

УДК 537.52

РАСЧЕТ ДВИЖЕНИЯ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ ПОГЛОЩЕНИЯ ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ВОЛОКОННОМ СВЕТОВОДЕ

Р. И. Голятина, А. Н. Ткачев, С. И. Яковленко

Тепловая волна поглощения лазерного излучения в сердцевине лазерного световода исследована на основе нестационарного двумерного уравнения теплопроводности. Вычислены скорости распространения волны как функции интенсивности лазерного излучения, а также пороговые значения интенсивности, при которых возникает волна прогрева. Показано, что скорость волны при больших интенсивностях качественно описывается известной из теории горения формулой и пропорциональна квадратному корню из интенсивности излучения. Пороговые значения интенсивности лазерного излучения, полученные в расчетах, хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Эффект резкого изменения мощным лазерным излучением физических параметров прозрачного конденсированного вещества известен давно [1]. В частности, при превышении интенсивностью лазерного излучения некоторого порогового значения резко повышается коэффициент поглощения излучения. Это приводит при оптических разрядах в конденсированной среде [2, 3] и в газе [4] к распространению волны поглощения навстречу лазерному излучению.

За последние годы большой интерес возник к явлению такого рода в волоконных световодах [5 – 15]. Если на каком-либо участке волокна повышен коэффициент поглощения, то в этом месте происходит нагрев, который приводит к дальнейшему повышению поглощения. Теплопроводность обеспечивает продвижение такой тепловой волны поглощения (ТВП) навстречу лазерному излучению.

ТВП ранее рассматривалась в упрощенном стационарном одномерном приближении в системе координат, двигающейся со скоростью волны [7, 8]. В данной работе ТВП рассматривается на основе двумерного нестационарного уравнения теплопроводности. Рассмотрены зависимости скорости движения ТВП от интенсивности излучения и определены пороговые значения интенсивности излучения, при которой возникает ТВП.

Рассматриваемая модель

Уравнение теплопроводности. Нестационарная двумерная модель ТВП в цилиндрических координатах r, z в прямоугольной области $0 \leq r \leq r_1, 0 \leq z \leq l$ (r_1 – внешний радиус световода; l – его длина) описывается двумя уравнениями – уравнением теплопроводности (1) и уравнением переноса излучения (2):

$$c_p(T)\rho(T)\frac{\partial}{\partial t}T(t, z, r) = \frac{\partial}{\partial z} \left[k(T) \frac{\partial}{\partial z} (T(t, z, r)) \right] + \quad (1)$$

$$+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \cdot k(T) \left(\frac{\partial}{\partial r} (T(t, z, r)) \right) \right] + \alpha(T)I(t, z, r),$$

$$\frac{\partial}{\partial z} I(z, r) = -\alpha(T)I(z, r). \quad (2)$$

Здесь z – координата вдоль волновода; r – координата по радиусу; $c_p(T)$ – удельная теплоемкость; I – интенсивность (плотность потока энергии) лазерного излучения; $\alpha(T)$ – коэффициент поглощения лазерного излучения; $k(T)$ – коэффициент теплопроводности; $\rho(T)$ – плотность вещества. Интенсивность зависит от времени неявным образом через температуру.

Зависимость коэффициента поглощения от температуры была выбрана следующей:

$$\alpha(T) = \begin{cases} 0, & T < T_1 \\ \alpha_p \cdot (T - T_1)/(T_p - T_1), & T_1 \leq T \leq T_p, \\ \alpha_p, & T > T_p. \end{cases}$$

Здесь α_p – максимальное значение коэффициента поглощения; T_p – температура, при которой достигается это максимальное значение; T_1 – температура, при которой начинается быстрый рост коэффициента поглощения. Полагалось $(T_p - T_1) \ll T_p$, при этом от величины T_1 результаты расчетов практически не зависят. Исходя из данных работ [7, 8] было положено $\alpha_p = 560 \text{ см}^{-1}$, $T_p = 2000^\circ\text{C}$. Если существенно изменить величину α_p , то результаты расчетов не будут согласовываться с экспериментальными данными. Кроме того, было положено $T_1 = 1700^\circ\text{C}$.

Зависимость теплоемкости от температуры и от характеристик фазовых переходов представлялась в виде:

$$c_p(T) = c_0(T) + \Delta c(T, T_m, \Delta T_m, \Delta H_m) + \Delta c(T, T_p, \Delta T_p, \Delta H_p),$$

где $c_0(T)$ – функция, описывающая зависимость теплоемкости от температуры в отсутствие фазовых переходов;

$$\Delta c(T, T_0, \Delta T_0, \Delta H) = (\Delta H_0 / \pi^{1/2} \Delta T_0) \cdot \exp\{-[(T - T_0) / \Delta H_0]^2\}$$

– функция, описывающая скачок теплоемкости в точке фазового перехода; T_m – температура плавления; T_p – температура, соответствующая резкому повышению поглощения; ΔH_m – энергия плавления; ΔH_p – энергия фазового перехода при увеличении поглощения. Величина ΔT_0 характеризует ширину фазового скачка.

Для стекла в представленных здесь расчетах были выбраны следующие параметры [7, 8, 16]: $\rho(T) = 2.2 \text{ г/см}^3$; $k = 0.02 \text{ Вт/см} \cdot \text{К}$; $c_0(T) = 0.74 \text{ Дж/гм} \cdot \text{К}$; $T_m = 1600^\circ\text{C}$; $T_p = 2000^\circ\text{C}$; $\Delta H_m = 142 \text{ Дж/гм}$; $\Delta H_p = 142 \text{ Дж/гм}$; $\Delta T_m = 100 \text{ К}$; $\Delta T_p = 100 \text{ К}$.

Граничные и начальные условия. Считалось, что излучение интенсивности I_0 , вводится при $z = 0$: $I(t, 0, r) = I_0(r)$. При этом из (2) имеем:

$$I(t, z) = I_0 \cdot \exp\left(-\int_0^z \alpha(T(t, z')) dz'\right).$$

Однако при численном интегрировании это выражение неудобно, поскольку содержит искомую величину $T(t, z)$. В конкретных расчетах распределение вводимой интенсивности по радиусу соответствовало “ступеньке”:

$$I_0(r) = I_0, \text{ при } r < r_0; \quad I_0(r) = 0, \text{ при } r \geq r_0.$$

Считалось, что сток тепла с поверхности световода отсутствует:

$$\left. \frac{\partial T(t, z, r)}{\partial r} \right|_{r=r_1} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(t, z, r)}{\partial z} \right|_{z=0, z=l} = 0.$$

Начальные условия соответствовали “ступеньке”:

$$T(t, z, r)|_{t=0} = T_0, \text{ при } z < z_p; \quad T(t, z, r)|_{t=0} = T_p, \text{ при } z \geq z_p,$$

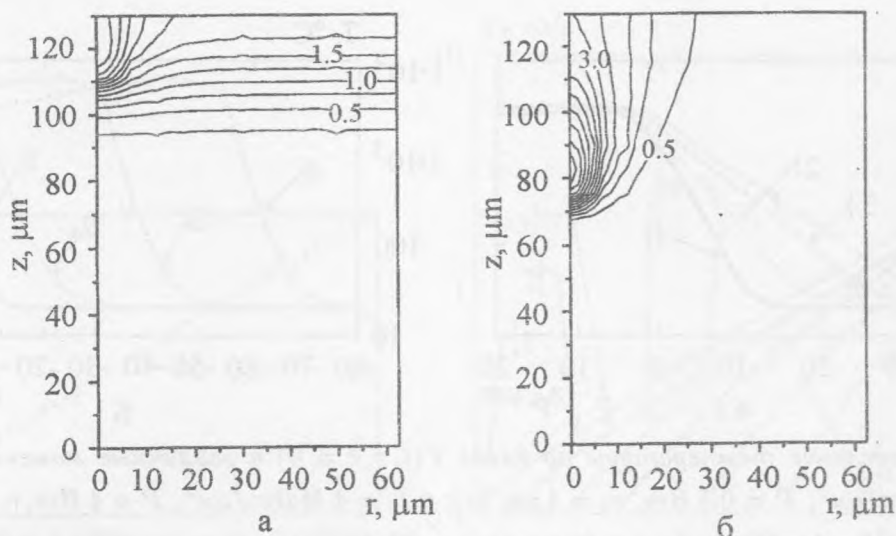


Рис. 1. Линии равного уровня температуры, проведенные с шагом 500°C . В разрывах линий указана температура в 1000°C . а) $I_0 = 1 \text{ МВт/см}^2$, $t = 80 \text{ мкс}$ ($P = 0.5 \text{ Вт}$, $r_0 = 4 \text{ мкм}$), б) $I_0 = 4 \text{ МВт/см}^2$, $t = 210 \text{ мкс}$ ($P = 4 \text{ Вт}$, $r_0 = 4 \text{ мкм}$).

где z_p – координата точки начального возмущения. В расчетах полагалось $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

Результаты расчетов

Распространение волны поглощения. Характерное распределение температуры по оси световода при слабом и сильном лазерном излучении иллюстрируют рис. 1, 2. Как и следовало ожидать, имеет место пик температуры, продвигающийся навстречу лазерному лучу. Спад температуры за пиком обусловлен падением интенсивности лазерного излучения за счет поглощения на длине порядка $\alpha_p^{-1} = 18 \text{ мкм}$ и теплопроводностным охлаждением. При меньшей интенсивности излучения охлаждение более существенно, поэтому пик выражен резко.

Скорость фронта ТВП v_f определялась по зависимости от времени координаты фронта $z_f(t)$, определяемой равенством $T(t, r = 0, z_f) = T_p$ (рис. 2, 3). Зависимость $z_f(t)$ с хорошей точностью следовала линейной зависимости $z_f(t) = v_f t + \text{const}$, и по наклону $z_f(t)$ находилась v_f . Результаты расчетов представлены на рис. 4. Там же приведены экспериментальные данные [15].

Скорость ТВП. В теории горения для скорости распространения пламени было получено выражение, пропорциональное квадратному корню из удельной мощности энерговыделения [19]. Оно используется в теории распространения разрядов [2] и может быть в данном случае записано в виде:

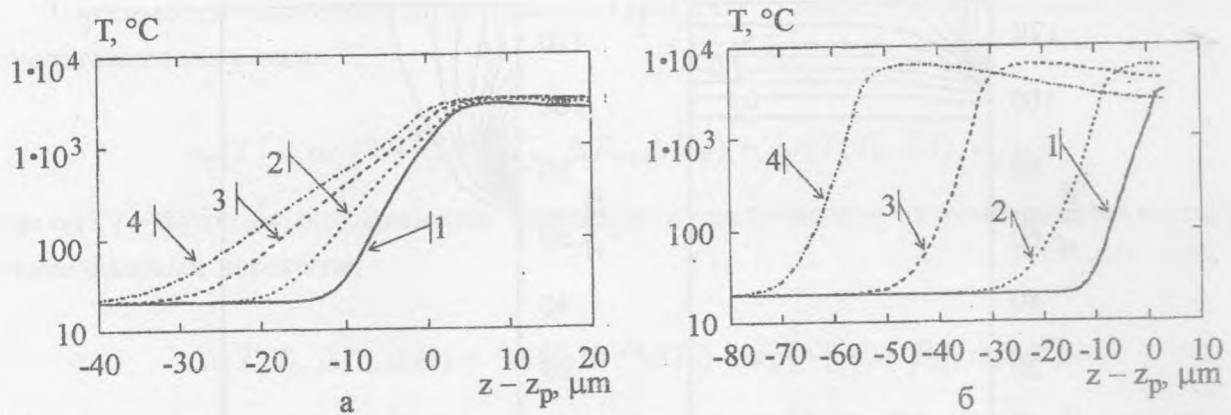


Рис. 2. Распределение температуры по длине $T(t, z, r = 0)$ в различные моменты времени для $I_0 = 1 \text{ МВт/см}^2$, $P = 0.5 \text{ Вт}$, $r_0 = 4 \text{ мкм}$ (а); и $I_0 = 4 \text{ МВт/см}^2$, $P = 4 \text{ Вт}$, $r_0 = 4 \text{ мкм}$ (б): (а) 1 - $t = 10 \text{ мкс}$; 2 - $t = 38 \text{ мкс}$; 3 - $t = 66 \text{ мкс}$; 4 - $t = 80 \text{ мкс}$; (б) 1 - $t = 10 \text{ мкс}$; 2 - $t = 90 \text{ мкс}$; 3 - $t = 170 \text{ мкс}$; 4 - $t = 210 \text{ мкс}$.

$$v_f = \sqrt{k\alpha_p I_0 / (T_p - T_a) / (\rho c_p)}. \quad (3)$$

В работах [7, 8] предложено несколько иное, более общее выражение для скорости фронта ТВП, которое можно записать в виде:

$$v_f = v_{f0} \cdot (\sqrt{(I_0 / I_{ch}) + 1} - 1). \quad (4)$$

Здесь $v_{f0} = k\alpha_p / 2\rho c_p$ - характеризует линейное нарастание скорости с ростом интенсивности в слабых полях; $I_{ch} = k\alpha_p(T - T_a) / 4$ - характеризует интенсивность лазерного излучения, при которой линейная зависимость переходит в корневую. Для параметров расчетов, представленных на рис. 4, имеем: $v_{f0} = 0.034 \text{ м/с}$, $I_{ch} = 5.8 \cdot 10^{-3} \text{ МВт/см}^2$.

Выражение (4) при $I_0 \gg I_{ch}$ переходит в выражение (3). В выражении (4) учтены затраты энергии на разогрев смеси, которыми пренебрегается при получении (3). Проведенные нами расчеты скорости фронта v_f , в отсутствие охлаждения, согласуются с расчетами по формуле (4), когда интенсивность много больше пороговой (см. ниже). Впрочем, в рассматриваемых условиях результаты, получаемые на основе выражений (3) и (4), близки (см. рис. 4). Более существенным оказывается влияние охлаждения.

Пороговые интенсивности. В серии расчетов была определена пороговая интенсивность I_{th} для различных значений r_0 (см. рис. 5). При $I_0 < I_{th}$ волна прогрета не возникает. Оценку порогового значения интенсивности I_{th1} излучения можно получить,

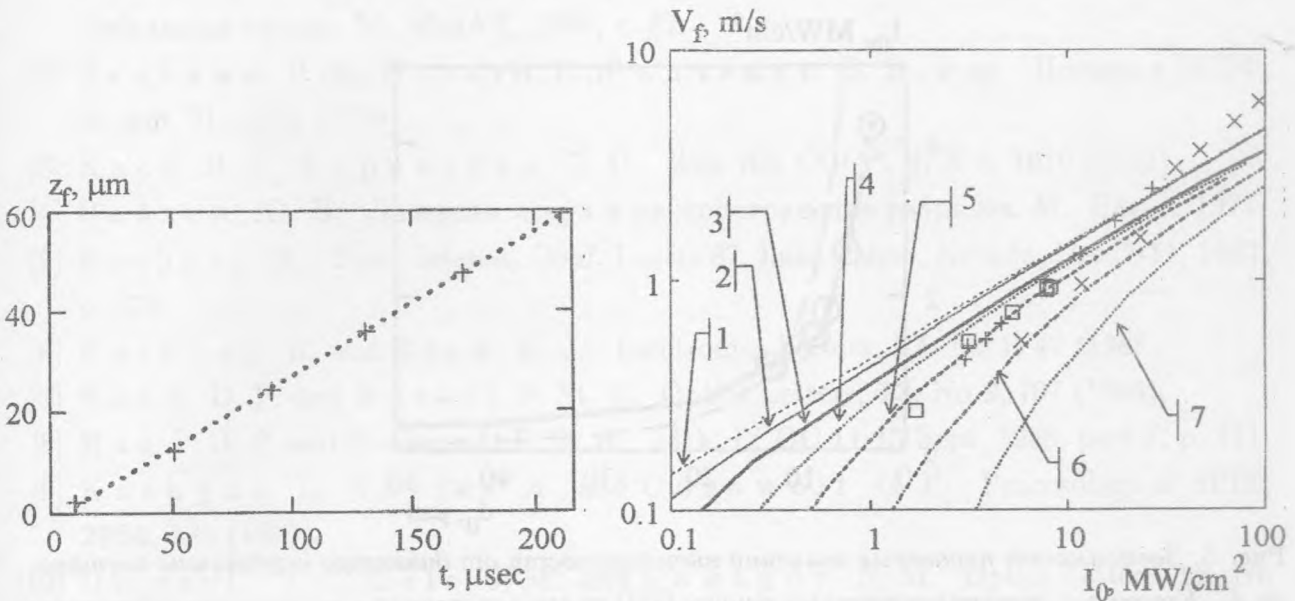


Рис. 3. Зависимость координаты z_f фронта тепловой волны поглощения от времени t . Координата фронта z_f определяется как точка, в которой $T(t, z_f, r = 0) = T_p = 2000$ К. Пунктир $z_f(t) = v_f t + const$, где $v_f = 0.29$ м/с, $I_0 = 4$ МВт/см², $P = 4$ Вт, $r_0 = 4$ мкм.

Рис. 4. Зависимость скорости распространения фронта ТВП от интенсивности лазерного излучения. Кривые – результаты расчетов при различных радиусах кора; точки – экспериментальные значения. 1 – корневая зависимость (3); 2 – зависимость (4); 3 – расчет при $r_0 = 50$ мкм; 4 – $r_0 = 20$ мкм; 5 – $r_0 = 10$ мкм; 6 – $r_0 = 4$ мкм; 7 – $r_0 = 2$ мкм. Использовались экспериментальные данные для SiO_2-GeO_2 волноводов внешним диаметром 125 мкм [12]. Косые кресты – $\Delta n = 0.04$ – разница показателей преломления в центре и на периферии, $d = 3.3$ мкм – диаметр сердцевины, заполненной излучением; прямые кресты – $\Delta n = 0.009$, $d = 5.75$ мкм; прямоугольники – $\Delta n = 0.0015$, $d = 11.05$ мкм.

приравняв поглощаемую мощность $\alpha_p \cdot I_{th1}$ эффективному теплоотводу $\frac{6(T_p - T_0) \cdot k}{r_0^2}$. В результате имеем

$$I_{th1} = \frac{6(T_p - T_0) \cdot k}{r_0^2 \alpha_p}. \quad (5)$$

В численных расчетах пороговое значение определялось по значению скорости 0.1 м/с. Сопоставление формулы (5) с результатами численных расчетов и измерений пороговых значений интенсивности [12] проведено на рис. 5. Видно, что в рассмотренном диапазоне данных оценка отличается от расчетов примерно в два раза. В то же время

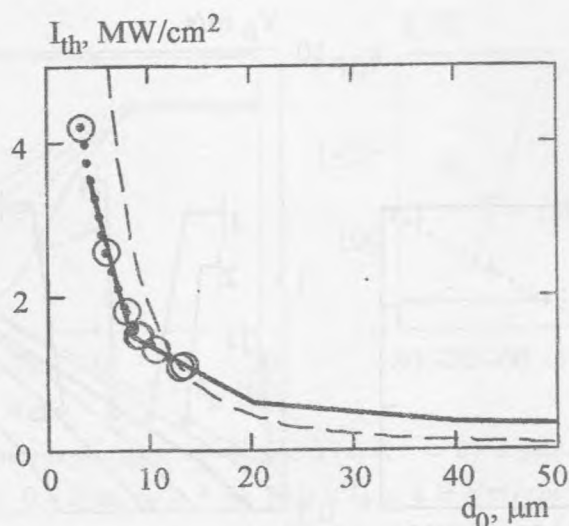


Рис. 5. Зависимость пороговых значений интенсивности от диаметра сердцевины световода d_0 . Кружки – экспериментальные данные [12]; сплошная кривая – результаты расчетов; штриховая кривая – оценка (5).

результаты двумерного расчета хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Проведенные расчеты показали, что тепловая волна поглощения, бегущая по сердцевине световода, хорошо описывается нестационарным двумерным уравнением теплопроводности и стационарным уравнением для интенсивности лазерного излучения. Скорость ТВП при интенсивностях, намного превышающих пороговое значение, хорошо описывается известной из теории горения формулой и пропорциональна квадратному корню из интенсивности света. Пороговое значение интенсивности лазерного излучения по порядку величины оценивается из сравнения нагрева с теплоотводом. Полученное на основе расчетов пороговое значение интенсивности хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Вычисленные зависимости скорости волны от интенсивности света и пороговые значения интенсивности согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Авторы благодарны Е. М. Дианову за постановку задачи, А. С. Бирюкову и И. А. Буфетову за обсуждение результатов, а также А. А. Фролову за предоставление результатов измерений в оцифрованном виде.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Аскаръян Г. А., Прохоров А. М., Чантурия Г. Ф., Шипуло

- Г. П. ЖЭТФ, **44**, вып. 6, 2180 (1963); Прохоров А. М. Квантовая электроника. Избранные труды. М., ИздАТ, 1996, с. 87.
- [2] Зеликин Н. В., Каск Н. Е., Радченко В. В., и др. Письма в ЖТФ, **4**, вып. 21, 1296 (1978).
- [3] Каск Н. Е., Корниенко Л. С. Изв. АН СССР, **4**, N 6, 1010 (1982).
- [4] Райзер Ю. П. Лазерная искра и распространение разрядов. М., Наука, 1974.
- [5] Kashyap R. Proc. Intenat. Conf. Lasers'87, Lake Tahoe, Nevada, Dec. 7-11, 1987, p. 859.
- [6] Kashyap R. and Blow K. J. Electronics Letters, **24**, No 1, 47 (1988).
- [7] Hand D. P. and Russel P. St. J. Optics Letters, **13**, No 9, 767 (1988).
- [8] Hand D. P. and Russel P. St. J. 14th. ECOC 11-15 Sept, 1988, part 1, p. 111.
- [9] Kashyap R., Sayles A., and Cornwell G. F. Proceedings of SPIE, **2965**, 586 (1997).
- [10] Driscoll T. J., Calo J. M., and Lawandy N. M. Optics Letters. **16**, No 13, 1046 (1991).
- [11] Дианов Е. М., Mashinsky V. M., Myzina V. A., et al. Sov. Lightwave Commun., **2**, 293 (1992).
- [12] Дианов Е. М., Буфетов И. А., Фролов А. А. и др. Квантовая электроника, **32**, N 6, 476 (2002).
- [13] Davis D. D., Mettler S. C., and Di Giovanni D. J. Proceedings of SPIE, **2714**, 202 (1997).
- [14] Davis D. D., Mettler S. C., and Di Giovanni D. J. Proceedings of SPIE, **2966**, 592 (1997); Optics Letters, **28**, No. 12, 974 (2003).
- [15] Бабичев А. П., Бабушкина Н. А., Братковский А. М. и др. Физические величины. Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мейлихова. М., Энергоатомиздат, 1991. ISBN 5-283-04013-5.
- [16] Калиткин Н. Н. Численные методы. Москва, Наука, 1978.
- [17] Sytsko Yu. I. and Yakovlenko S. I. Laser Physics, **6**(5), 989 (1996).
- [18] Марчук Г. И. Методы расщепления, М., Наука, 1988.
- [19] Зельдович Я. Б., Франк-Каменецкий Д. А. Ж. физ. хим., **12**, вып. 1, 100 (1938); Зельдович Я. Б. Избранные труды. Химическая физика и гидродинамика. М., Наука, 1984, с. 226.