ и температурой T_e. Насыщение уровня колебаний обусловлено их нелинейным взаимодействием благодаря вынужденному рассеянию на ионах плазмы (ядро Q характеризует сечение такого взаимодействия /I/, t – время):

$$\frac{\partial W(\vec{k},t)}{\partial t} = \nu_e \varkappa T_e + 2\gamma(\vec{k})W(\vec{k},t) - W(\vec{k},t)\int d\vec{k}' Q(\vec{k},\vec{k}')W(\vec{k}',t). \quad (I)$$

Здесь и ниже ν_e – частота столкновений электронов с ионами. $\varkappa$ – постоянная Больцмана, $\omega_{Le} = (4\pi e^2 n_e/m)^{1/2}$ и $\omega_L = (4\pi e^2 n/m)^{1/2}$ –

ленгмюровские частоты электронов плазмы и потоков (e – заряд электрона, m – его масса). В плазме с замагниченными электронами $\omega_{Le}^2 \ll \Omega_e^2 \equiv (eB/mc)^2$ инкремент раскачки γ нижнего гибридного резонанса

$$\gamma(\vec{k}) = = \frac{\nu_e}{2}\left\{-1 + \sqrt{2\pi}\,\frac{ku - \omega_{Le}}{\nu_e}\,|\cos\theta|\,\frac{\omega_{Le}\omega_L^2}{(kv_T)^3}\exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(ku - \omega_{Le})^2}{(kv_T)^2}\right]\right\} \tag{2}$$

достигает максимума при распространении колебаний вдоль магнитного поля $[\vec{k}\vec{B}]=0$ $(\cos\theta \equiv \vec{k}\vec{B}/kB)$. В случае, когда направленная скорость u велика по сравнению с тепловой скоростью $v_T = (\varkappa T/m)^{1/2}$ электронов потоков $(u^2 \gg v_T^2)$, максимально быстро раскачиваются колебания с волновым числом $k = k_m \approx \omega_{Le}u^{-1}(1 + v_T u^{-1})$, а пороговая для раскачки скорость $u_{пор}$ имеет вид[ж)] $u_{пор} \approx (e/2\pi)^{1/4}(\nu_e\omega_{Le})^{1/2}v_T\omega_L^{-1}$.

Характерной особенностью инкремента (2) является его резкая по сравнению с угловой зависимость от волнового числа k. Анализ ядра Q в уравнении (I) показывает, что оно зависит от волновых чисел k, k′ взаимодействующих колебаний гораздо слабее, чем γ от k. Этот факт позволяет свести исходное соотношение (I) к одномерному нелинейному интегродифференциальному уравнению (см. /2,3/), которое мы запишем в приближении малой надпороговости $p^2 - 1 \ll 1$ $(p = u/u_{пор})$

$$\frac{\partial y(x,\tau)}{\partial\tau} - \frac{1}{y(x,\tau)} = y(x,\tau)\times$$

$$\times\left\{a^2 - x^2 - \alpha\beta\int_0^{x_0} x'dx'y(x',\tau)(x'^2 - x^2)\exp\left[-\frac{\beta^2}{4}(x'^2 - x^2)^2\right]\right\}, \tag{3}$$

$$W(\vec{k},t) = W(k,\theta,t) = \frac{\varkappa T_e}{\sqrt{2}}\frac{v_T}{u}y(x,\tau)\delta(1 - k/k_m), \qquad \tau \equiv \frac{1}{2}p^2\nu_e t,$$

ж) $e \approx 2{,}72$.

$$a^2 \equiv 2\left(1-\frac{1}{p^2}\right), \quad \beta \equiv 2^{-3/2} u v_{Ti}^{-1},$$

$$\alpha \equiv 2^{-7/2}\pi^{-3/2} p^{-2} \frac{\omega_{Le}}{\nu_e} \frac{v_T v_{Te}^3}{u^4} \left(n_e r_{De}^3\right)^{-1} \left(\frac{r_{De}}{r_{Di}} + \frac{r_{Di}}{r_{De}}\right)^{-2}, \qquad (4)$$

когда разность частот взаимодействующих колебаний мала в сравнении с ионной гироскопической. Здесь $v_{Te} = (\varkappa T_e/m)^{1/2}$ и $v_{Ti} = (\varkappa T_i/M)^{1/2}$ – тепловые скорости электронов и ионов плазмы (T_i – температура ионов, M – их масса), а r_{De} и r_{Di} – соответствующие им дебаевские радиусы.

Уравнению (3) соответствует нелинейное взаимодействие типа спектральной перекачки с перебросом, когда наиболее интенсивно взаимодействуют колебания с почти параллельными и антипараллельными магнитному полю $\vec{B}$ волновыми векторами

$$x = \theta,\ 0 \leqslant \theta \ll \pi/2; \quad x = \pi - \theta,\ \pi/2 \ll \theta \leqslant \pi; \quad x_0 \leqslant 1. \qquad (5)$$

Впервые такое уравнение (3) было получено и проанализировано в работе /4/ применительно к неизометрической плазме, в которой турбулентность инициируется параметрической неустойчивостью типа распада волны накачки на верхний гибридный резонанс и медленную магнитозвуковую волну. В этой заметке мы воспользуемся результатами выполненного в /4/ анализа для выявления свойств плазменной турбулентности совершенно иной природы, развивающейся благодаря раскачке нижнего гибридного резонанса электронными потоками.

В приближении дифференциальной перекачки с перебросом $a^2\beta \gg 1$ уравнение (3) может быть заменено дифференциальным

$$\frac{\partial y(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{y(x,\tau)} + y(x,\tau)\left\{a^2 - x^2 - \varepsilon \frac{\partial y(x,\tau)}{\partial (x^2)} - \frac{\varepsilon}{\beta^2} \frac{\partial^3 y(x,\tau)}{\partial (x^2)^3}\right\},$$

$$\varepsilon \equiv 2\sqrt{2\pi}\,\alpha\beta^{-2}, \qquad (6)$$

сразу же определяющим /2,4/ стационарное угловое распределение $y(x,\infty)$ плазменного шума

$$y(x,\infty) = \frac{a^2x^2}{\varepsilon}\left(1 - \frac{x^2}{2a^2}\right), \quad 0 \leqslant x \leqslant a\sqrt{2} \qquad (7)$$

и полную по спектру плотность энергии турбулентности

$$\frac{E^2(t)}{8\pi} = \int \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3} W(\vec{k},t);$$

$$\frac{E^2(\infty)}{8\pi n_e æT_e} = 0{,}12 \left(\frac{n_e}{n}\right)^{1/2} \left(\frac{v_T}{v_{Ti}}\right)^2 \left(\frac{\nu_e}{\omega_{Le}}\right)^{3/2} \left(\frac{p^2-1}{p}\right)^3 \left(\frac{r_{De}}{r_{Di}} + \frac{r_{Di}}{r_{De}}\right)^2. \quad (8)$$

Выход шума на такое стационарное состояние (7)-(8) сопровождается согласно /3,4/ осцилляциями спектральной плотности $y(x,\tau)$ по времени и углам x. Характерная определяемая уравнением (6) частота осцилляций во времени Ω_D полного шума дается выражением

$$\Omega_D \simeq 0{,}1 \left(\frac{n_e}{n} \frac{\nu_e}{\omega_{Le}}\right)^{1/2} \frac{v_T}{v_{Ti}} \frac{p^2-1}{p}. \quad (9)$$

Характерный угловой масштаб Δx изменения спектральной плотности уменьшается с течением времени, $\Delta x \backsim (a^3\beta\tau)^{-1}$, так что $y(x,\tau)$ с ростом τ выглаживается до стационарного распределения $y(x,\infty)$, определяемого формулой (7). Время выхода шума на стационарное состояние (7), (8) имеет вид

$$t_\infty \approx 1{,}6p^6(p^2-1)^4(n_e r_{De}^3)^2 \frac{\nu_e^7}{\omega_{Le}^8} \left(\frac{n_e}{n}\right)^6 \frac{v_T^{10}}{v_{Te}^6 v_{Ti}^4} \left(\frac{r_{De}}{r_{Di}} + \frac{r_{Di}}{r_{De}}\right)^4. \quad (10)$$

Интегральной перекачке $a^2\beta \ll 1$ соответствует уравнение (3) с упрощенным ядром

$$\frac{\partial y(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{y(x,\tau)} + y(x,\tau)\left\{a^2 - x^2 - \alpha\beta \int_0^{x_0} x'dx'y(x',\tau)(x'^2 - x^2)\right\}, \quad (11)$$

описывающее /4/ существенно нестационарную картину эволюции плазменной турбулентности. Именно, согласно уравнению (11) (см. /4/) проинтегрированный по углам полный шум осциллирует от спонтанного $y \approx 1$ до турбулентного $y \gg 1$ уровня с частотой

$$\Omega_I \approx 2\pi\nu_e(p^2-1) \times$$
$$\times\left\{\ln\left[35 \frac{p^7}{p^2-1}\left(\frac{\nu_e}{\omega_{Le}}\right)^5 \left(\frac{n_e}{n}\right)^{3/2} \frac{T}{T_e} \frac{v_{Ti}}{v_{Te}} n_e r_{De}^3 \left(\frac{r_{Di}}{r_{De}} + \frac{r_{De}}{r_{Di}}\right)^2\right]\right\}^{-1}, \quad (12)$$

не выходя на стационарное значение. Средний по периоду осцилляций полный шум

$$\overline{E^2}/8\pi n_e \varkappa T_e \approx 6{,}9(n v_{Ti}/n_e v_T)(r_{De}/r_{Di} + r_{Di}/r_{De})^2 \qquad (13)$$

на границе применимости дифференциального и интегрального приближений $a^2\beta \sim 1$ сравнивается с найденным выше (8) в условиях дифференциальной перекачки.

Найденная таким образом картина плазменной турбулентности позволяет оценить уровень энергии колебаний на частоте нижнего гибридного резонанса, генерируемых электронными потоками в плазме внешней ионосферы Земли в районе полярной магнитосферы. Именно, в полностью ионизованной водородной плазме с плотностью электронов $n_e \approx 10^4$ см$^{-3}$, температурой $T_e \approx T_i \approx 10^3$°K и магнитным полем $B \approx 0.4$ гаусс встречные потоки электронов с плотностью $n = 10^{-2}$см$^{-3}$, направленной скоростью $u \approx 6{,}2.10^8$ см/сек и тепловым разбросом $v_T = 4.10^8$ см/сек (см. /5/) генерируют колебания на частоте $f \approx 500$ кгц нижнего гибридного резонанса с плотностью энергии $E^2/8\pi \approx 5.10^{-10}$ эрг/см^3. При спектральной ширине $\Delta f = 700$ кгц, соответствующей принятому значению надпороговости $p = 1{,}3$, плотность энергии на единицу частоты составляет $E^2/8\pi\Delta f \approx 10^{-16}$ в^2/м^{2}гц. Такая оценка возникает с помощью формулы (8) в приближении дифференциальной перекачки энергии турбулентного шума по спектру ($\beta \approx 10^3 \gg 1$).

Важно отметить, что при этом выход шума на турбулентный уровень происходит за времена $t_T \approx (p^2\nu_e)^{-1}\ln(a^6/\varepsilon)$ порядка секунды ($t_T \approx 1$ сек), то есть турбулентность носит существенно нестационарный характер. Поэтому должны наблюдаться осцилляции уровня шума с частотой $f_D \equiv \Omega_D/2\pi \approx 10$ гц.

Проверка развитых теоретических положений настоятельно требует детального экспериментального изучения плазменных шумов верхней ионосферы в диапазоне частот от ста килогерц до мегагерца (ср. /5/).

Поступила в редакцию
3 января 1974 г.

Литература

1. В. В. Пустовалов, В. П. Силин. Теория плазмы. Труды ФИАН, 61, 42 (1972).
2. В. В. Пустовалов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук. ЖЭТФ, 65, 1880 (1973).
3. Н. Е. Андреев, В. В. Пустовалов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук. Письма в ЖЭТФ, 18,624 (1973).
4. В. В. Пустовалов, А. Б. Романов, В. П. Силин, В. Т. Тихончук. Препринт ФИАН № 7 (1974).
5. D. A. Gurnett, L. A. Frank. Journ. Geophys. Res., 77, 172 (1972).