

О НАГРЕВАНИИ УЛЬТРАХОЛОДНЫХ НЕЙТРОНОВ
ЗВУКОВЫМИ КОЛЕБАНИЯМИ СТЕНОК ЛОВУШКИ

А. С. Герасимов, ^{ж)} В. К. Игнатович, ^{жж)}
М. В. Казановский

УДК 539.125.52

Теоретически рассмотрено нагревание ультра-
холодных нейтронов звуковыми колебаниями стенок
ловушки. Классически и квантовомеханически рас-
считана вероятность изменения энергии нейтрона при
столкновении с колеблющейся стенкой. Выведено и
решено кинетическое уравнение, описывающее зави-
симость от времени полного числа нейтронов в ло-
вушке.

Светлой памяти
Федора Львовича ШАПИРО
посвящается

I. В экспериментах Шапиро и др. /1/ в некоторых случаях была
обнаружена аномально быстрая утечка ультрахолодных нейтронов (УХН)
из ловушек. Одной из причин утечки может быть нагревание УХН зву-
ковыми колебаниями стенок ловушки. При амплитудах a колебания сте-
нок, значительно превышающих глубину δ проникновения нейтрона
внутрь вещества, рассеяние нейтрона стенкой можно рассматривать
классически, т.е. нагрев нейтрона определяется скоростью стенки
в точке соударения. Если же $a \lesssim \delta$, то рассеяние необходимо рас-
сматривать квантовомеханически, и нагрев нейтрона определяется
частотой ω колебания стенки. Обычно (в частности, в эксперименте
/1/) амплитуда v_0 скорости колебаний стенок ловушки много меньше
границной скорости v_T (максимальной скорости, при которой нейтрон

ж) Институт Теоретической и Экспериментальной Физики АН СССР.
жж) Объединенный Институт Ядерных Исследований.

не может выйти из ловушки без приобретения энергии) и $\hbar\omega \ll m v_T^2/2$ (m - масса нейтрона). В этом случае нагревание УХН происходит путем многократных изменений скорости v , и его можно рассматривать как процесс случайных блужданий нейтронов вдоль шкалы скоростей до тех пор, пока v не превзойдет v_T . Соответственно, среднее изменение скорости нейтрона при одном столкновении мало, и существенные изменения потока Φ нейтронов происходит за периоды времени, много большие среднего времени между столкновениями. Поэтому с достаточной степенью точности можно считать Φ однородным в пространстве. Кроме того, предположим, что Φ изотропен. Это, в частности, справедливо, если поверхность ловушки достаточно сложна, так что нейтрон через небольшое число столкновений "забывает" направление начальной скорости. Тогда можно записать (после исключения источника):

$$\frac{v}{v} \frac{\partial \Phi(v, t)}{\partial t} = \frac{S}{4} \left\{ \int_0^{\infty} dv' \Phi(v', t) w(v' \rightarrow v) - \Phi(v, t) \right\}, \quad (1)$$

где V и S - объем и площадь поверхности ловушки, $w(v' \rightarrow v)$ - вероятность перехода нейтрона в результате соударения со стенкой от скорости v' в единичный интервал скоростей вблизи v , проинтегрированная по углам падения и усредненная по углам отражения нейтрона, периоду колебаний и поверхности ловушки. Разлагая здесь $\Phi(v', t)$ в ряд по степеням $v' - v$ и ограничиваясь первыми тремя членами разложения (эти члены имеют порядок v_0^2/v_T^2 ; порядок отброшенных членов v_0^4/v_T^4 и выше), получаем

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \Phi(v, t)}{\partial t} = M_0(v) \Phi(v, t) + M_1(v) \frac{\partial \Phi(v, t)}{\partial v} + M_2(v) \frac{\partial^2 \Phi(v, t)}{\partial v^2}, \quad (2)$$

$$M_0(v) = \int_0^{\infty} dv' w(v' \rightarrow v) - 1, \quad M_1(v) = \int_0^{\infty} (v' - v) w(v' \rightarrow v) dv', \quad (3)$$

$$M_2(v) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (v' - v)^2 w(v' \rightarrow v) dv'$$

(здесь учтено, что $4V/S = 1$ - средний путь нейтрона через ловушку). Уравнение (2) имеет единственное решение, если заданы на-

чальное распределение $\Phi(v, 0)$ и два граничных условия, которые естественно выбрать в виде

$$\Phi(0, t) = \Phi(v_T, t) = 0. \quad (4)$$

2. В классическом случае вероятность перехода $w(v' \rightarrow v)$ определяется законами упругого удара. В частности, для гармонического движения стенки после простых, но довольно громоздких выкладок можно найти

$$M_0 = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{v^2}, \quad M_1 = -\frac{1}{2} \frac{v_0^2}{v}, \quad M_2 = \frac{1}{2} v_0^2. \quad (5)$$

Аналогичные результаты получаются и при произвольной зависимости скорости стенки от t с той лишь разницей, что под $v_0^2/2$ следует понимать средний квадрат скорости стенки.

В квантовой механике $w(v' \rightarrow v)$ можно рассчитать, решая уравнение Шредингера для частицы, падающей на потенциальный порог высотой $4\pi\hbar$ (\hbar - число ядер в единице объема стенки, b - когерентная амплитуда рассеяния на одном ядре). Зависимость от времени такого потенциала обусловлена изменением \hbar при прохождении звуковой волны и движением поверхности. Однако поскольку длина звуковых волн значительно превосходит длину волны нейтрона и глубину проникновения его внутрь среды, эффектом изменения \hbar можно пренебречь. По той же причине можно пренебречь эффектами, связанными со смещениями среды в плоскости стенки. Соответственно, при столкновении нейтрона со стенкой компоненты его скорости в плоскости стенки \vec{v}_p не меняются

$$w(v' \rightarrow v) = \delta(\vec{v}'_p - \vec{v}_p) w_1(v'_z \rightarrow v_z),$$

и задача сводится к расчету вероятности перехода $w_1(v'_z \rightarrow v_z)$ для одномерного движения (v_z - компонента скорости вдоль нормали к стенке - оси z). Представим потенциал $U(z, t)$ в виде суммы $U_0(z) + U_1(z, t)$, где среднее по времени от $U_1(z, t)$ равно нулю. Поскольку в квантовомеханическом случае нас интересуют колебания, амплитуда которых (т.е. область, где $U_1(z, t)$ отличен от нуля) много меньше длины волны нейтрона и глубины его проникновения внутрь среды, величину $U_1(z, t)$ можно трактовать как малое возмущение. В результате стандартной процедуры в первом порядке теории возмущений для гармонического движения имеем

$$w_1(v_z \rightarrow v_z') = [1 - a^2(\sqrt{1+\eta} + \sqrt{1-\eta})] \delta(v_z - v_z') + a^2\sqrt{1+\eta} \delta(v_z' - v_z\sqrt{1+\eta}) + a^2\sqrt{1-\eta} \delta(v_z' - v_z\sqrt{1-\eta}),$$

$$a = mv_0/\hbar, \quad \eta = \frac{2\hbar\omega}{mv^2}.$$

Отсюда нетрудно получить коэффициенты $M_1/3/$

$$M_0 = \frac{3}{2} \frac{v_0^2}{v^2}, \quad M_1 = -\frac{3}{2} \frac{v_0^2}{v}, \quad M_2 = \frac{1}{2} v_0^2. \quad (6)$$

При произвольных колебаниях, как и в классическом случае, под $v_0^2/2$ следует понимать средний квадрат скорости стенки.

3. Решение уравнения (2), удовлетворяющее условиям (4), имеет вид

$$\Phi(v, t) = v^\alpha \sum_{m=0}^{\infty} B_m \exp(-z_m^2 \tau) J_\nu(z_m \sqrt{x}) / J_{\nu+1}(z_m), \quad (7)$$

где $\alpha = 1, \nu = 0$ в классическом случае, и $\alpha = \nu = 2$ - в квантовом случае, J_ν - функция Бесселя, z_m - корень уравнения $J_\nu(z_m) = 0$,

$$x = v/v_T, \quad \tau = tv_0^2/81v_T,$$

$$B_m = \int_0^1 dx x^{-\alpha} \Phi(v, 0) J_\nu(z_m \sqrt{x}) / J_{\nu+1}(z_m).$$

Соответственно, полное число нейтронов в ловушке

$$n(t) = \int_0^1 \frac{dx}{x} \Phi(v, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{z_m} B_m \exp(-z_m^2 \tau). \quad (8)$$

Пусть $\Phi(v, 0)$ в интервале $(0, v_H)$ пропорционален максвелловскому спектру (нормированному так, чтобы $n(0) = 1$)

$$\Phi(v, 0) = 3v^3/v_H^3, \quad v \leq v_H \leq v_T.$$

Тогда соответственно в классическом и квантовом случаях имеем

$$B_m^{(КЛ)} = \frac{6}{p} \left(\frac{8}{p^2} - 1 \right) \frac{J_3(p)}{J_1(z_m)}, \quad B_m^{(КВ)} = \frac{6v_T}{pv_H} \frac{J_3(p)}{J_3(z_m)},$$

$$p = z_m \sqrt{v_H/v_T}.$$

Графики $n(t)$ представлены на рис. I; кривые 1 и 2 отвечают классическому случаю соответственно при $v_H = v_T$ и $v_H = v_T/2$, кривые 3 и 4 - то же в квантовом случае; пунктиром показаны асимптоты,

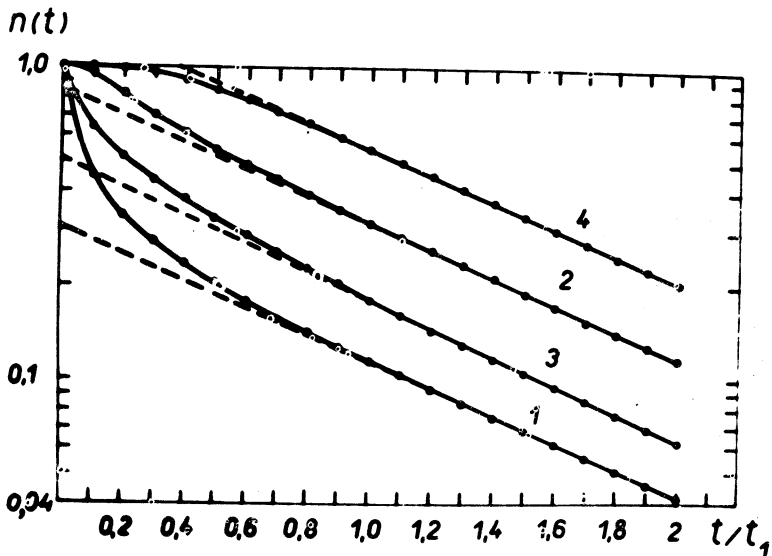


Рис. I.

пропорциональные первому члену разложения /8/. Видно, что асимптоты удовлетворительно описывают $n(t)$ при $t \geq 0,8t_1$; $t_1 = 8v_T l_1^2 / v_0^2$ ($t_1 = 1,4v_T l_1 / v_0^2$ и $t_1 = 0,3v_T l_1 / v_0^2$ соответственно в классическом и квантовомеханическом случаях).

Вместо t_1 часто удобно пользоваться величиной $\nu = t_1 v_T / l_1 \sim (v_T / v_0)^2$, характеризующей среднее число столкновений нейтронов до нагрева выше граничной скорости.

4. Возмущения источниками звуковых колебаний ловушек могут быть шум в экспериментальном зале, вибрации, передаваемые от нососов через вакуумную систему, и удары клапанов о торцы ловушки.

Поскольку шум в экспериментальном зале заведомо меньше 100 дБ, в предположении равновесия стенок ловушки с окружающей сре-

дой можно показать, что v_0 не может превышать 2 см/сек, откуда $\nu > 5 \cdot 10^4$. Для объяснения эксперимента /I/ требуется величина в 10 раз меньше.

Оценки показывают, что вибрации, передаваемые от насосов, также не могут объяснить малое время жизни УХН в ловушках. Это проверялось и экспериментально (демпфированием колебаний насосов).

Эффект ударов клапанов о торец ловушки мог бы объяснить экспериментальные данные, если считать, что вся кинетическая энергия клапана ($\approx 0,2$ Дж) переходит в колебания поверхности ловушки и декремент затухания этих колебаний мал ($\leq 0,1 \text{ сек}^{-1}$). Однако поскольку декремент затухания сильно зависит от резонансных свойств системы, частотного спектра и моды колебаний, приведенные оценки не позволяют сделать окончательного вывода о роли звуковых колебаний в нагревании УХН и могут служить лишь как указание на необходимость проверки этого эффекта в экспериментальных условиях.

Настоящая работа выполнена по предложению Ф. Л. Шапиро.

Поступила в редакцию
22 июня 1973 г.

Л и т е р а т у р а

- Г. Л. В. Грошев, В. Н. Дворецкий, А. М. Демидов, В. И. Луцков, Ю. Н. Покотилковский, А. В. Стрелков, Ф. Л. Шапиро. Препринт ОИЯИ, РЗ-5392, 1970; *Phys. Letts.*, 34B, 293 (1971).