

УДК 536.48

## СВЕРХПРОВОДЯЩАЯ ПЛАСТИНА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

А. Ю. Цветков, Г. Ф. Жарков, В. Г. Жарков

*Найдены самосогласованные решения системы нелинейных уравнений Гинзбурга–Ландау для сверхпроводящей пластины толщиной  $D$  в магнитном поле  $H$ . Найдены критическое значение поля  $H_1(\kappa)$ , при котором безвихревое состояние в сверхпроводнике II-рода становится неустойчивым и сверхпроводник скачком переходит в особое (также безвихревое) состояние с подавленным вблизи границы значением параметра порядка. При дальнейшем увеличении поля такое приграничное состояние фазовым переходом второго рода переходит (в поле  $H_2(\kappa)$ ) в нормальное состояние. В сверхпроводнике I-рода приграничное состояние не образуется, однако существует некоторое значение  $D$ , при котором фазовый переход первого рода в нормальное состояние (характерный для сверхпроводников I-рода) сменяется фазовым переходом второго рода.*

Макроскопическая теория сверхпроводимости Гинзбурга–Ландау (Г–Л) [1] широко применяется для описания поведения сверхпроводников конечных размеров в магнитном поле. В частности, в работах [2 – 4], используя численные методы, были изучены самосогласованные решения системы нелинейных уравнений Г–Л для бесконечно длинного цилиндра радиусом  $R$ , помещенного в аксиальное магнитное поле  $H$ . Было найдено, что цилиндр, сделанный из сверхпроводника II-рода и находящийся в безвихревом мейсснеровском состоянии, с ростом поля  $H$  может скачком перейти в особое (также безвихревое) ”краевое”  $e$ -состояние [2]. В этом состоянии параметр порядка  $\psi$  сильно подавлен в некотором слое вблизи поверхности цилиндра, а магнитное поле  $B$  в

этом слое не экранируется и практически равно внешнему полю  $H$ . В сверхпроводниках I-рода такое  $e$ -состояние не образуется [3, 4].

В настоящей работе рассмотрен случай бесконечной плоскопараллельной пластины толщиной  $2D$ , находящейся в параллельном ее поверхности поле  $H$ . Нами показано, что в сверхпроводящей пластине II-рода также могут возникать аналогичные безвихревые "приграничные" состояния, причем в сверхпроводниках I-рода такие состояния отсутствуют.

*Уравнения.* В случае пластины систему уравнений Г-Л [1] можно записать в следующем безразмерном виде:

$$\frac{d^2 a}{dx^2} - \psi^2 a = 0, \quad (1)$$

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \kappa^2(\psi - \psi^3) + \kappa^2(\psi - \psi^3) - a^2 \psi = 0. \quad (2)$$

Вместо размерных потенциала  $A(x')$ , поля  $B(x')$ , тока  $j_s(x')$  и координаты  $x'$  здесь введены безразмерные величины  $a(x)$ ,  $b(x)$  и  $j(x)$ , где

$$A = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda} a, \quad B = \frac{\phi_0}{2\pi\lambda^2} b, \quad b = \frac{da}{dx}, \quad j(x) = j_s / \frac{c\phi_0}{8\pi^2\lambda^3} = -\psi^2 a, \quad x = \frac{x'}{\lambda} \quad (3)$$

( $x = x'/\lambda$  – безразмерная координата,  $-D_\lambda \leq x \leq D_\lambda$ ,  $D_\lambda = D/\lambda$ ,  $\lambda = \kappa\xi$ ,  $\xi$  – длина когерентности,  $\kappa$  – параметр теории Г-Л,  $\phi_0 = hc/2e$  – квант потока).

Мы будем рассматривать безвихревое состояние. В этом случае параметр порядка  $\psi(x)$  есть четная вещественная функция, а потенциал  $a(x)$  (и ток  $j(x)$ ) – нечетная функция координаты:  $a(x) = -a(-x)$ , т.е.  $a(0) = 0$ . Поэтому граничные условия к уравнению (1) можно записать для интервала  $0 \leq x \leq D_\lambda$ :

$$a|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{da}{dx} \right|_{x=D_\lambda} = h_\lambda, \quad (4)$$

где  $h_\lambda = H/H_\lambda$ ,  $H_\lambda = \phi_0/(2\pi\lambda^2)$ .

Что касается уравнения (2), то на внешней поверхности мы примем обычное граничное условие [1]  $d\psi/dx|_{x=D_\lambda} = 0$ . В центре сверхпроводника параметр порядка максимален, поэтому уравнению (2) отвечают граничные условия

$$\left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad \left. \frac{d\psi}{dx} \right|_{x=D_\lambda} = 0. \quad (5)$$

Магнитный момент (или намагниченность) пластины, отнесенный к единице объема, равен

$$\frac{M}{V} = \frac{1}{V} \int \frac{B - H}{4\pi} dv = \frac{B_{av} - H}{4\pi}, \quad B_{av} = \frac{1}{V} \int B(\mathbf{r}) dv = \frac{1}{S} \Phi(D_\lambda) = \frac{1}{D} A(D),$$

где  $B_{av}$  – среднее значение поля в сверхпроводнике,  $S$  – площадь сечения пластины в плоскости  $(x, y)$ . В нормировке (3), обозначив  $\bar{b} = B_{av}/H_\lambda$ ,  $M_\lambda = M/H_\lambda$ , находим:

$$4\pi M_\lambda = \bar{b} - h_\lambda, \quad \bar{b} = \frac{1}{D_\lambda} a_\lambda, \quad a_\lambda = a(D_\lambda), \quad D_\lambda = \frac{D}{\lambda}. \quad (6)$$

Разность свободных энергий системы в сверхпроводящем и нормальном состояниях,  $\Delta G = G_s - G_n$ , выражается через ее магнитный момент:

$$\Delta G = \mathcal{F}_{s0} - \frac{1}{2}MH, \quad \mathcal{F}_{s0} = \frac{H_c^2}{8\pi} \int \left[ \psi^4 - 2\psi^2 + \xi^2 \left( \frac{d\psi}{dx'} \right)^2 \right] dv, \quad (7)$$

где  $\mathcal{F}_{s0}$  отвечает энергии конденсации сверхпроводника,  $H_c = \phi_0/(2\pi\sqrt{2}\lambda\xi)$  – термодинамическое критическое поле. Используя (3), найдем из (7) нормированное выражение

$$\Delta g = \Delta G / \left( \frac{H_c^2}{8\pi} V \right) = g_0 - \frac{8\pi M_\lambda h_\lambda}{\kappa^2}, \quad g_0 = \frac{1}{D_\lambda} \int_0^{D_\lambda} dx \left[ \psi^4 - 2\psi^2 + \frac{1}{\kappa^2} \left( \frac{d\psi}{dx} \right)^2 \right]. \quad (8)$$

Выражения (6) – (8) используются при построении соответствующих величин.

*Результаты расчетов.* Самосогласованные решения уравнений (1), (2) для функций  $a(x)$  и  $\psi(x)$  находились с помощью итерационной процедуры, описанной в [5]. На рис. 1 приведены (как функции от  $h_\lambda$ ) намагниченность ( $-4\pi M_\lambda$ ), значения параметра порядка в центре ( $\psi_0$ ) и на краю пластины ( $\psi_D$ ) [все для толщин  $D_\lambda = 5; 2.5; 1$  при значениях  $\kappa = 0.5; 1; 2$ ].

Прежде всего, обратим внимание на рис. 1(а), где сплошной кривой показана зависимость намагниченности сверхпроводника II-рода ( $\kappa = 2$ ,  $D_\lambda = 5$ ) от поля  $h_\lambda = H/H_\lambda$  (здесь  $h_1 = H_1/H_\lambda$ ,  $h_2 = H_2/H_\lambda$ ). Начальный линейный участок этой кривой отвечает эффекту Мейсснера (т.е. выталкиванию поля из образца). При достижении полем критического значения  $h_1(\kappa)$  мейсснеровская ветвь решения становится неустойчивой относительно малых пространственных возмущений и при  $h_\lambda > h_1$  решение перестраивается и переходит на новую устойчивую ветвь (нижняя часть сплошной кривой; пунктир отвечает скачку между ветвями). При дальнейшем увеличении поля намагниченность

плавно уменьшается, окончательно исчезая в поле  $h_2(\kappa)$ , что отвечает фазовому переходу второго рода в нормальное состояние ( $\psi \equiv 0$ ).

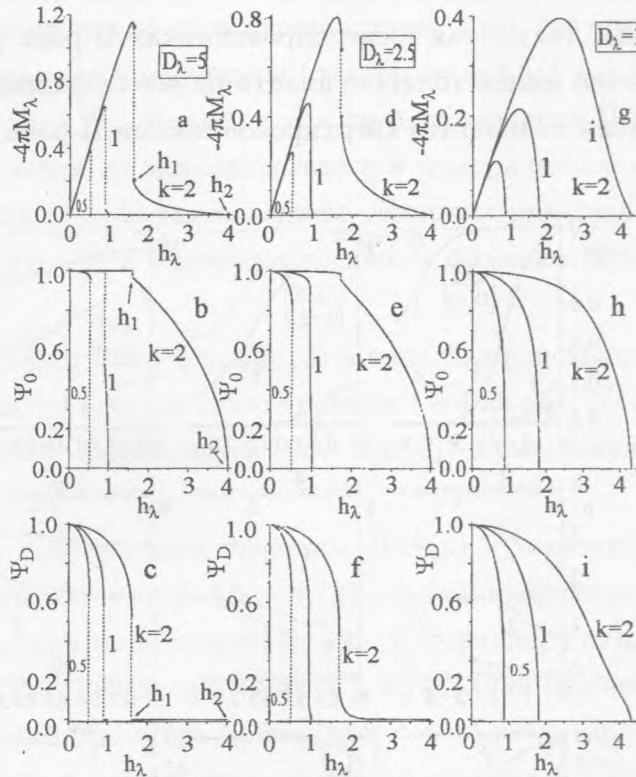


Рис. 1. Зависимость от поля  $h_\lambda$ : намагниченности ( $-4\pi M_\lambda$ ), параметра порядка в центре ( $\psi_0$ ) и на краю пластины ( $\psi_D$ ) при разных толщинах пенки ( $D_\lambda = 5; 2.5; 1$ ) и разных параметрах  $\kappa = 0.5; 1; 2$ . Пунктир отвечает скачку из мейсснеровского состояния в приграничное состояние (в сверхпроводниках II-рода,  $\kappa = 1; 2$ ), или в нормальное состояние (в сверхпроводниках I-рода,  $\kappa = 0.5$ ). С уменьшением толщины  $D_\lambda$  вместо скачка намагниченности на кривых  $\kappa = 2$  остается точка перегиба  $i$  (см. рис. 1(g)).

Наличие скачка в поле  $h_1$  и плавный переход в  $n$ -состояние в поле  $h_2$  видны также на кривых  $\psi_0(h_\lambda)$  и  $\psi_D(h_\lambda)$  [рис. 1 (b, c),  $\kappa = 2$ ]. Резкое уменьшение параметра порядка вблизи края пластины по сравнению с его значением в центре свидетельствует о переходе сверхпроводника в приграничное подавленное состояние.

На рис. 1(a, b, c) приведены также аналогичные кривые при  $\kappa = 1$  и  $\kappa = 0.5$ . Видно, что с уменьшением  $\kappa$  ширина области полей  $\Delta h = h_2 - h_1$ , где существует приграничное состояние, уменьшается. В сверхпроводниках I-рода ( $\kappa = 0.5$ ) переход из  $s$ - в  $n$ -состояние происходит скачком в поле  $h_1(\kappa)$ , без предварительного образования

приграничного состояния, характерного для сверхпроводников II-рода. Однако с уменьшением толщины пластины амплитуда скачка в сверхпроводниках I-рода уменьшается [см. кривые  $\kappa = 0.5$  на рис. 1], а при некотором  $D_\lambda \sim 1$  скачки исчезают и разрушение сверхпроводящего состояния магнитным полем идет постепенно, путем фазового перехода второго рода, также как в сверхпроводниках II-рода ( $\kappa = 2$  и  $\kappa = 1$ ). Таким образом, при достаточно малой толщине пластины все сверхпроводники (независимо от значения  $\kappa$ ) фактически становятся сверхпроводниками II-рода [6].

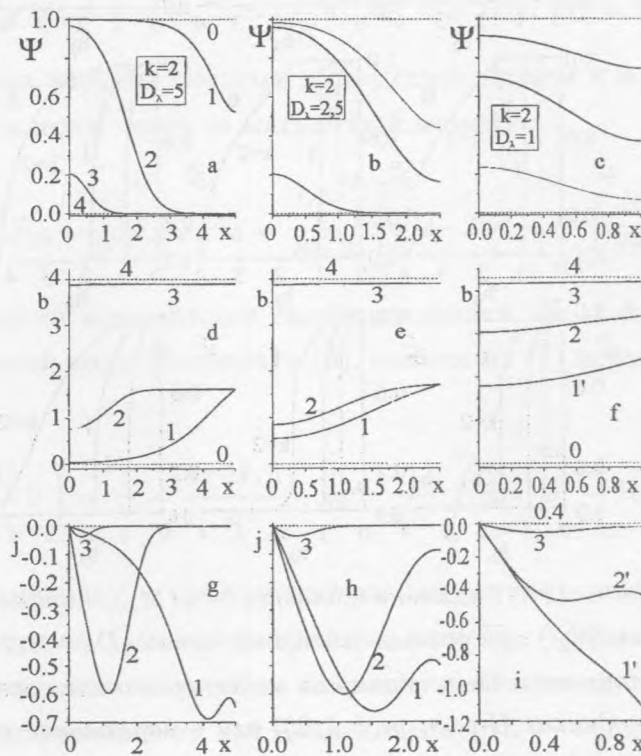


Рис. 2. Зависимость от координаты  $x$ : параметра порядка  $\psi$ , магнитного поля  $b$  и плотности тока  $j$  в пленках из сверхпроводника II-рода ( $\kappa = 2$ ) для разных толщин ( $D_\lambda = 5; 2.5; 1$ ). Кривые 0 везде отвечают случаю  $h_\lambda = 0$  ( $\psi \equiv 1$ ), а кривые 4 - случаю  $h_\lambda = h_2$  ( $\psi \equiv 0$ , см. рис. 1(a)). Кривые 1 построены в поле  $h_\lambda = h_1$ , непосредственно предшествующему скачку в приграничное состояние ( $h_1 = 1.6052$  для  $D_\lambda = 5$ ;  $h_1 = 1.7000$  для  $D_\lambda = 2.5$ ). Приграничные состояния 2 возникают из состояний 1 при увеличении поля  $h_\lambda$  на  $1 \cdot 10^{-4}$ . Кривые 3 отвечают полю  $h_\lambda$ , при котором  $\psi_0 \approx 0.2$ . Кривые 1' (при  $D_\lambda = 1$ ) отвечают максимуму намагниченности (см. кривую  $\kappa = 2$  на рис. 1(g)), а кривые 2' - точке перегиба  $i$ .

Обратим также внимание, что в сверхпроводниках II-рода скачок намагниченности

(связанный с переходом образца в приграничное состояние) уменьшается с уменьшением  $D_\lambda$  [см. кривые  $\kappa = 2$  на рис. 1(a, d, g)] и при  $D_\lambda \sim 1$  на кривой  $M_\lambda(h_\lambda)$  вместо скачка возникает точка перегиба  $i$ . Такую особенность поведения намагниченности тонкой пленки можно, вероятно, увидеть на эксперименте.

Вышесказанное дополнительно иллюстрируют рис. 2 и 3, где приведены решения для  $\psi(x)$ ,  $b(x)$  и  $j(x)$  как функции координаты (для  $D_\lambda = 5; 2.5; 1$  и  $\kappa = 2; 0.5$ ), найденные при разных значениях поля  $h_\lambda$ . Видно, что в сверхпроводнике II-рода ( $\kappa = 2$ , рис. 2) в поле  $h_1$  происходит скачок из мейсснеровского в приграничное состояние (сравните кривые 1 и 2 на рис. 2(a, d)). С уменьшением толщины пластины скачок становится менее заметным (рис. 2(b, e)) и сменяется плавным фазовым переходом второго рода (рис. 2(c, f)).

В сверхпроводнике I-рода ( $\kappa = 0.5$ , рис. 3) в поле  $h_1$  происходит скачок из мейсснеровского в нормальное состояние (сравните кривые 1 и 4 на рис. 3(a, d)). С уменьшением толщины пластины скачок уменьшается (рис. 3(b, e)) и сменяется фазовым переходом второго рода (рис. 3(c, f)).

На рис. 4 показаны как функции толщины  $D_\lambda$ : (a) – значение поля  $h_1(\kappa)/\kappa$ , (b) – поле  $h_2(\kappa)/\kappa^2$  и (c) – разность полей  $\Delta h = h_2(\kappa) - h_1(\kappa)$ , найденные для различных значений параметра  $\kappa$  (указаны на рисунке). Из рис. 4(b) видно, что для сверхпроводников II-рода (при  $\kappa > 1$  и  $D_\lambda \gg 1$ ) значение  $h_2/\kappa^2 = 1$ , в согласии с линеаризованной теорией [7, 8]. Однако, для сверхпроводников I-рода (при  $\kappa < 1$ ) результаты, следующие из самосогласованного подхода и линеаризованного приближения, существенно различаются (см. также [9]).

Сделаем здесь несколько замечаний.

Обычный механизм разрушения сверхпроводящего состояния в возрастающем поле  $H$  состоит в том, что при достижении критического значения  $H = H_{c1}$  [10], вблизи поверхности массивного сверхпроводника II-рода образуются локализованные квантованные вихри, которые постепенно оттесняются в глубь сверхпроводника, образуя там все более плотную вихревую решетку. Когда поле достигает значения  $H = H_{c2} = \phi_0/(2\pi\xi^2)$ , нормальные сердцевинки вихрей перекрываются и происходит переход в нормальное состояние [10].

В настоящей работе показано, что с ростом  $H$  магнитное поле может начать проникать в сверхпроводящую пластину путем образования вблизи поверхности сверхпроводника слоя конечной толщины, в котором параметр порядка сильно подавлен, а поле  $B(x)$  практически не отличается от  $H$ . Этот приграничный слой начинает образовываться в

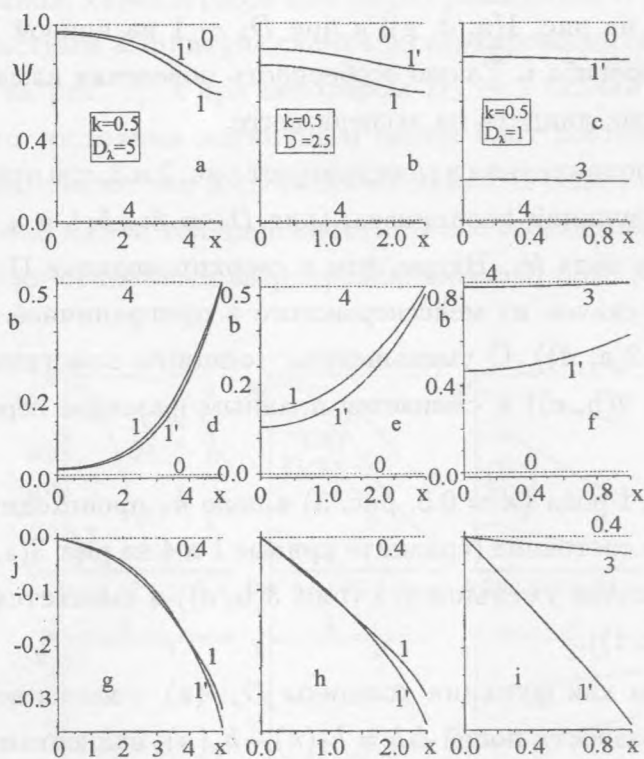


Рис. 3. Аналогичен рис. 2, но для сверхпроводника I-рода ( $\kappa = 0.5$ ). Кривые 1' отвечают максимуму намагниченности (см. рис. 1), кривые 1 - полю  $h_1$  ( $h_1 = 0.5378$  для  $D_\lambda = 5$ ;  $h_1 = 0.5240$  для  $D_\lambda = 2.5$ ). В случае  $D_\lambda = 1$  кривой 3 отвечает  $h_\lambda = 0.87$  (при этом  $\psi_0 \approx 0.2$ ). Видно, что скачок первого рода из  $s$ -состояния 1 в  $n$ -состояние 4 исчезает при уменьшении толщины  $D_\lambda$  и сменяется фазовым переходом второго рода, при этом параметр порядка плавно убывает с ростом поля, начиная от состояния 0 ( $\psi \equiv 1$ ) и кончая состоянием 4 ( $\psi \equiv 0$ ) (см. кривые с  $D_\lambda = 1$ ).

некотором поле  $H_1(\kappa)$  (при условии, что внутри сверхпроводника II-рода вихрей нет), причем с ростом поля ширина слоя возрастает, а при  $H = H_2(\kappa)$  сверхпроводимость полностью подавляется и металл переходит в нормальное состояние. В этом отношении сверхпроводящая пластина не отличается от сверхпроводящего цилиндра, где также возможно образование аналогичного приграничного слоя [2, 3].

Таким образом, в образцах достаточно малых размеров (в случае сверхпроводников II-рода) могут существовать два конкурирующие механизма разрушения сверхпроводимости магнитным полем: путем образования квантованных вихрей внутри пластины, либо путем образования плоского слоя с подавленным значением параметра порядка.

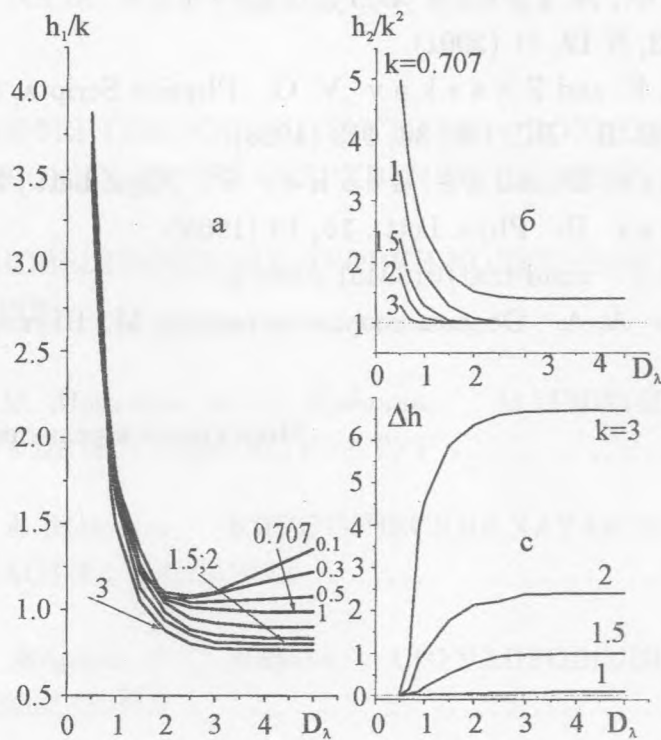


Рис. 4. Значения: (а) – поля  $h_1/k$ , (б) – поля  $h_2/k^2$  и (с) – разности полей  $\Delta h = h_2 - h_1$ , в зависимости от толщины пластины  $D_\lambda$ , при разных значениях  $k$  (указаны на рисунке).

Заметим, впрочем, что в настоящей работе не сравнивались свободные энергии конкурирующих состояний (пластина с вихрями и без вихрей). Такие вычисления требуют решения уравнений в частных производных и в данной работе не проводились.

Мы признательны В. Л. Гинзбургу за интерес к работе, обсуждение и полезные замечания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант 02-02-16285.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Гинзбург В. Л., Ландау Л. Д. ЖЭТФ, **10**, 1064 (1950).
- [2] Zharkov G. F., Zharkov V. G., and Zvetkov A. Yu. Phys. Rev., **B**, 12293 (2000).
- [3] Жарков Г. Ф., Жарков В. Г., Цветков А. Ю. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 11, 35 (2001).



- [4] Жарков Г. Ф., Жарков В. Г., Цветков А. Ю. Краткие сообщения по физике ФИАН, N 12, 31 (2001).
- [5] Zharkov G. F. and Zharkov V. G. Physica Scripta, **57**, 664 (1998).
- [6] Гинзбург В. Л. ЖЭТФ, **34**, 113 (1958).
- [7] Saint-James D. and de Gennes P. Phys. Lett., **7**, 306 (1963).
- [8] Saint-James D. Phys. Lett., **15**, 13 (1965).
- [9] Zharkov G. F. cond-mat/0109451 (2001).
- [10] Абрикосов А. А. Основы теории металлов, М., Наука, 1987.

Поступила в редакцию 4 февраля 2002 г.