

## О НЕЛИНЕЙНОМ СМЕШЕНИИ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Л.М. Горбунов, А.Б. Романов

*Показано, что слабое постоянное магнитное поле может увеличивать в неоднородной плазме размер области, в которой происходит нелинейное смешение высокочастотных электромагнитных волн и возбуждение электронных плазменных волн.*

Возбуждение плазменных волн при нелинейном смешении высокочастотных электромагнитных волн находит применение для активной диагностики плазмы /1/, ускорения электронов /2/, поддержания квазистационарного тока /3/. Резонансное условие равенства разности частот электромагнитных волн  $\omega = \omega_1 - \omega_2$  плазменной частоте  $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N / m}$  делает процесс возбуждения в изотропной плазме очень критичным к концентрации электронов  $N$ . Поэтому в неоднородной плазме волны возбуждаются только в узкой области, где концентрация близка к резонансной  $N_0 = m\omega^2 / 4\pi e^2$ , что затрудняет использование нелинейного смешения волн для практических целей.

В данной работе показано, что в достаточно слабом постоянном магнитном поле размер области нелинейного смешения волн возрастает для волновых пучков с поперечными размерами порядка  $c/\omega$ . Это связано с возможностью сохранения резонанса для необыкновенных волн при одновременном изменении плотности и волнового вектора.

Рассмотрим аксиально симметричный волновой пучок, образованный двумя линейно поляризованными вдоль оси  $Ox$  волнами с близкими частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , распространяющийся в направлении оси  $Oz$  в неоднородной плазме с концентрацией  $N$ , зависящей от переменной  $z$  (рис. 1). Пренебрежем дифракционным уширением пучка в области нелинейного смешения и положим, что электрическое поле волн имеет вид

$$E_{1,2} = E_{10,20} \exp[-(x^2 + y^2)/d^2] \sin(k_{1,2}z - \omega_{1,2}t), \quad (1)$$

где  $\bar{a}$  - ширина пучка;  $k_{1,2}$ ,  $E_{10,20}$  - соответственно волновые числа и амплитуды волн. Считаем, что вектор напряженности однородного магнитного поля лежит в плоскости ZOY и составляет угол  $\Theta$  с осью OZ.

При  $\omega_{1,2} \gg \Omega$  усредненная ponderomotorная сила, действующая на электроны плазмы, равна:

$$\mathbf{f} = - \frac{e^2 E_{10} E_{20}}{4m\omega_1 \omega_2} \nabla [\exp[-2(x^2 + y^2)/d^2] \cos(kz - \omega t)], \quad (2)$$

где  $k = k_1 - k_2$ ,  $\omega = \omega_1 - \omega_2$ ,  $\Omega$  - циклотронная электронная частота. Для определения создаваемых силой (2) возмущений электронной концентрации  $\delta n$  в нулевом приближении геометрической оптики ( $kL \gg 1$ ,  $L$  - масштаб неоднородности) используем соотношения, полученные для однородной плазмы /4/:

$$\delta n(\mathbf{r}, t) = e^{-2} \text{Re} \int d\mathbf{k} \frac{d\omega}{\omega} \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r} - i\omega t) \left\{ k_i \sigma_{ij}^{(e)} [\delta_{jl} - M_{jm}^{-1} 4\pi i \sigma_{ml}^{(e)} / \omega] f_l(\omega, \mathbf{k}) \right\}, \quad (3)$$

где  $\sigma_{ij}^{(e)}$  - вклад электронов в тензор электропроводности,  $M_{ij} = \epsilon_{ij} - (k^2 c^2 / \omega^2) (\delta_{ij} - k_i k_j / k^2)$ ;  $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$  - тензор диэлектрической проницаемости;  $f(\omega, \mathbf{k})$  - компонента Фурье силы (2).

В одночастичном приближении и в пренебрежении движением ионов для изотропной холодной плазмы входящие в формулу (3) выражения имеют вид:  $\sigma_{ij}^{(e)} = ie^2 N \delta_{ij} / m(\omega + iv)$ ,  $\epsilon_{ij} = \delta_{ij} [1 - (\omega_p^2 / \omega(\omega + iv))]$ , где  $v$  - частота столкновений электронов с ионами. В результате из формул (2) и (3) найдем

$$(\rho = \sqrt{x^2 + y^2}):$$

$$\delta n = \frac{E_{10} E_{20} \omega_p^2}{64\pi m \omega_1 \omega_2 \omega^2} \exp(-\rho^2 / 2d^2) \left( k^2 + \frac{2}{d^2} - \frac{\rho^2}{d^4} \right) \times$$

$$\times \frac{(1 - \omega_p^2(z) / \omega^2) \cos(kz - \omega t) + (v/\omega) \sin(kz - \omega t)}{(1 - \omega_p^2(z) / \omega^2)^2 + v^2 / \omega^2} \quad (4)$$

Если масштаб неоднородности  $L$  превышает ширину области резонансного возбуждения волн, то можно принять, что в этой области плотность плазмы изменяется по линейному закону и  $\omega_p^2 / \omega^2 = 1 - z/L$ , где  $z$  - расстояние до точки резонанса. Подставив это выражение в формулу (4), найдем характерный размер области возбуждения  $l_0 = Lv/\omega$ .

Для замагниченной плазмы выражения для  $\sigma_{ij}^{(e)}$  и  $M_{jm}^{-1}$ , полученные в одночастичном

приближении, содержатся в обзоре /5/. Используя их, получим из формулы (3) в приближении слабого магнитного поля ( $\Omega^2/\omega^2 < 1$ ) и разреженной плазмы ( $\omega \approx kc$ ):

$$\delta n = \frac{E_{10} E_{20} \omega_p^2}{64 \pi m \omega_1 \omega_2 \omega^2 d^2} \operatorname{Re}[\exp(ikz - i\omega t) F(x, y, z)], \quad (5)$$

$$F(x, y, z) = \frac{d^4}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dk_x dk_y \exp [ik_x x + ik_y y - (d^2/2)(k_x^2 + k_y^2)] \times \\ \times \frac{k^2 + k_x^2 + k_y^2}{i\nu/\omega - z/L - (\Omega^2/\omega^2) \sin^2 \vartheta g(k_x, k_y)}. \quad (6)$$

Здесь  $\vartheta$  - угол между направлением магнитного поля и волновым вектором (рис. 1). Он выражается через угол  $\Theta$  между осью OZ и направлением магнитного поля  $\sin^2 \vartheta = [(k_y \cos \Theta - k \sin \Theta)^2 + k_x^2]/(k^2 + k_x^2 + k_y^2)$ . Функция  $g = (k_x^2 + k_y^2)/(k_x^2 + k_y^2 + k^2)$  связана с непотенциальностью электрического поля в возмущениях концентрации электронов. Ограничимся рассмотрением достаточно узкого пучка ( $d \lesssim c/\omega$ ), для которого эта функция во всей области интегрирования по  $k_x$  и  $k_y$  близка к единице.

При распространении пучка вдоль магнитного поля ( $\Theta = 0$ ) выражение (6) преобразуется к виду

$$F = d^4 \int_0^{\infty} dk_{\perp} k_{\perp} J_0(k_{\perp} \rho) e^{-d^2 k_{\perp}^2/2} \frac{k^2 + k_{\perp}^2}{i\nu/\omega - z/L - \Omega^2 k_{\perp}^2/\omega^2 (k^2 + k_{\perp}^2)}. \quad (7)$$

На оси пучка ( $\rho = 0$ ) интеграл (7) выражается через  $E_1$  - интегральную экспоненту от комплексного аргумента /6/:

$$F(\rho = 0) = \frac{\pi (kd)^4}{i\nu/\omega - z/L - \Omega^2/\omega^2} [e^{\gamma p} (1-p)^2 E_1(\gamma p) + \frac{2}{\gamma} (1-p) + \frac{1}{\gamma^2} (\gamma p + 1)], \quad (8)$$

где  $\gamma = (kd)^2/2$ ,  $p = 1 + (\Omega^2/\omega^2)(i\nu/\omega - z/L - \Omega^2/\omega^2)^{-1}$ .

На рис. 2 показана рассчитанная по формуле (8) величина  $F$ , характеризующая амплитуду

возбуждаемой плазменной волны  $\delta n_0 = (E_{10}E_{20}/4\pi\omega_1\omega_2)(\omega^2/16\pi\omega^2d^2) F$  при  $\nu/\omega = 10^{-2}$ ,  $\gamma = 1/2$

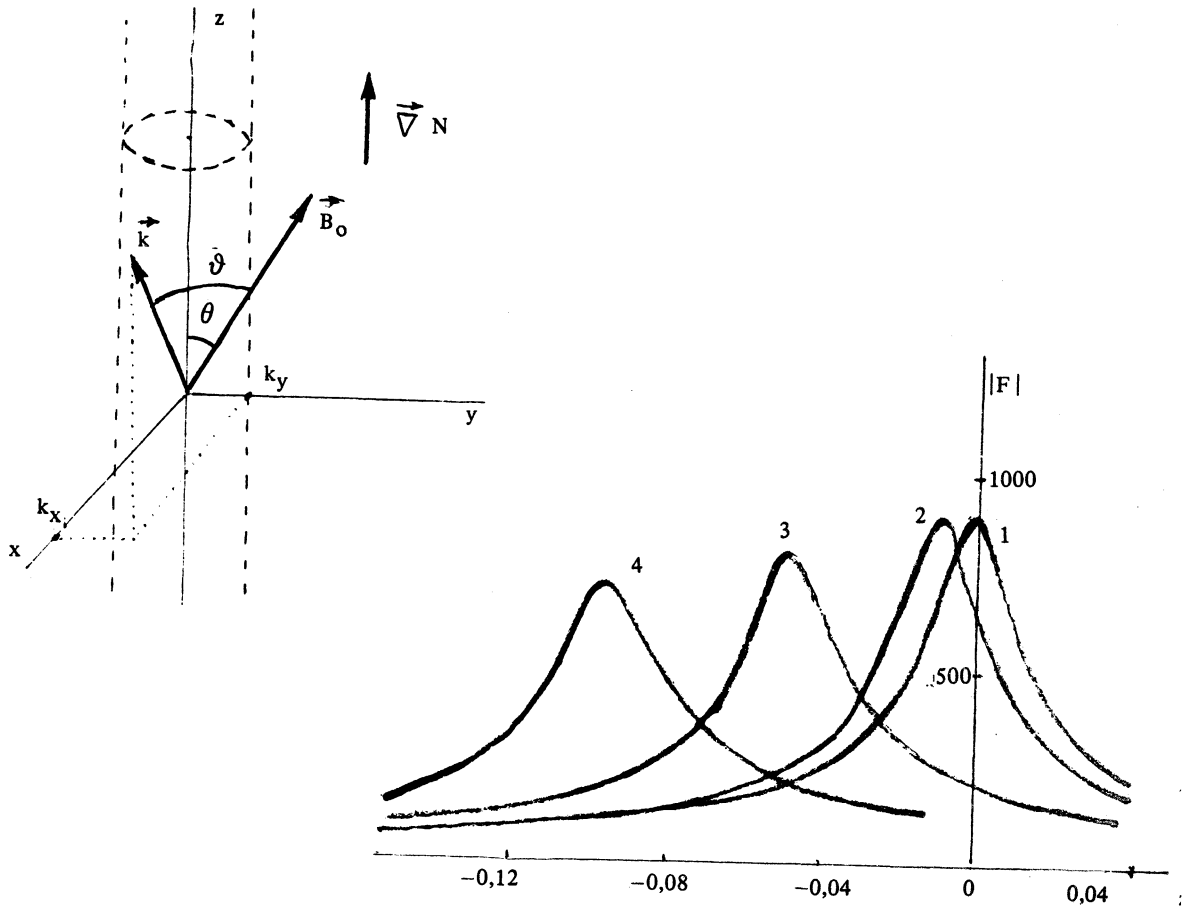


Рис. 1. Схема рассматриваемой модели. Пунктиром показан волновой пучок.

Рис. 2. Изменение безразмерной амплитуды  $F$  возбуждаемой волны с координатой. Кривым 1, 2, 3, 4 соответствуют значения параметра  $(\Omega^2/\omega^2)^2$ , равные  $0$ ,  $10^{-2}$ ,  $1,5 \cdot 10^{-2}$ ,  $10^{-1}$ .

Видно, что с увеличением магнитного поля область возбуждения расширяется, амплитуда - 1. При  $(\Omega/\omega)^2 > \nu/\omega$  ширина области возбуждения определяется магнитным полем и приближенно равна  $l_H \approx L\Omega^2/\omega^2$ .

В качестве примера рассмотрим возбуждение волн в плазменном ускорителе на волне биений PBWA, где вопрос о влиянии неоднородности плазмы стоит весьма остро. Для условий эксперимента /7/  $\omega_p \approx 10^{-13} \text{ с}^{-1}$  и диаметр лазерного пучка  $\sim 3 \cdot 10^{-3}$  см. Расширению области возбуждения до масштабов, соизмеримых с масштабом неоднородности, отвечает магнитное поле с напряженностью порядка 100 кГс. При этом, согласно нашим расчетам, снизится амплитуда возбужденной волны. Однако для условий PBWA уровень амплитуды возбуждаемой волны определяется ее нелинейностью, а не диссипацией.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Горбунов Л.М., Романов А.Б. Физика плазмы, **15**, 83 (1989).
2. Chen F. Preprint PPG-1107, UCLA, Los Angeles, 1987.
3. Heikkinen J.A., Karttunen S.J., Salomaa R.R. Nucl. Fusion, **28**, 1845 (1988).
4. Берру М.К., Горбунов Л.М. Физика плазмы, **14**, 1067 (1988).
5. Пустовалов В.В., Силин В.П. Труды ФИАН, **61**, 42 (1972).
6. Справочник по специальным функциям. Под ред. Абрамовица М., Стиган И. М., Наука, 1979, с. 55.
7. Clayton C.E. et al. Phys. Rev. Lett. **54**, 2343 (1985).

Поступила в редакцию 20 октября 1990 г.