

УДК 533.95

## ГОФРИРОВОЧНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ УДАРНЫХ ВОЛН РАЗРЕЖЕНИЯ И ГЕНЕРАЦИЯ ФИЛАМЕНТОВ В ПЛАЗМЕННОМ ФОКУСЕ

С. П. Цыбенко, А. Е. Гурей

*Исследуется гофрировочная неустойчивость ударных волн разрежения (УВР) в простой модели плазмы с лондоновским током. Рассмотрена генерация филаментов в плазменном фокусе (ПФ), связанная с гофрировочной неустойчивостью УВР. Для получения оптимальной структуры филаментов токовой оболочки ПФ предложено использовать специальные металлические вставки у изолятора.*

**Ключевые слова:** ударная волна разрежения, гофрировочная неустойчивость, филамент, лондоновский ток, плазменный фокус.

*Введение.* Важной особенностью разряда в ПФ являются процессы генерации и динамики токовых филаментов, которые оказывают значительное влияние на параметры плазмы и ее излучательные характеристики [1]. Хотя движущиеся филаменты наблюдались еще в ранних экспериментах [2], теоретическое описание сверхзвуковых, дозвуковых и стационарных филаментов было получено недавно в простой модели плазмы с лондоновским током [3]. В этой же модели было найдено решение для УВР [4]. Модифицированная модель с лондоновским током для лазерной плазмы также обладает решением для УВР [5]. В ударных волнах сжатия в гидродинамике жидкости и плазмы развивается гофрировочная неустойчивость [6, 7], которая проявляет себя также в солнечной короне [8] и в ферромагнетиках [9]. Ниже исследуется гофрировочная неустойчивость УВР в простой модели плазмы с лондоновским током и обсуждается генерация филаментов в ПФ, связанная с этой неустойчивостью.

*Основные соотношения.* Основу разрабатываемой теории составляют бездиссипативные уравнения двухжидкостной гидродинамики плазмы, следующие из вариационных принципов [4]. Эти уравнения использовались, например, в теории сверхпроводимости Лондона [10], в которой установлено соотношение для лондоновского тока

---

ФИАН, 119991 Россия, Москва, Ленинский пр-т, 53; e-mail: tsybenkosp@lebedev.ru.

$\mathbf{j} = -e^2 n_e \mathbf{A} / m_e c$ , где  $n_e$  – концентрация электронов,  $\mathbf{A}$  – векторный потенциал электромагнитного поля. Если гидродинамическая скорость плазмы много меньше токовой скорости, можно перейти от уравнений двухжидкостной гидродинамики плазмы к одножидкостной модели квазинейтральной полностью ионизованной плазмы, названной простой моделью плазмы с лондоновским током [4]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho v) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + (v \cdot \nabla)v = -\frac{\nabla P}{\rho} - \frac{K_0}{8\pi} \nabla \mathbf{A}^2, \quad \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -K_0 \rho \mathbf{A}, \quad (1)$$

где  $P$  – давление плазмы,  $\rho$  и  $v$  – плотность и скорость плазмы.  $K_0 = 4\pi Z e^2 / m_e m_i c^2$ ,  $Z e$  и  $m_i$  – заряд и масса иона,  $m_e$  – масса электрона,  $c$  – скорость света в вакууме. Из последнего уравнения системы (1) следует, что при  $\mathbf{A} \perp \nabla \rho$  имеем кулоновскую калибровку для  $\mathbf{A}$ .

Решение уравнений (1) для УВР представляет собой ток, текущий по поверхности разрыва, который распространяется в сторону плазмы с большей плотностью [4]. Этот ток генерирует магнитное поле по обе стороны разрыва, причем большее магнитное поле генерируется на стороне с большей плотностью плазмы. Магнитное поле, в свою очередь, индуцирует обратные лондоновские токи на обеих сторонах разрыва. УВР сверхзвуковая так же, как и ударная волна сжатия.

*Гофрировочная неустойчивость УВР.* Рассмотрим плоскую УВР в системе координат, движущейся вместе с разрывом. Можно считать, что плазма движется перпендикулярно поверхности разрыва с обеих его сторон, т.е. скорость плазмы  $v_{1,2}$  параллельна  $\mathbf{n}$ , где  $\mathbf{n}$  – единичная нормаль к поверхности разрыва, а индексы 1 и 2 обозначают невозмущенную скорость на сторонах разрыва. Исследуем периодические возмущения плоской УВР с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , перпендикулярным к  $\mathbf{n}$ , причем берем такие  $\mathbf{k}$ , что  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{n}$  перпендикулярны к направлению тока, текущего по поверхности разрыва, а значит, и к невозмущенному значению  $\mathbf{A}$ . Будем искать возмущение скорости плазмы в виде  $\delta v = \delta v_t \mathbf{k} / k$ , а возмущение векторного потенциала  $\mathbf{a}$  примем параллельным  $\mathbf{A}$ . При этом возмущение произвольного параметра плазмы или поля является плоской волной, в которой  $\omega$  – частота возмущения,  $\kappa$  – компонента волнового вектора вдоль  $\mathbf{n}$ , а  $\mathbf{k}$  – волновой вектор вдоль поверхности разрыва. Далее действуем в рамках подхода, развитого в [11, 12].

Для невозмущенных значений плазмы и поля и для их возмущений на сторонах УВР получим из системы (1) соотношения для непрерывности потока импульса

$$\{P + \rho v_n^2 + B_t^2 / 8\pi\} = 0, \quad \{\delta P + \delta \rho v_n^2 + B_t b_t / 4\pi\} = 0, \quad \{\rho v_n \delta v_t - B_t b_n / 4\pi\} = 0. \quad (2)$$

Фигурными скобками обозначена разность значений параметра на сторонах разрыва,  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$  – магнитная индукция, причем  $\mathbf{B} = B_t \mathbf{k}/k$ . Индексы  $t$  и  $n$  обозначают тангенциальные и нормальные к разрыву компоненты векторов. Здесь  $\delta P$  и  $\delta \rho$  – возмущения давления и плотности плазмы, а  $b_n$  и  $b_t$  – компоненты возмущения магнитной индукции. Второе уравнение из системы (1) запишем для возмущений плазмы и поля следующим образом

$$\rho \frac{\partial \delta v_t}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \eta} \left( \delta P - \frac{B_t \delta b_t}{4\pi} \right) - \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \rho v_n \delta v_t - \frac{B_t b_n}{4\pi} \right), \quad (3)$$

где  $\eta$  и  $\xi$  – координаты вдоль векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{n}$ , соответственно.

Для возмущения скорости  $\delta v_t$  используем уравнение  $\partial \tau / \partial t + v_n \partial \tau / \partial \xi = \delta v_t$ . Параметр  $\tau$  определяет смещение возмущения плазмы вдоль вектора  $\mathbf{k}$ . С помощью выражений (2) преобразуем уравнение (3) к дисперсионному соотношению для гофрировочной неустойчивости УВР

$$\left\{ \omega(\omega - \kappa v_n) \rho + k^2 \left( \frac{7}{3} \rho v_n^2 + \frac{5}{3} U \right) \right\} = 0. \quad (4)$$

Здесь  $U = 2\pi \mathbf{j}^2 / \omega_p^2$  – плотность собственной энергии токов, индуцированных на сторонах разрыва, а  $\omega_p$  – плазменная частота. При выводе соотношения (4) принималось, что давление плазмы  $P$  изменяется по адиабатическому закону на сторонах разрыва.

Далее будем рассматривать случай сильной УВР, когда  $\rho_1 \gg \rho_2$  и  $U_1 \gg U_2$ . А также  $U_1 \gg \rho_1 v_1^2$ ,  $\rho_2 v_2^2$  и  $|\omega| \gg \kappa_1 v_1$ . В итоге соотношение (4) примет вид  $\omega^2 \rho_1 + 5U_1 k^2 / 3 \approx 0$ . Тогда для инкремента гофрировочной неустойчивости сильной УВР запишем выражение  $\nu = (5U_1 / 3\rho_1)^{1/2} k$ . Из системы (1) также следует, что  $\omega^2 \approx -2U_1 \rho_1^{-1} (k^2 + \kappa_1^2) (1 + L^2(k^2 + \kappa_1^2))^{-1}$ , где  $L = c/\omega_p$  – лондоновская глубина проникновения. Отсюда, используя дисперсионное соотношение для сильной УВР, получим связь между волновыми числами  $k$  и  $\kappa_1$ , которая показана на рис. 1 для безразмерных волновых чисел  $kL \rightarrow k$  и  $\kappa_1 L \rightarrow K$ .

Имея в виду пинчевые разряды, теорию гофрировочной неустойчивости сильной плоской УВР можно применить в случае цилиндрической УВР, учитывая, что  $L \ll R$ , и рассматривая возмущения с  $\kappa_1 L \gtrsim 1$ , где  $R$  – радиус цилиндрической УВР, определяемый, например, радиусом изолятора.

Мы связываем генерацию токовых филаментов в ПФ с гофрировочной неустойчивостью сильной УВР, причем период формирования филаментов  $t_F$  определяется инкрементом гофрировочной неустойчивости  $\nu$ , а именно  $t_F \gtrsim \nu^{-1}$ . Оценим период формирования филаментов  $t_F$  в ПФ. Для сильной УВР  $\nu \gg v_{S1} k$ , где  $v_{S1}$  – ионно-звуковая

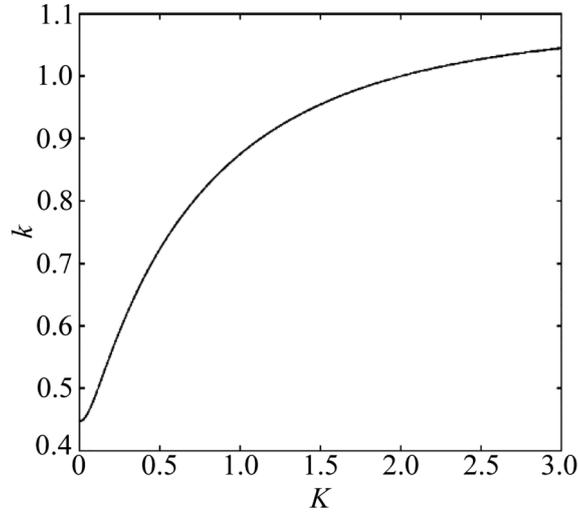


Рис. 1: Безразмерные волновые числа гофрировочной неустойчивости сильной УВР.

скорость в плазме перед УВР. При  $k \approx \omega_p/c$  можно записать, что  $t_F < c/(\omega_p v_{S1})$ . Подставим сюда значения электронной температуры плазмы  $T_e \approx 1$  эВ и концентрации  $n_e \approx 10^{15}$  см<sup>-3</sup>, что соответствует нескольким процентам ионизации газообразного дейтерия. Тогда  $t_F < 100$  нс. Заметим, что для вычисления  $t_F$  необходимо развить нелинейную теорию гофрировочной неустойчивости УВР, что, впрочем, выходит за рамки нашего исследования.

*Вынужденная филаментация ПФ.* В установках ПФ с простой конструкцией используют металлические трубчатые электроды, которые располагаются на одной оси (катод снаружи). Изолятор ПФ имеет форму полого цилиндра с высотой, меньшей высоты электродов, и помещается между электродами также соосно. Поверхность катода загнута к изолятору. В свою очередь, генерация тока в ПФ происходит у боковой цилиндрической поверхности изолятора в результате образования токовой волны, распространяющейся в сторону от изолятора, которая, тем не менее, оставляет почернение как на поверхности изолятора, так и на близлежащих поверхностях электродов [1]. Сильная расходящаяся цилиндрическая УВР обладает свойствами, необходимыми для описания генерации тока в ПФ, в том числе она описывает почернение изолятора и прилегающих к нему поверхностей электродов, так как формирует гиперзвуковые потоки разреженной плазмы, направленные на изолятор и на поверхности электродов. Будучи неустойчивой, сильная УВР порождает сверхзвуковые филаменты, которые устремляются к оси ПФ, взаимодействуют между собой и замедляются, останавливаясь вблизи оси разряда.

Можно добиться вынужденной генерации филаментов в ПФ, если использовать металлические вставки в местах контакта электродов с изолятором [2]. При этом вставки должны иметь зубчатый край для стимуляции гофрировочной неустойчивости с заданным масштабом модуляций, совпадающим с размером зубцов на вставках. Тогда мы способны получить любое число филаментов в токовой оболочке. Однако необходимо определить оптимальное количество филаментов в ПФ, при котором рентгеновское и нейтронное излучения максимальны. Для этого обратим внимание на результаты экспериментов в пинчевых разрядах, где такая задача была решена, а именно в сборках проволочек, используемых в сильноточных генераторах [13, 14]. Там тоже образуются филаменты, названные из-за наблюдаемой геометрии струями. При этом их число пропорционально числу проволочек. Оптимальное число проволочек определяется выражением  $N \gtrsim 100R$ , где  $R$  – радиус массива проволочек в сантиметрах. Для поиска оптимального числа филаментов в ПФ предлагаем использовать также соотношение  $N \gtrsim 100R$ , где  $N$  – число зубцов в металлической вставке, а  $R$  – радиус изолятора. Заметим, что для вынужденной филаментации токовой оболочки ПФ можно применять не только металлические вставки, но и выполнять сверление поверхности электродов вдоль линии контакта с изолятором.

*Заключение.* В работе представлены результаты исследования механизма генерации токовых филаментов в ПФ, связанного с развитием гофрировочной неустойчивости сильной УВР. Для этого использовалась простая модель плазмы с лондоновским током. Показано, что инкремент гофрировочной неустойчивости определяется плотностью собственной энергии токов, индуцированных на стороне сильной УВР с большей плотностью плазмы. Рассматривается возможность вынужденной оптимальной филаментации токовой оболочки ПФ с помощью металлических вставок специальной формы.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

- [1] A. Bernard, H. Bruzzone, P. Choi, et al., J. Moscow Phys. Soc. **8**, 93 (1998).
- [2] Н. В. Филиппов, Физика плазмы **9**, 25 (1983).
- [3] V. Ya. Nikulin, S. A. Startsev, and S. P. Tsybenko, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series **907**, 012024 (2017).
- [4] V. Ya. Nikulin and S. P. Tsybenko, Phys. Scripta **55**, 90 (1997).
- [5] В. Я. Никулин, С. П. Цыбенко, А. Е. Гурей, Краткие сообщения по физике ФИАН **44**(6), 15 (2017).

- [6] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Гидродинамика* (М., Наука, 1988).
- [7] J. W. Bates, *Phys. Rev. E* **91**, 013014 (2015).
- [8] D. Y. Klimushkin, V. M. Nakariakov, P. N. Mager, and O. K. Cheremnykh, *Solar Phys.* **292**, 184 (2017).
- [9] Г. Е. Ходенков, *Письма в ЖТФ* **29**(21), 62 (2003).
- [10] F. London, *Superfluids* (New York, Wiley, 1950).
- [11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (М., Наука, 1992).
- [12] S. P. Tsybenko, *J. Plasma Phys.* **62**, 117 (1999).
- [13] T. W. L. Sanford, G. O. Allshouse, B. M. Marder, et al., *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5063 (1996).
- [14] M. G. Haines, *Plasma Phys. Control. Fusion* **53**, 093001 (2011).

Поступила в редакцию 22 ноября 2018 г.

После доработки 9 апреля 2019 г.

Принята к публикации 10 апреля 2019 г.