

УДК 537.52

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ФРОНТА ВОЛНЫ РАЗМНОЖЕНИЯ ФОНА

С. И. Яковленко

Рассмотрена начальная стадия развития неустойчивости фронта ионизационной волны, обусловленной размножением электронов малой фоновой плотности. Найдено выражение для инкремента нарастания малых возмущений. Проведены расчеты инкремента нарастания неустойчивости для гелия и ксенона.

В работах [1 – 5] обращено внимание на тот факт, что распространение разряда в плотном газе в ряде случаев определяется не переносом электронов или фотонов, а размножением уже имеющихся электронов малой фоновой плотности. При этом во внешнем электрическом поле, предшествующем пробое, плотность фоновых электронов резко возрастает [2, 4, 5]. Наиболее интенсивное размножение имеет место вблизи проводящей поверхности малого радиуса кривизны, где концентрируется электрическое поле. Поэтому волна размножения часто распространяется в виде сравнительно узких каналов. Такой механизм распространения разряда не зависит от направления электрического поля, что позволяет, в частности, отказаться от известной фотонной гипотезы распространения стримера [6]. Вопрос о распространении волны ионизации в плотном газе важен также для понимания механизма генерации мощных субнаносекундных пучков в газах атмосферного давления [7, 8].

В данной работе рассмотрен вопрос об устойчивости плоского фронта волны размножения.

Скорость волны размножения. В работах [1 – 5] показано, что распространение волны размножения фона можно описать простой моделью. В рамках этой модели зависимость плотности электронов N_e от радиуса-вектора рассматриваемой точки пространства \mathbf{r} и времени t дается выражением:

$$N_e(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} N_0 \exp[\nu_i(E(\mathbf{r}))t], & \text{при } N_0 \exp[\nu_i(E(\mathbf{r}))t] < N_{cr}, \\ N_{cr}, & \text{при } N_0 \exp[\nu_i(E(\mathbf{r}))t] \geq N_{cr}. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь N_0 – фоновая плотность плазмы; N_{cr} – критическая плотность плазмы, при которой электрическое поле полностью экранируется плазмой; E – напряженность поля; ν_i – частота ионизации.

Скорость фронта волны размножения, полученная на основе (1), имеет вид:

$$v = \frac{\nu_i r_0}{\zeta(E_0/p)}, \quad \zeta(E_0/p) = 2 \cdot \text{Ln} \cdot \left(\frac{d \ln(u_{de}(E/p) \xi(E/p))}{d \ln(E/p)} \right)_{E/p=E_0/p} \quad (2)$$

Здесь $E_0 = E(z(0))$ – напряженность поля на поверхности фронта; r_0 – радиус сферической поверхности, аппроксимирующей фронт; p – давление нейтрального газа; $\text{Ln} \equiv \ln(N_{cr}/N_0)$. Частота ионизации записана как произведение $\nu_i = \alpha_i \cdot u_{de}$ коэффициента Таунсенда $\alpha_i(E, p) = p \cdot \xi(E/p)$ (где $\xi(E/p)$ – функция, характерная для данного газа) на дрейфовую скорость электронов $u_{de}(E/p)$.

Как установлено в [9 – 12] (см. также обзоры [7, 8]), зависимость $\nu_i(E/p)$ имеет максимум при некотором значении напряженности поля $E/p = (E/p)_{cr}$. Далее мы будем рассматривать не очень большие поля $E/p < (E/p)_{cr}$.

Причины возникновения неустойчивости. Как видно из (2), в плоском случае скорость распространения фронта размножения становится бесконечно большой. Это означает, что ионизация должна происходить сразу во всем объеме. На самом деле объемный механизм ионизации неустойчив. Стример и искровой разряд являются следствием этой неустойчивости.

То, что плоский фронт волны размножения должен быть неустойчив, видно из простых соображений. Пусть по каким-то причинам плоский фронт искажился так, что образовались небольшие выпуклости и ямы. Силовые линии электрического поля концентрируются на выпуклостях. Соответственно, вблизи выпуклостей больше скорость размножения и скорость продвижения фронта. Следовательно, выпуклости будут увеличиваться. С ростом выпуклостей поле будет еще больше концентрироваться на них.

Для расчета формы образующегося при этом плазменного сгустка необходимо рассмотрение уравнения (1) совместно с двумерным, или даже трехмерным уравнением Лапласа. Ниже мы ограничимся анализом начальной фазы развития неустойчивости, когда возмущение фронта еще можно считать малым. Используемый способ рассмотрения во многом (особенно – в части получения возмущенного потенциала) аналогичен

подходу, изложенному в книге [6] применительно к другому механизму распространения ионизации.

Выражение для возмущенного потенциала. В отсутствие возмущения будем считать поверхность фронта волны размножения плоским проводником, распространяющимся вдоль оси z со скоростью v . Потенциал на фронте положим равным нулю. В этом случае зависимость невозмущенного потенциала φ_0 от координаты и времени определяется выражением: $\varphi_0 = -E_0 \cdot (z - vt)$, где E_0 – напряженность поля на поверхности фронта.

Рассмотрим малое возмущение поверхности в виде плоской волны с частотой ω и волновым числом k_x . Смещение, перпендикулярное поверхности, при этом имеет вид:

$$\xi(x, t) = \xi_0 \cdot \exp[i(k_x x - \omega t)],$$

где ξ_0 – амплитуда смещения.

За счет возмущения возникает добавка к потенциалу φ_1 , которая должна удовлетворять уравнению Лапласа $\Delta\varphi_1 = 0$, а также обращаться в нуль при $z \rightarrow \infty$. Этим условиям удовлетворяет функция $\varphi_1 = \varphi_{10} \cdot \exp[i(k_x x - \omega t) - k_z z]$. Здесь φ_{10} – амплитуда возмущения потенциала. При этом должно также иметь место равенство $k_x = k_z \equiv k$:

$$\Delta\varphi_1 = \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} = \varphi_1 \cdot (-k_x^2 + k_z^2) = 0.$$

Таким образом, для потенциала $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$, учитывающего возмущение, имеем:

$$\varphi = -E_0 \cdot (z - v) + \varphi_{10} \cdot \exp[i(kx - \omega t) - kz].$$

Явный вид φ_{10} определим из условия равенства нулю потенциала $\varphi(z) = 0$ на фронте волны размножения, т.е. при $z = vt + \xi = vt + \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t)]$:

$$\varphi(vt + \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t)]) =$$

$$= -E_0 \cdot \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t)] + \varphi_{10} \cdot \exp[i(kx - \omega t) - k \cdot (vt + \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t)])] = 0.$$

Отсюда

$$\varphi_{10} = E_0 \cdot \xi_0 \cdot \exp[k \cdot (vt + \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t)])] \approx E_0 \cdot \xi_0 \cdot \exp(kvt).$$

Здесь положено $k\xi_0 \ll 1$ и пренебрегается членами порядка малости выше линейного по ξ_0 .

Таким образом, окончательное выражение для потенциала имеет вид [6]:

$$\varphi = -E_0 \cdot \{(z - vt) - \xi_0 \cdot \exp[i(kx - \omega t) - k(z - vt)]\}. \quad (3)$$

Инкремент нарастания возмущения. Условие неизменности потенциала φ на фронте можно записать в виде:

$$d\varphi/dt = \partial\varphi/\partial t + \mathbf{v}\nabla\varphi = \partial\varphi/\partial t + v\partial\varphi/\partial z = 0. \quad (4)$$

Если пренебречь зависимостью скорости распространения волны ионизации v от напряженности поля E , подставляя в (4) выражение для потенциала (3), имеем $i\omega = 0$. Иначе говоря, в этом случае малое возмущение ξ не изменяется со временем. Имеет место безразличное равновесие.

Однако на самом деле скорость волны размножения при не очень сильных полях $E/p < (E/p)_{cr}$ растет с ростом поля. При малом изменении напряженности поля $|\Delta\varphi_1|$ имеем:

$$v(E) = v(E_0) + (dv/dE)|_{E_0} \cdot |\partial\varphi_1/\partial z|.$$

Подставляя это выражение в условие неизменности потенциала на границе (4) и пренебрегая членами порядка малости выше линейного по ξ_0 , получаем:

$$\omega = i\gamma, \quad \gamma = k(dv/dE)|_{E_0} E_0. \quad (5)$$

Величина γ – есть инкремент нарастания амплитуды малого возмущения. Тот факт, что он положителен (поскольку положительна производная $(dv/dE)|_{E_0}$), говорит о том, что малое начальное возмущение экспоненциально нарастает, т.е. имеет место устойчивость фронта волны размножения.

Зависимость инкремента от напряженности поля. С учетом (2) выражение для инкремента нарастания неустойчивости (5) имеет вид:

$$\gamma = kr_0 \left(\frac{d}{dE} \frac{\nu_i}{\zeta} \right) \Big|_{E=E_0} E_0. \quad (6)$$

В случае, когда возмущение определяет радиус кривизны развивающейся неоднородности, величина kr_0 порядка единицы.

Используя данные работ [7 – 12], можно вычислить универсальные зависимости инкремента при $kr_0 = 1$ от приведенной напряженности поля на фронте:

$$\gamma_0 = \left(\frac{d}{d(E/p)} \frac{\nu_i}{\zeta} \right) \Big|_{E=E_0} \cdot (E_0/p). \quad (7)$$

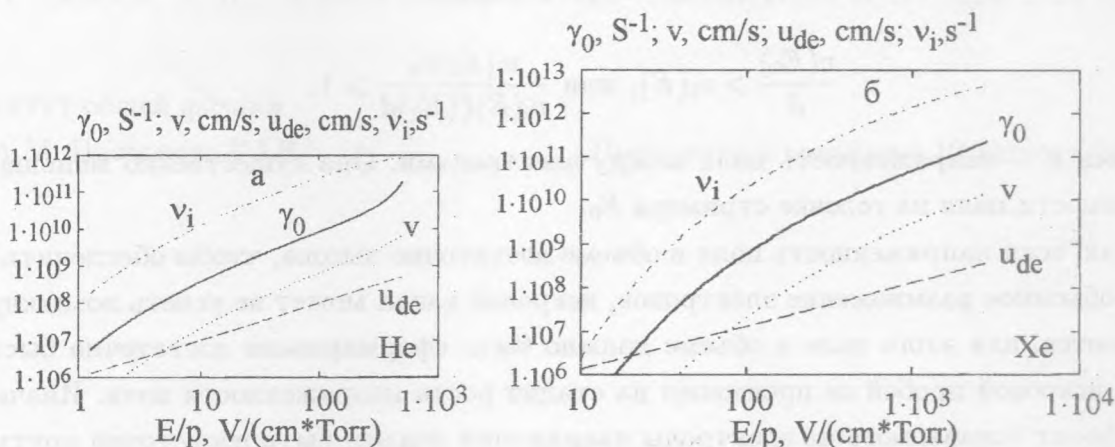


Рис. 1. Зависимость инкремента нарастания γ_0 , скорости фронта ионизации v , дрейфовой скорости электронов u_{de} и частоты ионизации ν_i от приведенной напряженности электрического поля E/p , для гелия (а) и ксенона (б). $p = 1$ атм, $N_0 = 10^6$ см $^{-3}$, $N_{cr} = 10^{14}$ см $^{-3}$, $Lp = 18.4$, $r_0 = 0.1$ см.

Результаты расчетов для гелия и ксенона представлены на рис. 1. Отметим, что в рассмотренной области параметров частота ионизации существенно превосходит инкремент нарастания: $\nu_i/\gamma_0 \sim 2Lp \gg 1$.

Расчеты показывают, что характерное расстояние, на которое уйдет фронт за время развития неустойчивости $1/\gamma_0$, составляет $v/\gamma_0 \approx (0.3 - 0.8)r_0$ как для гелия, так и для ксенона. Это означает, что головка стримера должна распадаться на отдельные отростки с характерным поперечным размером, много меньшим r_0 . Причины, по которым это обычно не происходит, обсуждаются в [6]. В случае волны размножения поперечные размеры неустойчивости, кроме того, ограничены расстоянием между частицами фона $\sim N_0^{-1/3} = 10^{-2}$ см. Отметим также, что в принципе возможно формирование искрового канала в виде жгута из нескольких тонких нитей.

О критерии возникновения стримера. Обычно в качестве критерия перехода лавины в стример используют условие $\alpha_i \cdot d > 20$, где d – расстояние между плоскими электродами. При выполнении этого условия в лавине рождается достаточно большое количество зарядов, чтобы обеспечить высокую концентрацию электрического поля на ее головке.

По-видимому, это условие при наличии фоновой ионизации, является недостаточным. На самом деле объемное размножение электронов может произойти быстрее, чем искровой канал замкнет электроды. Критерий, определяющий переход от объемного разряда к искровому пробую, можно записать в виде:

$$\frac{v(E_0)}{d} > \nu_i(E), \text{ или } \frac{\nu_i(E_0)r_0}{\nu_i(E)\zeta(E_0)d} > 1.$$

Здесь E – напряженность поля между электродами. Она существенно меньше напряженности поля на головке стримера E_0 .

Итак, если напряженность поля в объеме достаточно высока, чтобы обеспечить быстрое объемное размножение электронов, искровой канал может не успеть возникнуть. Разумеется, для этого поле в объеме должно быть сформировано достаточно быстро, чтобы искровой пробой не произошел на стадии роста напряженности поля. Иначе говоря, фронт подаваемого на электроды напряжения должен быть достаточно крутым.

Таким образом, фронт волны размножения неустойчив относительно малых возмущений, образующих выступы или провалы. Эта неустойчивость приводит, в частности, к образованию стримера.

Работа поддержана МНТЦ, проект N 2706.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 10, 27 (2003).
- [2] Яковленко С. И. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 2, 22 (2004).
- [3] Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, **30**, вып. 9, 12 (2004).
- [4] Яковленко С. И. Электронный журнал "Исследовано в России", **9**, 86 (2004), <http://zhurnal.ape.relarn.ru/articles/2004/009.pdf>
- [5] Яковленко С. И. ЖТФ, **34**, вып. 9, 47 (2004).
- [6] Лозанский Э. Д., Фирсов О. Б. Теория искры. М., Атомиздат, 1975.

- [7] Тарасенко В. Ф., Яковленко С. И. УФН, 2004 (в печати).
- [8] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Central European Journal of Physics (CEJP), 2(4), 579 (2004) (www.cesj.com/physics.html).
- [9] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖЭТФ, 77, вып. 5, 264 (2003).
- [10] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, 29, вып. 16, 54 (2003).
- [11] Бойченко А. М., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖЭТФ, 78 (11), 1223 (2003).
- [12] Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Письма в ЖТФ, 30, вып. 7, 14 (2004).

Институт общей физики
им. А.М. Прохорова РАН

Поступила в редакцию 12 августа 2004 г.