Краткие сообщения по физике № 8 август 1973

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ТОЧЕЧНОЙ ФУНКЦИИ РАССЕЯНИЯ ДЛЯ ВЫСОКОРАЗРЕШАЮЩИХ ФОТОСЛОЕВ

В. М. Горбунков, А. В. Масалов

УДК 771.537.6.

В работе получено аналитическое выражение для точечной функции рассеяния фотографической эмульсии и ее связь с экспериментально определенной линейной функцией рассеяния. Полученное выражение использовано при расчете контраста изображения конкретной задачи. Результат оказался в согласии с экспериментом.

Для решения ряда прикладных задач, связанных с фотографической регистрацией света, - в голографии, ядерной физике /I/, астрономии, аэрофотосъемке, звукозаписи, микрофильмировании - необходимо знать точечную функцию рассеяния фотослоя $C(r)$. Эта функция характеризует способность фотослоя воспроизводить мелкие детали спроектированного на него изображения. Экспериментально в силу ряда трудностей точечную функцию рассеяния для реальных фотослоев не определяют. Методы испытания фотослоев позволяют измерять линейную функцию рассеяния слоя $A(x)$ж), которая связана интегральным соотношением с $C(r)$. Кларк Джонс приводит в работе /3/ установленную им связь между линейной и точечной функциями рассеяния фотослоя

$$A(x) = 2\int_x^\infty \frac{C(r)rdr}{\sqrt{r^2 - x^2}}, \qquad (I)$$

$$C(r) = -\frac{1}{\pi}\frac{d}{dr}\int_r^\infty \frac{A(x)rdx}{x\sqrt{x^2 - r^2}}. \qquad (2)$$

ж) Методы измерения $A(x)$ разработаны Фризером /2/.

Наибольшее практическое применение для фотослоев средней разрешающей силы получила однопараметрическая экспоненциальная зависимость $A(x)$, учитывающая диффузное рассеяние, и в работе /2/ для нее приведено аналитическое выражение $C(r)$. У высокоразрешающих фотослоев, получивших в последнее время широкое распространение в голографии, функция $A(x)$ описывается трехпараметрической формулой

$$A(x) = \rho \frac{2{,}3}{K_1} 10^{-2|x|/K_1} + (1-\rho) \frac{2{,}3}{K_2} 10^{-2|x|/K_2}, \qquad (3)$$

учитывающей диффузное рассеяние и долю ореола диффузного отражения, однако соответствующего аналитического выражения $C(r)$ в работе /2/ не дано. Цель настоящей работы - получить указанное выражение $C(r)$, имеющее большое значение для вышеприведенных задач.

К сожалению, в случае трехпараметрической $A(x)$ интеграл в (2) не выражается через известные функции, в связи с чем нами найдены два других интегральных соотношения между точечной и линейной функциями рассеяния, эквивалентных (2):

$$C(r) = -\frac{1}{\pi}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\int_r^\infty \frac{A(x)x\,dx}{\sqrt{x^2-r^2}}, \qquad (4)$$

$$C(r) = -\frac{1}{\pi}\int_r^\infty \frac{A'(x)\,dx}{\sqrt{x^2-r^2}} \qquad (5)$$

Первое выражение есть решение интегрального уравнения (I), которое заменой $u = x^2$, $v = r^2$ сводится к уравнению Абеля /4/. Второе выражение получается из (I) переходом к безразмерной переменной интегрирования $u = x/r$ с последующим дифференцированием под знаком интеграла.

Любое из соотношений (4) и (5) позволяет вычислить интересующую нас точечную функцию рассеяния фотослоя. Согласно (4) имеем

$$C(r) = -\frac{1}{\pi}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\int_r^\infty \left[\rho \frac{2{,}3}{K_1} 10^{-2x/K_1} + (1-\rho)\frac{2{,}3}{K_2} 10^{-2x/K_2}\right]\frac{x\,dx}{\sqrt{x^2-r^2}}. \qquad (6)$$

Заменяя $10^{-2x/K}$ на $e^{-2\cdot 2,3x/K}$ и имея ввиду, что $x dx/\sqrt{x^2 - r^2} = d\left(\sqrt{x^2 - r^2}\right)$, произведем интегрирование (6) по частям

$$C(r) = -\frac{2}{\pi}\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\int_r^{\infty}\left[\rho\left(\frac{2,3}{K_1}\right)^2 \exp(-2\cdot 2,3x/K_1) + (1-\rho)\left(\frac{2,3}{K_2}\right)^2 \exp(-2\cdot 2,3x/K_2)\right]\sqrt{x^2 - r^2}\,dx.$$

Так как по определению $\frac{b}{r}\int_b^{\infty} \exp(-bx)\sqrt{x^2 - r^2}\,dx = K_1(br)$, а согласно свойству функции Бесселя /5/ $d/dr\left[rK_1(br)\right] = -brK_0(br)$, где K_1 и K_0 – модифицированные функции Бесселя, то выражение для $C(r)$ окончательно принимает вид

$$C(r) = \left(\frac{2,3}{K_1}\right)^2 \rho\,\frac{2}{\pi}\,K_0\left(\frac{2\cdot 2,3}{K_1}\,r\right) + \left(\frac{2,3}{K_2}\right)^2 (1-\rho)\,\frac{2}{\pi}\,K_0\left(\frac{2\cdot 2,3}{K_2}\,r\right).$$

При этом условие нормировки $2\pi\int_0^{\infty} C(r)r\,dr = 1$ удовлетворено /6/.

Однопараметрическая и трехпараметрическая функции $C(r)$ использованы нами в рассчетах контраста изображения черного кружка на светлом фоне, экспонированного на фотослой микрат 300. В рассчетах учитывалось также дифракционное размытие изображения вследствие конечной апертуры объектива, причем диаметр кружка был выбран равным 0,7 диаметра диска Эри, относительное отверстие I : I6 и λ = 550 нм. Параметры фотослоя взяты из работы /7/. Вычисления по однопараметрической формуле дают контраст 0,3, а по трехпараметрической – 0,42. Последний результат согласуется с экспериментом, выполненным в Объединенном Институте Ядерных Исследований на модели многокубовой водородной пузырьковой камеры.

Авторы выражают признательность М. А. Айнгорну, Ю. Н. Гороховскому, Г. Г. Грибанину, П. Х. Пэус за ряд полезных советов и внимание к работе.

Поступила в редакцию
I2 июня I972 г.

Литература

1. Ю. А. Александров, Г. С. Воронов, В. М. Горбунков, Б. Н. Делоне, Ю. Н. Нечаев. Пузырьковые камеры. Госатомиздат, 1963 г.
2. H. Frieser. Phot. Sci. Eng., 4, 324 (1960).
3. R. C. Jones. JOSA, 48, 934 (1958).
4. E. W. Marchand. JOSA, 54, 915 (1964).
5. Е. Янке, Ф. Эмде, Ф. Леш. Специальные функции. "Наука", 1964 г.
6. И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ОГИЗ, 1948 г.
7. П. Х. Прус. Журнал научной и прикладной фотографии и кинематографии, 8, 216 (1963).